

# 实用天文測量学

R. 魯罗佛斯著

測繪出版社

BY  
R. ROELOFS  
PROFESSOR OF SURVEYING AND PHOTOGRAMMETRY  
AT THE TECHNICAL UNIVERSITY OF DELFT, HOLLAND  
**ASTRONOMY APPLIED  
TO LAND SURVEYING**  
MCML  
N.V. WED. J. AHREND & ZOON · AMSTERDAM

本書系根据荷蘭德爾佛特工業大學航空攝影測量與測量學教授 R. 魯羅佛斯著的 1950 年英文版翻譯的。

本書敘述相當於二等以下的天文經緯度及方位角觀測的理論和方法，并介紹了一些目前中文文本中所未見的新儀器。對於觀測誤差的分析和成果精度的評定都詳加討論。書末附有列綫圖及算例，實為本書的特色，列綫圖是由德爾佛特工業大學講師 N. D. 哈斯布羅克所設計。

本書可作為土建學院及測繪學院工程測量專業中實用天文學的教學參考書，并可供各測量專業學生及天文測量工作者的參考。

**實用天文測量學**

著者 R. 魯羅佛斯

譯者 黃繼漢 高更新

出版者 測繪出版社

北京宣武門外永光寺西街 3 號

北京市書刊出版登記證出字第 081 號

發行者 新華書店

印刷者 北京市印刷一廠

西便門大街乙一號

印數(京) 1—2500 冊 1959 年 6 月北京第 1 版

開本 787×1092  $\frac{1}{16}$  1959 年 6 月第 1 次印刷

字數 330 000 印張 13 冊 插頁

定價(10) 1.75 元

## 譯者的几点說明

1. 本書原文名为 Astronomy applied to Land Surveying, 書中也多处提到 Land Surveyor。今將 Land Surveying 及 Land Surveyor 譯为土地測量及土地測量師。但必須指出这两个名詞不同于土地丈量或地籍測量員。在欧美土地測量的涵义頗广, 它仅与大地測量或航空測量不同而已。

2. 本書在翻譯过程中承原著者魯罗佛斯教授来信补充修改。因此譯本已較 1950 年原著第一版有所增減。对其中难解的句子或內容則加以譯者註, 以便讀者參考。

3. 关于本書中所用記号的一些說明:

(a) 原書节次未用符号, 每节齐起。但譯本中則加上“§”符号, 每段开始縮进兩格以資醒目。

(b) 所有公式的号数原書按頁次分, 譯本則改按章次分, 以免紊乱不清。

4. 本書中所有的譯名基本上均采用 1952 年科学院編訂的天文学名詞。

5. 本書中所采用的主要的縮写或符号有:

$\lambda$ = 天文經度	$q$ = 星位角
$\varphi$ = 天文緯度	U.C. = 上中天
$\Phi$ = 天文余緯度	L.C. = 下中天
$NP$ = 北極	$T$ = 錶面时
$SP$ = 南極	$\Delta T$ = 錶差
$Z$ = 观测者的天頂	$t$ = 时段
$\alpha$ = 星的赤經	G.M.S.T. = 格林威治平恆星时
$\delta$ = 星的赤緯	L.M.S.T. = 地方平恆星时
$p$ = 星的極距	G.A.S.T. = 格林威治視恆星时
$h$ = 高度角	L.A.S.T. = 地方視恆星时
$z$ = 天頂距	G.M.T. = 格林威治平太陽时
$a$ = 星的方位角	G.A.T. = 格林威治視太陽时
$A$ = 某綫的方位角	L.M.T. = 地方平太陽时
$t$ = 时角	L.A.T. = 地方視太陽时。

## 原 序

測量者明显地看到最近發展起来的电子方法对于定位問題的应用，這個問題的解决在以前是依靠着天文的观测；这种方法的重要性虽然有逐漸降低的趋向，但是，它仍然是一个有价值而可信賴的方法，到現在还没有人有过摒棄应用天文观测的想法。

天文观测的主要应用是：

(a) 在沒有建立三角網的地区測定控制点及方位角，以供地形測量或航空攝影測量之用。

(b) 測定一个三角網的边的方位角及点的大地体坐标（即天文坐标）。

前者，天文方法的应用是不顧及垂綫偏差的，而后者，則作为測定垂綫的偏差。測定垂綫偏差的目的为：

(b.1) 确定大地水准面的形狀，

或(b.2) 作为建立在三角網的平差中的拉伯拉斯条件方程式。

在(b.2)的情形中所需的精度非常高，以期符合三角測量的要求。适合于这种目的的特殊方法和仪器不在本書討論範圍之內。

在(b.1)的情形中，实际上是在少数的三角点上用上述的精密方法与仪器以及在大多数的鄰近点上用較低的精度（容許的測站誤差約为 $1''$ — $2''$ ）測定垂綫偏差。欲得后面一种的精度則可用本書中所述的方法。在(a)种情形中，緯度、經度或方位角的天文測定仅需要中等的精度；它与测区的垂綫偏差的或是值有关。本書將叙述应用于这种目的之最适宜的方法。

本書以相当大的篇幅討論了观测的經濟問題，這個問題在以前很少引起人們的注意。如果观测的数目太多必会浪費時間和費用。但是如果观测太少而成果不佳則勢將重測，那么也許更加不經濟。为要避免这种浪費，就必须准确地知道要多少的观测数量才能滿足所需要的精度。因此有几节專門討論系統和偶然誤差的各种来源，提出了詳細的規則，以决定观测的数目和星体的選擇。

上述的原則对于广泛应用的等高仪定位測量法更显得特別重要。由于应用等高仪进行观测較为容易，致有許多观测者总是喜欢“为了保險的緣故”而做了过多的观测。一个著名的国外地理研究所的計算室曾經被这些大部分不必要的工作所牽累。

明显的补救办法便是适当的选星来限制观测的数目，使其为最小。这个方法最好是由观测者来施行，而在某些情况下（例如上面所提到的研究所的情形，或者因为在野外工作沒有选星的机会）可以在观测后由計算者进行選擇。

本書主要作为教本和土地測量师的参考書，但亦可供工業学校之用。为便于測量工作者的使用，对于各方面的工作、准备、实施以及計算均詳加討論，并插入很多的列綫圖、附表和算例。为要使得本書有助于学生，著者对于基本原理尽力給予直接明白的叙述。



## 致 謝

著者对下列諸位致以衷心的感謝。德尔佛特(Delft)大学講師 N. D. 哈斯布洛克精細的設計了列綫圖（仅列綫圖 5 为著者所設計）。如果没有这些列綫圖，則本書未臻完善且对于土地測量的实际用途亦將为之減少。

用外国文字編写一本書，錯誤之处在所难免。著者深感荣幸能得倫敦大学講師 C. A. 畢多尔中校修訂全部原稿，除此宝贵的帮助外，畢多尔中校还提出了許多重要的建議，使本書得到改进与增色。

著者深深地感謝巴黎国立地理研究所 G. A. 拉克拉維亞上校及其同僚，因为曾有机会參閱他們的一些报告和研究資料。

在本書算例中所采用的觀測数据大部分为工作于荷屬几安那(Guiana)荷蘭皇家航空公司的土地測量师 P. de 威塞所供給。由于他的熟練技术，得到了很高的精度。德尔佛特大学研究助理員兼土地測量师 J. 罗尔佛曾校对了一些公式的推演，并續密的做出例子。

萊登(Leiden)天文台台長 G. 馮·赫尔克博士及印度尼西亞土地測量师 H. 梅西尔曾审阅过前几章，荷蘭海道測量局 W. 冷格拉中尉曾校閱全部原稿；他們均提出許多宝贵的建議。

本書承蒙公用部測量局繪圖員 G. 馮·德·赫尔姆精細的繪制附圖，德尔佛特大学書記 A. 馮·德·烏义尔女士仔細的打字。

**R. 魯罗佛斯**

德尔佛特，1950年4月

# 目 录

## 第一章 地理坐标

§ 1.1 概述	13
§ 1.2 定义	14

## 第二章 天文坐标

§ 2.1 定义	16
§ 2.2 天文坐标的变化	17
§ 2.3 自行	17
§ 2.4 日月、行星的岁差与章动	17
2.4.1 概述	17
2.4.2 日月岁差	18
2.4.3 行星岁差	18
2.4.4 章动	19
§ 2.5 周年视差	19
§ 2.6 周年光行差	19
§ 2.7 视天文坐标与平天文坐标	20
§ 2.8 天文坐标的化算	21
2.8.1 概述	21
2.8.2 从某年岁首的平坐标化算到观测年岁首的平坐标	22
2.8.3 从观测年岁首的平坐标化算到观测时刻的视坐标, 但不包括章动的短期项	22
2.8.4 视坐标的章动短期项之改正计算	24
2.8.5 另一种的化算法	27
2.8.6 实用的天文坐标化算法	27
§ 2.9 地方的天文坐标	31
§ 2.10 星等	34

## 第三章 时

§ 3.1 概述	35
§ 3.2 恒星时	36
§ 3.3 太阳时	37
§ 3.4 恒星时与太阳时的关系, 及其相互换算	40
§ 3.5 标准时、日、年	48

## 第四章 观测值的改正

§ 4.1 概述	49
§ 4.2 折光差	49
§ 4.3 周日光行差	54

§ 4.4 太陽視差	55
§ 4.5 太陽的偏心瞄准	56

## 第五章 守时、測时、記錄及其校核

§ 5.1 守时	62
5.1.1 計时器及其应用	62
5.1.2 天文鐘的錶差和錶速	63
5.1.3 系統誤差	64
5.1.4 偶然誤差	64
5.1.5 关联观测值平差的一些說明	66
§ 5.2 时的观测与記錄	67
5.2.1 概述	67
5.2.2 呼記法	68
5.2.3 耳目法	68
5.2.4 停錶法	69
5.2.5 記时仪法	69
5.2.6 精度	71
§ 5.3 时的校核	71
5.3.1 概述	71
5.3.2 国际式时号或ONOGO 式时号	72
5.3.3 新国际式时号或改良后的ONOGO 式时号	73
5.3.4 美国授时信号	73
5.3.5 科学式、游标式或符合式时号	73
5.3.6 美国国家标准局时号	77
5.3.7 無線电时号的改正	77
5.3.8 無線电时号的記錄	79
5.3.9 天文鐘的比較	79

## 第六章 利用观测平均值的計算法及其附加的改正值

§ 6.1 概述	81
§ 6.2 在望远鏡的一位置上, 恒星經過数根蛛絲	81
6.2.1 平均天頂距的第一改正值	81
6.2.2 平均天頂距的第二改正值	82
§ 6.3 在数个望远鏡位置上, 恒星經過一根蛛絲. 平均天頂距的改正值	84

## 第七章 基本观测值的精度

## 第八章 方位角的測定

§ 8.1 概述	87
§ 8.2 恒星时角法測定方位角	88
8.2.1 观测与計算	88
8.2.2 系統誤差	89

8.2.3	偶然誤差。顧及所假設緯度的可能誤差与时角的常差时的选星法。精度估算	90
8.2.4	偶然誤差。容許有时角常差时的选星法。精度估算	94
8.2.5	精度計算	95
§ 8.3	太陽时角法測定方位角	95
8.3.1	观测与計算	95
8.3.2	系統誤差	96
8.3.3	偶然誤差。精度估算	98
§ 8.4	恒星高度法測定方位角	99
8.4.1	观测与計算	99
8.4.2	系統誤差	99
8.4.3	偶然誤差。星的选择。精度估算	100
8.4.4	精度計算	103
§ 8.5	太陽高度法測定方位角	103
8.5.1	观测与計算	103
8.5.2	系統誤差	104
8.5.3	偶然誤差	104
§ 8.6	方位角表	104
8.6.1	北極星的方位角	104
8.6.2	太陽及恒星的方位角	106

## 第九章 緯度的測定

§ 9.1	概述	107
§ 9.2	恒星中天高度法測定緯度	107
9.2.1	基本公式	107
9.2.2	系統誤差	108
9.2.3	选星	110
9.2.4	將望远鏡安置在子午圈上	111
9.2.5	观测	113
9.2.6	精度估算	115
9.2.7	精度計算	115
§ 9.3	近子午圈高度法測定緯度(一)(已知地方恒星时的錶差)	115
9.3.1	概述	115
9.3.2	計算	116
9.3.3	限差	117
9.3.4	系統誤差	118
9.3.5	偶然誤差。精度估算	118
9.3.6	精度計算	120
§ 9.4	北極星高度法測定緯度	120
9.4.1	概述	120
9.4.2	計算	120
9.4.3	系統誤差	121
9.4.4	偶然誤差。精度	121
§ 9.5	近子午圈高度法測定緯度(二)(未知地方恒星时的錶差)	122

9.5.1 概述 .....	122
9.5.2 計算 .....	122
9.5.3 圖解平差 .....	124
9.5.4 精度估算 .....	124
9.5.5 精度計算 .....	125

## 第十章 經度測定

§ 10.1 概述 .....	127
§ 10.2 恒星天頂距法測定經度 .....	127
10.2.1 概述 .....	127
10.2.2 系統誤差。星的选择 .....	128
10.2.3 計算 .....	129
10.2.4 觀測 .....	130
10.2.5 精度計算 .....	131
10.2.6 精度估算 .....	131

## 第十一章 經度与緯度的測定

§ 11.1 概述 .....	133
§ 11.2 觀測多星的天頂距同时測定經緯度法 .....	134
11.2.1 觀測值的化算 .....	134
11.2.2 解析平差法 (数值平差法) .....	135
11.2.3 精度計算 .....	137
11.2.4 圖解平差法 (定位綫法) .....	138
11.2.5 星的选择。精度估算 .....	139
11.2.6 系統誤差 .....	140
§ 11.3 多星等高法測定經緯度 (高斯方法) .....	141
11.3.1 解析平差法 .....	141
11.3.2 精度計算 .....	144
11.3.3 圖解平差法 (定位綫法) .....	144
11.3.4 系統誤差 .....	145
11.3.5 星的初步选择 .....	146
11.3.6 星的最后选择 .....	149

## 第十二章 恒星等高測定經緯度的特殊仪器

§ 12.1 概述 .....	156
§ 12.2 60°稜鏡等高儀 .....	156
12.2.1 概述 .....	156
12.2.2 等边稜鏡 .....	156
12.2.3 用于經緯儀上的附加稜鏡 .....	157
12.2.4 稜鏡的校正 .....	158
12.2.5 稜鏡等高儀 .....	158
§ 12.3 摆式等高儀 .....	159

12.3.1 構造原理	159
12.3.2 自动改正的特性	160
§ 12.4 45°稜鏡等高儀	161
12.4.1 概述	161
12.4.2 構造原理	161

## 附 表

号数	頁数
时	

1a, 1b, 1c 时的換算	45
-----------------	----

## 折 光 差

2. $R$ 表	164
3. $R'$ 表	165

## 太 陽 觀 測

4. 微折光表	58
---------	----

## 利用多个观测的平均值

5. 因子 $Q = (1 + 2 \Delta_1 T)$ , 及 $Q = (1.00548 + 2 \Delta_1 T)$	84
---	----

## 恒星子午圈高度法測定緯度

6. 安置儀器的最大允許誤差	110
7. 利用控制星安置望遠鏡—經度的最大允許誤差	112
8. 利用北極星安置望遠鏡—經度的最大允許誤差	113

## 恒星近子午圈高度法測定緯度

9. $m$ 表	166
10. 最大与最小的赤緯	118
11. 子午圈与恒星間的方位角差	125

## 观测天頂距測定經緯度法

12a, 12b 单独一組的方位幅限度	139
---------------------	-----

## 等高法測定經緯度

13. 观测的星数	150
14. $10 : 4Nm_2^p$ 表	152
15. 单独一組的方位幅限度	155

## 列 緯 圖

号数	頁数
----	----

## 折 光 差

1. 折光差	168
--------	-----

## 太陽觀測

2. 時差與太陽的赤緯。內插的第二項 .....169
3. 太陽視差角 .....170
4. 太陽半徑的改正 .....171
5. 太陽觀測高度角或視地方時的換算 .....172

### 利用多個觀測的平均值

6. 平均或標準天頂距的改正( $z \approx 30^\circ$ ); 因子  $C_1$  .....173
7. 平均天頂距或標準天頂距的改正( $z \approx 45^\circ$ ); 因子  $C_1$  .....174
8. 平均天頂距的改正( $z = 45^\circ$ ); 因子  $C_2$  .....175
9. 平均天頂距的改正( $z = 45^\circ$ ); 因子  $C_3$  .....176

### 近子午圈高度法測定緯度

10. 第二項:  $Bn$  .....177
11. 最大的允許時段  $\tau$  .....178

### 北極星高度法測定緯度

12. 第二項 .....179

### 多星高度(等高)法測定經緯度

13.  $g$  與  $g \cos^2 \alpha'$  .....180
14. 方位角計算( $z = 30^\circ$ ) .....181
15. 方位角計算( $z = 45^\circ$ ) .....182
16. 時角計算( $z = 30^\circ$ ) .....183
17. 時角計算( $z = 45^\circ$ ) .....184

## 算 例

號數

### 方位角測定

1. 近子午圈恒星時角法 .....186
2. 近大距恒星時角法 .....188
3. 太陽時角法 .....190
4. 近大距恒星高度法 .....192
5. 太陽高度法 .....194

### 緯度測定

6. 恒星子午圈高度法 .....196
7. 恒星近子午圈高度法(已知錶差) .....198
8. 恒星近子午圈高度法(未知錶差) .....200
9. 恒星近子午圈高度法; 圖解平差 .....203

### 經度測定

10. 近卯酉圈恒星天頂距法 .....204

## 同時測定經緯度

11. 恒星天頂距法 .....	206
12. 恒星天頂距法；圖解平差 .....	209
13. 多星等高法 .....	210
14. 多星等高法；圖解平差 .....	214
中英名詞對照表 .....	215



# 第一章 地理坐标

## § 1.1 概 述

天文学在测量上的应用是根据天文观测以确定点在地球面上的位置以及连接这些点的大地线的方位角。

在实施天文观测时，我们把测站上的重力方向当做基本方向；当用水准器安置观测的仪器时，其旋转轴的位置与重力的方向或相一致或相垂直。任何其余的微小水平误差均可用水准器来量测，并在计算中加以顾及。施加改正之后，用仪器测得的一切数值，便是以重力的方向为依据的了。要清楚的了解在某些区域中的重力方向，必先介绍水准面的概念。

水准面是一个曲面，在其上任意一点的重力均垂直于此面。很显明，存在着无穷个的水准面；其中的一个特别重要：那就是通过平均海水面的水准面，叫做大地水准面。

各水准面既不平行也不相交而是互相包围着的。从这一点便可看出，一条垂直于所有水准面的线——叫做铅垂线——并非直线而是曲线。我们必须认识到在一点上的铅垂线和垂线的区别。垂线是切于铅垂线并代表在该点上的重力方向。

在图 1 中， $P'$  为位于地球表面上且在大地水准面之上某一距离的测站。 $P$  为  $P'$  在大地水准面上的投影。由于水准面与大地水准面不相平行，故  $P'$  的垂线与向大地水准面的垂直线  $PP'$  也不吻合，而交成  $\theta'$  角。在图中此角已经放大；实际上它是非非常小的，通常可以略而不计；因此  $P'$  的垂线与垂直线  $PP'$  可设想是吻合的。也就意味着测站  $P'$  可以设想是同  $P$  吻合，亦即是在不考虑到  $P'$  对于大地水准面的高程时， $P'$  便位于大地水准面（它代替了地球的表面）上。因为这个高程在大地天文测量上是不太重要的，因此我们便在此采用了这个假设。

大地水准面虽然没有像地球表面形状那样的不规则，但是仍然不可能利用作为大地计算的基础。因此，我们采用旋转椭球体以代替大地水准面，此椭球体的短轴则平行于地球的旋转轴。

椭球体的形状大小及其定位的选择必须保证它与测区的大地水准面最为密合。海福特氏从美国的天文和大地测量所求得的椭球体，可能是目前最佳的一个<sup>①</sup>，这个椭球体曾被国际大地测量与地球物理协会在 1924 年的马德里会议上采用作为

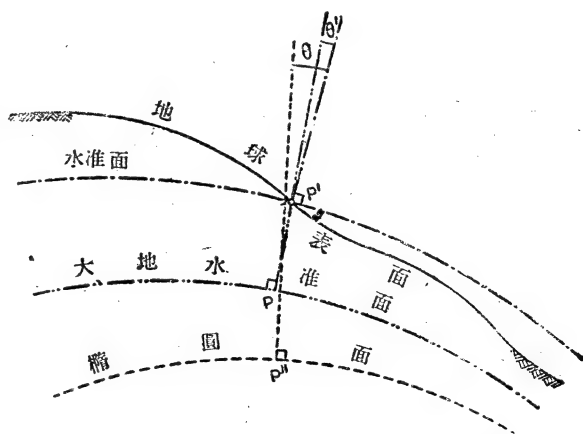


图 1. 大地水准面与椭球面。垂线偏差

<sup>①</sup> 目前据我们了解，海福特椭球体的导出有许多缺点，而克拉索夫斯基椭球体应认为是现代最佳的参考椭球体。其形状与大小为  $a=1:298.3$ ， $a=6378245$  m ——译者注。

国际椭圆体，其大小为：

赤道半径=6,378,388 公尺， 扁率=1:297.0。

大地测量工作者通常將椭圆体如此定位，使得在测区的中央点所作的椭圆体的法綫与鉛垂綫相一致（譯者按：就是說在此点上相对的垂綫偏差为零）。但在計算了一段連接該中央点与一地面点  $P'$  的三角鎖之后，得出  $P'$  在参考椭圆面（作为計算依据的）上的相应点为  $P''$ （圖1）。此  $P''$  上的椭圆体的法綫通常不与  $P'$  的垂綫相一致，而構成夾角  $\theta$ ，此角名为垂綫偏差。垂綫偏差常較天文观测和大地測量的誤差为大；在平坦地区其值較小（数弧秒），而在某些个别地区較大，在最大的情形下（例如南美洲哥倫比亞）其值几乎可达1'。

今假設有一無穷大半徑的球体，它与大地体同心；名为同地心天球，或簡称为天球。在大地水准面上某点的垂綫与天球的交点便是該点的天頂。大地水准面到处都呈凸形，沒有一个地方是凹形的，在大地水准面上所有点子的垂綫方向均不相同，因此这些点子的天頂沒有一个相吻合的。于是乎大地水准面上任何一点的位置便可以很明确的为它的天頂位置所决定。因此确定某点在大地水准面上的位置的問題便可确定某点的天頂在天球上的位置的問題来代替了。

## § 1.2 定 义

圖2表示一个有限大的天球，所以这个圖的比例尺是非常的小。在这种比例尺上，大地体可以用一点表示之，它与天球的

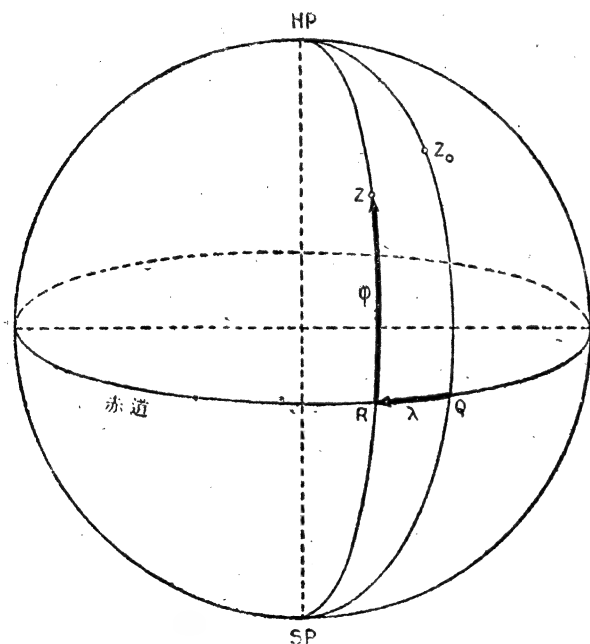


圖 2. 天頂的直角坐标

角，叫做地理經度

$\Phi = Z$  与  $NP$  之間的球面距离，叫做余緯度

显然： $\Phi = 90^\circ - \varphi$ 。

地理經度可以時間單位或角度單位表示之。这些單位間的关系是：

大地体可以用一点表示之，它与天球的球心相吻合。 $NP$ （北極）与  $SP$ （南極）为地球的旋轉軸（或極軸）与天球的交点。經過  $NP$ （与  $SP$ ）的大圓都叫做子午圈。

垂直于  $NP-SP$  的大圓名为赤道。 $Z$  为大地水准面上任意一点的天頂； $Z_0$  为格林威治的天頂。

$Z$  的位置是用球面直角坐标来确定的：

$\lambda = Z_0$  子午圈与  $Z$  子午圈之間的赤道距离，名为地理經度；

$\varphi = Z$  与 赤道間的球面距离，名为地理緯度。

除了直角坐标外，我們也可以采用球面極坐标（圖3）：

$\lambda = Z_0$  子午圈与  $Z$  子午圈間的夾

1 吋( $1''$ ) = 15 度( $15^\circ$ )

1 分( $1'$ ) = 15 分( $15'$ )

1 秒( $1''$ ) = 15 秒( $15''$ )

地理坐标通常可视为常数。只有在需要高精度的情形下，才有必要考虑到由于地球绕其旋转轴移动而产生的微小变化。很显然，这种现象改变了地面一点的天顶对于北极的位置，因此也就改变了坐标（参看图 2 及图 3）。在实用上采取平均地理坐标，这种坐标是根据地球对其旋转轴的理论上的平均位置。由于纬度的变化不超过  $0''.2$ ，经度变化不超过  $0''.2$ ，所以它们通常可以略而不计。

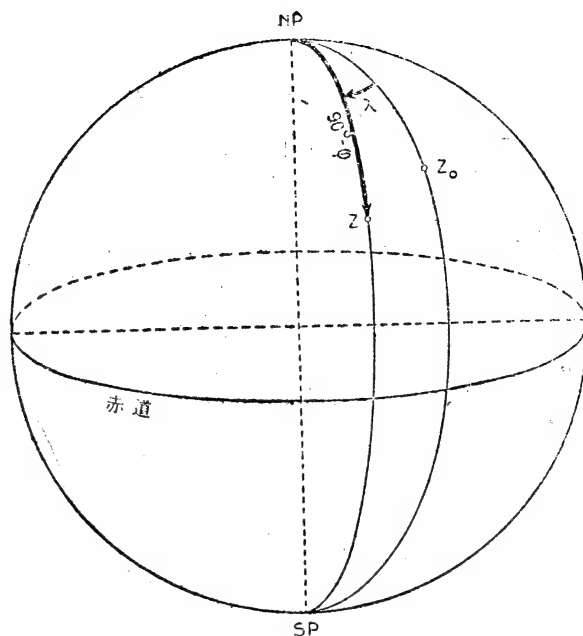


圖 3. 天頂的極坐标

## 第二章 天文坐标

### § 2.1 定 义

在大地天文学中，一颗星的位置系以其在天球上的相应点的位置确定之。如果连接地球中心与恒星的瞬时中心（就在它放射出为地球上所观测到的光线的瞬时）（在 §2.6 中将详细讨论此问题），则此连线与天球相交之交点即可近似地认为是该星的相应点。虽然该点是一个数学概念，它通常还是叫做一颗星。因此为了避免混乱，便称这个天体为一物理星。为着表示恒星在天球上的位置，便采用了非常相似于地理坐标系统的一种坐标系统——天文坐标。

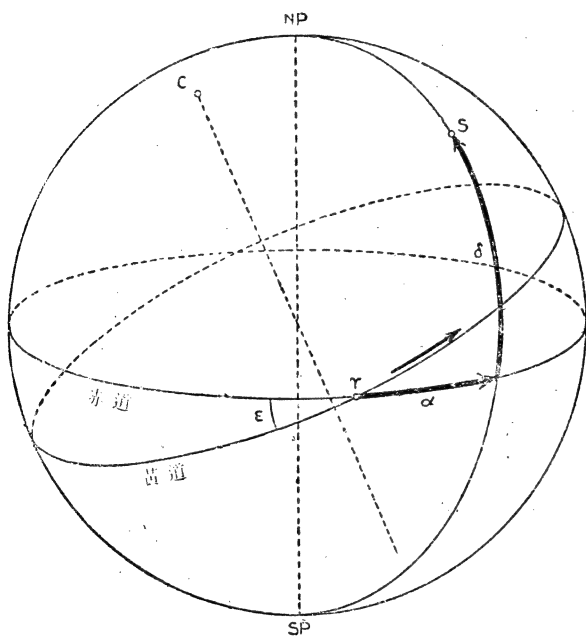


圖 4. 恒星的直角坐标

我們对于星的定义，“太陽”是连接太陽中心和地球中心的直线与天球相交的交点。根据这种方法所解释的太陽似乎在一个大圆上运动，此大圆为太陽的轨道平面与天球的交线，名为黄道（圖 4）；它与赤道面之间的倾角  $\varepsilon$ ——黄赤交角——约为  $23^\circ.5$ 。黄道的北極  $C$  距离赤道的北極  $NP$  大约为  $23^\circ.5$ 。

圖 4 中，沿着黄道所画的一个箭头是表示太陽視运动的方向。太陽的赤緯显然在  $+23.5^\circ$ （大約在 6 月 21 日）与  $-23.5^\circ$ （大約 12 月 21 日）之間变化着。一年之中有兩次（約 3 月 21 日和 9 月 21 日）太陽的赤緯为零；这种情形即發生在太陽到达黄道与赤道的兩交点之时。在此两个位置之一（3 月 21 日），太陽赤緯从負变到正，是为春分点  $\gamma$ ；赤經便是从这一个参考点量起。

除直角坐标之外，極坐标也可用来表示恒星的位置（圖 5）：

圖 4 表示一星  $S$  的球面直角坐标：

$\alpha$  = 参考点  $\gamma$ （随后即将解释）与  $S$  的子午圈之間的赤道距离，名为赤經；

$\delta$  =  $S$  与赤道間的球面距离，名为赤緯。 $\delta$  的正負号視其為北赤緯或南赤緯。

确定参考点  $\gamma$  的方法需要一些解釋。地球是繞着太陽以每年一周的速度在一个椭圆的軌道上旋轉。运动是一个相对的观念。如果假设地球是固定在空間，其結果太陽便好像在运动着，这是地球运动的反映。作为一个物理体的太陽于是便好像圍繞着地球以每年一周的速度在一椭圆的軌道上旋轉。在大地天文的意义上，根据我

$\alpha$  = 恒星与春分点兩子午圈之間的夾角，名为赤經。

$p = NP$  与恒星之間的球面距离，名为極距。显然： $p = 90^\circ - \delta$ 。

赤經可以用時間單位也可以用角度單位来表示；这两种單位的关系載于 § 1.2 中。

## § 2.2 天文坐标的变化

天文坐标由于物理星及坐标軸的位移而受到微小的变化。我們应將下列各种的位移加以区别；

- (a) 物理星：自行
- (b) 赤道的極：日月岁差与章动。
- (c) 黄道的極：行星岁差。
- (d) 恒星：周年視差。
- (e) 恒星：周年光行差。

这些位移將分述于以下各节。

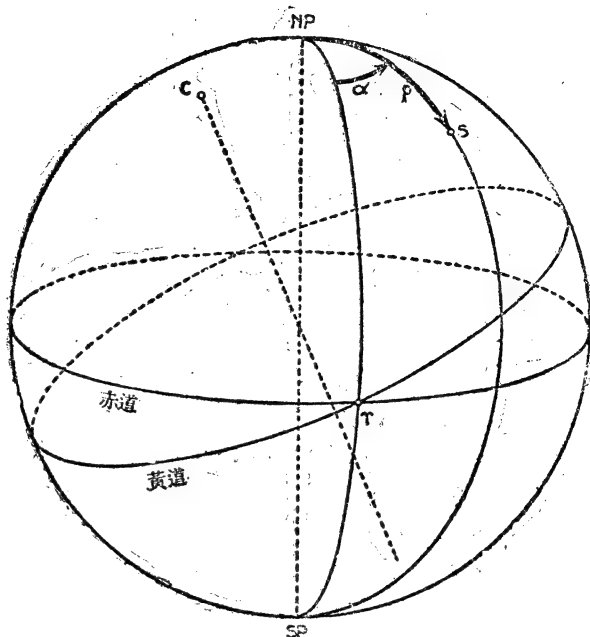


圖 5. 恒星的極坐标

## § 2.3 自 行

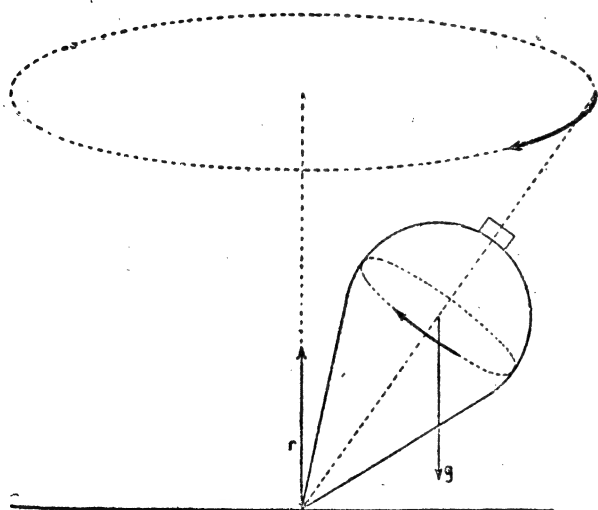


圖 6. 旋轉着的陀螺的岁差

每顆物理星在空間沿着一个可視為一条直線的軌道上运动。此运动可分解成两个分量：一个分量是沿着連接地球中心与物理星中心的直線，另一个分量則与此直線相垂直。

从 § 2.1 中所下的星的定义可以看出，前一分量不引起星在天球上的位移，但后一分量就会引起；这种位移名为自行 ( $\mu$ )。由此而發生的赤緯与赤經的变化各名为赤經的自行 ( $\mu_\alpha$ ) 与 赤緯的自行 ( $\mu_\delta$ )。目前所知道的具有最大自行(每年約为  $\mu = 10''$ ) 的恒星，是一顆在赤道附近的微弱的星 ( $\alpha = 17^h 53^m$ ,  $\delta = +4^\circ 28'$ )。

## § 2.4 日月、行星的歲差与章动

### 2.4.1 概述

旋轉物体在一力偶的作用下，其旋轉軸的軌跡是一个圓錐面运动，这是人們所熟知的事实。这种运动叫做岁差。关于这种有趣的现象大家所熟識的例子便是一个在桌子上旋轉



到日月岁差与章动)，很显然，黄赤交点必定沿着赤道移动；此移动非常微小：每年约为  $0''.13$ 。圖 8 表示黄道  $Ecl_1$  与  $Ecl_2$  的两个連續位置，它的極  $C_1$  与  $C_2$  以及它与赤道的交点  $\gamma'_1$  与  $\gamma'_2$  的顺序位置。

#### 2.4.4 章动

章动是岁差运动中的週期部分 (§2.4.1)；它使得真北極  $NP$  与平北極  $\overline{NP}$  位置間的差別起了週期性变化，因此便产生了真赤道与平赤道之間相应的差別。真黄道与真赤道的交点叫做真春分点  $\gamma$ 。圖 9 表示真的与平的北極、赤道及春分点的瞬时相对位置。显然，章动对于恒星的赤經与赤緯均有影响。

表示章动的数学公式包含二十多个不同週期的項。实用上將这些項分为長期項与短期項。其原因將述于 §2.8.6。

### § 2.5 周年視差

如果地球在空間的位置永恒不变

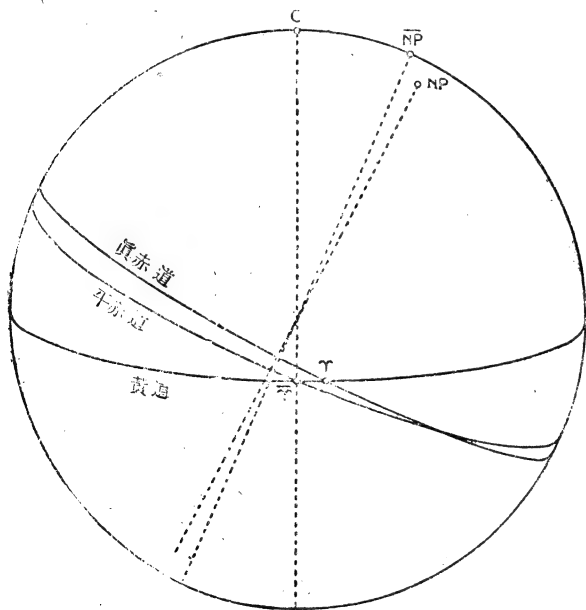


圖 9. 章 动

以每秒 300,000 公里的速度  $V$  在空間前进 (圖 10)。地球  $E$  及在其上的观测者以每秒 30 公里的速度  $v$  繞着太陽运动。这两个联合运动的影响 (略去其他現象如折光差及周日光行差

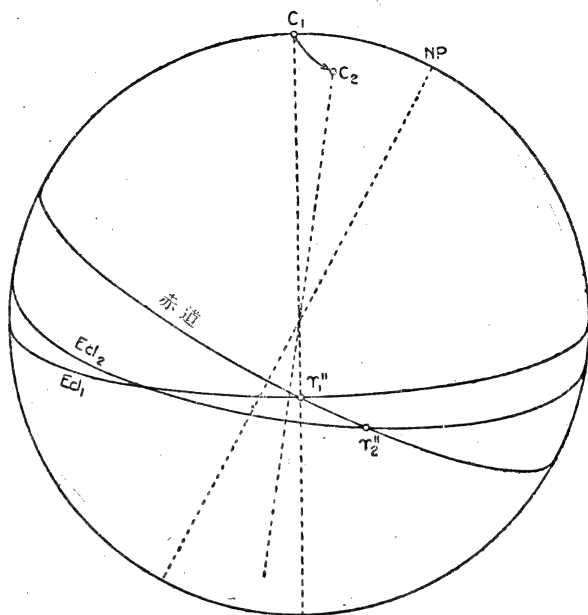


圖 8. 行星岁差

并且我們不考虑其他現象，則連接地球中心及一个物理星中心的直綫与天球相交的交点也必定有固定的位置。由于地球圍繞太陽运动，此交点的位置——根据 §2.1 的定义名之为星——受到週年的变化，名之为周年視差。讀者从簡單的几何观念可以看出，地球与物理星之間距离愈小則週年視差愈大。最大的週年視差 ( $0''.76$ ) 是半人馬星座中的比鄰星，为目前所知道的最近的一颗星。視差为已知且为显著的恒星数目是非常有限的。对于測量工作通常可以不顧及周年視差。

### § 2.6 周年光行差

由物理星  $S'$  所放射出来的光綫

等)，使得物理星的光好像从  $SE$  方向射来，此为向量  $V$  与  $v$  所构成光行差平行四边形的对角线的方向。

如果在观测的时刻， $\vartheta$  为向量  $V$  与  $v$  的夹角， $-\Delta\vartheta$  为物理星受光行差影响后的视位移，于是有（圖10）：

$$\sin(-\Delta\vartheta) = -\frac{v}{V} \sin(\vartheta - \Delta\vartheta)$$

由于  $\Delta\vartheta$  为一微小量，故此公式可近似地写为：

$$\Delta\vartheta = -\frac{v}{V} \rho \sin\vartheta \equiv -x \sin\vartheta$$

式中  $\rho = 206265''$ ， $x = \frac{v}{V} \rho$ （光行差的系数）

因为地球绕着太阳的运动并不均匀， $x$  并非常数，而在  $20''.1$ （12月）与  $20''.8$ （6月）之间变动。光行差的现象使得我们必须重新考虑“星”的定义；在 § 2.1 中对于星的定义曾暂作为地球中心和物理星中心的连线与天球的交点。

用一根光线将此直线体现出来，则由于周年光行差（周日光行差与折光差暂时不加考虑），便引起星体的视位移，对于一颗星的较精密的定义可作如下的叙述：一颗星（在大地天文的意义）是光行差平行四边形的对角线与天球的交点。

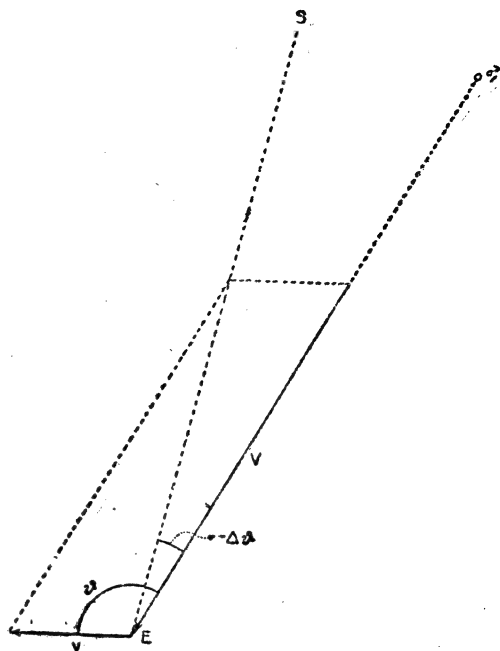


圖 10. 光行差

## § 2.7 视天文坐标与平天文坐标

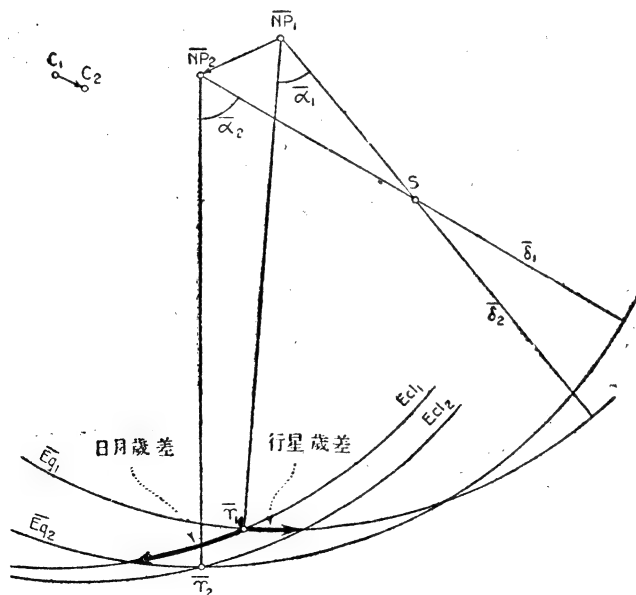


圖 11. 平春分点的运动。平天文坐标的变动

某星沿着真赤道从真春分点起算的赤经名为视赤经。某星的赤纬从真赤道起算名为视赤纬。这些视坐标包含所有自行、日月及行星岁差、章动、光行差及视差的影响。

如果仅考虑到自行及日月岁差——或其联合的影响（叫做周年变化）——的影响，则其坐标为平赤经与平赤纬。

略去章动与行星岁差即意味着星的坐标是根据平赤道与平春分点而确定；略去光行差与视差即意味着不考虑地球绕太阳的轨道运动。



因此，恒星的平赤經与平赤緯是根据平赤道与平春分点而确定的坐标，是太陽中心与物理星中心的連線同以太陽为中心的天球（日心天球）相交的点的坐标。

恒星的赤經是与平春分点的位置有关，同受着日月与行星岁差的影响。在另一方面，恒星的赤緯从平赤道量起，仅受着日月岁差的影响。圖 11 表示恒星  $S$  的平赤經  $\bar{\alpha}_1$  与  $\bar{\alpha}_2$  和平赤緯  $\bar{\delta}_1$  与  $\bar{\delta}_2$  的两个連續数值。

## § 2.8 天文坐标的化算

### 2.8.1 概述

土地測量师在进行經緯度与方位角的天文測定时，必須采用在观测时正确的恒星視坐标。这个由天文学家所計算的載于星表或天文年历中的数据，通常不能滿足測量工作者的需要，因此，他必須从所获得的数据中計算出所需要的。这种計算叫做天文坐标的化算。

每年出版的最重要的天文年历有：

(1) 美国天文年历与航海历書(The American Ephemeris and Nautical Almanac)

年份……(以后簡称美国天文年历,“American Ephemeris”)。华盛顿文件管理局(Supintendent of Documents, Washington, D. C.)出售。

(2) 航海历書与天文年历(The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris<sup>①</sup>)

年份……(以后簡称航海历書)。倫敦英国皇家文献出版局(H. M. Stationery office, York House, Kingsway, London W.C.2)出售。

(3) 法国天文年历(La Connaissance des Temps)

年份……法国 Gauthiers-Villars, Quai des Grands-Augustins, 55, Paris 出售。

(4) 德国天文大地年历(Astronomisch-Geodätisches Jahrbuch)

年份……購買处为：德国 Verlag G. Braun G. M. B. H. Karlsruhe。

(5) 西班牙航海年历 (Almanaque Náutico)

年份……購買处为…… Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando, Cadiz, Spain。

(6) 基本星的視位置(Apparent places of Fundamental Stars)

購買处同(2)。

星表中通常載着恒星在某一普通年(比喩說 1900 或 1950 年)岁首的平坐标，例如波斯星表(“General Catalogue of 33342 Stars”, Carnegie Institution of Washington, Washington, D.C.)。天文年历是每年出版的，載有恒星在該年岁首的平坐标，拱極星(赤緯大于  $80^\circ$  的星)每日上过格林威治子午圈的視坐标以及非拱極星每十日上过格林威治子午圈的視坐标，但不包括章动的短週期項(十日星)，年历中所包括的其他資料將于后几章中加以討論。測量工作者所需要进行的最繁雜的天文坐标化算，就是將某年岁首的平坐标化算到另一年(观测年)观测时刻的視坐标。这种化算可以分为三个步驟进行：

a. 將某一年岁首的平坐标化算到观测年岁首的平坐标。

b. 將观测年岁首的平坐标化算到观测时刻的視坐标，但不顧及章动短期項。

c. 視坐标章动短期項的改正計算。

<sup>①</sup>从 1951 年起，英国皇家文献出版局出版一种專为土地測量师应用的星历書：Star Almanac for Land Surveyors。

下面几节將依次討論这些化算，并指出土地測量師在何种情况下必須应用这些步驟中的一个或多个。

### 2.8.2 从某年岁首的平坐标化算到观测年岁首的平坐标

应用的公式为：

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_0 + T' \left( \frac{d\bar{\alpha}_0}{dT'} + \mu_{\alpha_0} \right) + \frac{1}{2} T'^2 \frac{d^2\bar{\alpha}_0}{dT'^2}$$

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}_0 + T' \left( \frac{d\bar{\delta}_0}{dT'} + \mu_{\delta_0} \right) + \frac{1}{2} T'^2 \frac{d^2\bar{\delta}_0}{dT'^2}$$

式中：  $\bar{\alpha}$  = 所求的平赤經。

$\bar{\alpha}_0$  = 所給的平赤經。

$T'$  = 所計算的兩個時刻間的年数。

$\frac{d\bar{\alpha}_0}{dT'}$  = 赤經的日月岁差。

$\mu_{\alpha_0}$  = 赤經的自行。

$\left( \frac{d\bar{\alpha}_0}{dT'} + \mu_{\alpha_0} \right)$  = 赤經的周年变化。

$\frac{d^2\bar{\alpha}_0}{dT'^2}$  = 赤經周年变化的年变率；亦即赤經長期变化的万分之一。

本公式中对于  $\bar{\delta}$  的各符号亦具有相同的意义，凡含有  $\bar{\alpha}_0$  及  $\bar{\delta}_0$  的星表必載有周年变化与長期变化。

### 2.8.3 从观测年岁首的平坐标化算到观测时刻的視坐标，但不包括章动的短期項

著名的天文学家白塞尔曾导出下列化算的公式：

$$\left. \begin{aligned} (\alpha) &= \bar{\alpha} + (Aa + Bb) + (Cc + Dd) + E + \tau\mu \\ (\delta) &= \bar{\delta} + (Aa' + Bb') + (Cc' + Dd') + \tau\mu_{\delta} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1})$$

式中：

$(\alpha)$  = 在观测时刻的視赤經，不包括章动短期項。

$(Aa + Bb)$  = 由于日月岁差及章动長期項影响的赤經的变化。

$(Cc + Dd)$  = 受周年光行差影响的赤經变化。

$E$  = 赤經受行星岁差影响的变化。

$\mu_{\alpha}$  = 赤經每年的自行。

$\tau$  = 从岁首到观测时刻 (§ 3.5 中將再討論此問題) 以年为單位的时间。

这个数值根据每年的每一天載于年历中 (参考 28 頁上第二欄)。

公式中对于  $(\delta)$  的符号也具有相同的意义。

$A, B, C, D$  及  $E$  諸数量与星的坐标無关，称为白塞尔日数或白塞尔星数。它們是按該年的每日 (G.M.T. = 0<sup>h</sup>; 参考 § 3.3) 列載于天文年历中。23 頁表示 1946 年航海历書中的一段，包括白塞尔星数  $A, B, C, D$  (第四到第七欄) 与  $E$  (附于第 23 頁表下)。

$a, b, c, d, a', b', c'$  及  $d'$  为白塞尔恒星常数，可从下列公式計算而得：

$$a = m^s + n^s \sin \bar{\alpha} \tan \bar{\delta} \quad a' = n'' \cos \bar{\alpha}$$

白塞尔日数, 1946

日 期	$A_{1950}$	$S$	$A$	$B$	$C$	$D$	$A'$	$B'$
正月 1	-4.3330	0.093	-0.3330	+0.36	- 3.25	+20.16	-0.0031	+0.06
2	.3294	.093	.3294	0.34	3.58	20.09	- .0020	+ .03
3	.3258	.093	.3258	0.32	3.91	20.02	- .0006	+ .09
4	.3221	.093	.3221	0.31	4.24	19.94	+ .0009	+ .03
5	.3185	.093	.3185	0.29	4.56	19.86	+ .0022	+ .06
6	-4.3150	0.093	-0.3150	+0.27	- 4.89	+19.77	+0.0029	+0.02
7	.3114	.092	.3114	0.25	5.21	19.67	+ .0029	- .02
8	.3078	.092	.3078	0.23	5.53	19.56	+ .0020	- .06
9	.3043	.092	.3043	0.21	5.85	19.45	+ .0004	- .08
10	.3008	.092	.3008	0.19	6.16	19.34	- .0016	- .09
11	-4.2973	0.092	-0.2973	+0.17	- 6.48	+19.21	-0.0033	-0.08
12	.2938	.092	.2938	0.15	6.79	19.08	- .0044	- .04
13	.2904	.092	.2904	0.13	7.10	18.95	- .0046	00
14	.2869	.091	.2869	0.10	7.41	18.81	- .0037	+ .04
15	.2835	.091	.2835	0.08	7.71	18.66	- .0018	+ .03
16	-4.2802	0.091	-0.2802	+0.06	- 8.02	+18.51	+0.0005	+0.09
17	.2768	.091	.2768	0.03	8.32	18.35	+ .0028	+ .03
18	.2735	.091	.2735	+0.01	8.61	18.19	+ .0045	+ .05
19	.2702	.091	.2702	-0.02	8.91	18.02	+ .0053	+ .01
20	.2669	.091	.2669	0.04	9.20	17.84	+ .0052	- .03
21	-4.2637	0.090	-0.2637	-0.07	- 9.49	+17.66	+0.0042	-0.07
22	.2605	.090	.2605	0.10	9.78	17.48	+ .0025	- .09
23	.2573	.090	.2573	0.12	10.06	17.29	+ .0006	- .09
24	.2541	.090	.2541	0.15	10.34	17.09	- .0013	- .03
25	.2510	.090	.2540	0.18	10.62	16.89	- .0027	- .06
26	-4.2479	0.090	-0.2479	-0.20	-10.89	+16.68	-0.0036	-0.02
27	.2448	.090	.2448	0.23	11.16	16.45	- .0039	+ .02
28	.2417	.090	.2417	0.26	11.43	16.25	- .0035	+ .05
29	.2388	.089	.2388	0.29	11.69	16.02	- .0025	+ .03
30	.2358	.089	.2358	0.31	11.95	15.79	- .0010	+ .09
二月 31	-4.2328	0.089	-0.2328	-0.34	-12.20	+15.56	+0.0005	+0.09
1	.2299	.089	.2299	0.37	12.45	15.32	+ .0020	+ .07
2	.2270	.089	.2270	0.40	12.70	15.08	+ .0029	+ .04
3	.2242	.089	.2242	0.43	12.94	14.83	+ .0031	00
4	.2214	.089	.2214	0.45	13.18	14.58	+ .0025	- .05
5	-4.2186	0.088	-0.2186	-0.48	-13.42	+14.32	+0.0011	-0.08
6	.2158	.088	.2158	0.51	13.65	14.06	- .0007	- .09
7	.2131	.088	.2131	0.54	13.87	13.80	- .0025	- .03
8	.2104	.088	.2104	0.57	14.09	13.53	- .0039	- .05
9	.2077	.088	.2077	0.60	14.31	13.25	- .0044	- .01
10	-4.2051	0.088	-0.2051	-0.62	-14.52	+12.98	-0.0033	+0.03
11	.2026	.088	.2026	0.65	14.73	12.70	- .0023	+ .07
12	.2000	.088	.2000	0.68	14.93	12.41	- .0002	+ .09
13	.1975	.088	.1975	0.71	15.13	12.12	+ .0021	+ .09
14	.1949	.088	.1949	0.75	15.33	11.83	+ .0039	+ .06
15	-4.1924	0.087	-0.1924	-0.76	-15.52	+11.53	+0.0050	+0.02
16	-4.1900	0.087	-0.1900	-0.79	-15.70	+11.23	+0.0051	-0.02

 $E$  可视为  $-0^s.003$ 

本表录自 1946 年英国航海历书 Nautical Almanac.

$$\begin{aligned}
 b &= -\frac{1}{15} \cos \bar{\alpha} \tan \bar{\delta} & b' &= -\sin \bar{\alpha} \\
 c &= \frac{1}{15} \cos \bar{\alpha} \sec \bar{\delta} & c' &= \tan \varepsilon \cos \bar{\delta} - \sin \bar{\alpha} \sin \bar{\delta} \\
 d &= \frac{1}{15} \sin \bar{\alpha} \sec \bar{\delta} & d' &= \cos \bar{\alpha} \sin \bar{\delta}
 \end{aligned}$$

在这些公式中本来以应用视坐标为恰当。但是它们也可代以  $\bar{\alpha}$  及  $\bar{\delta}$  而不致有显著的误差。 $\alpha$  与  $\alpha'$  是赤经与赤纬的日月岁差；可按下列方法之一计算，而以第二法较为容易：

1. 应用上述公式。 $m$  及  $n$  为日月岁差及黄赤交角的函数；它们非常缓慢地随着时间而变化，并且按该年的岁首载于年历中；这些数值应用于全年而不生显著的误差。

2. 将该星的周年变化（载于年历中）减去自行，其差即为日月岁差。

$c'$  的公式中出现的数量  $\varepsilon$  为平黄赤交角，载于该年的年历中。通常在年历中均载有这种化算的例子。

## 2.8.4 视坐标的章动短期项之改正计算

第一法（应用于英、西、德各国的天文年历中）

公式：

$$\begin{aligned}
 \alpha &= (\alpha) + (A'a + B'b) \\
 \delta &= (\delta) + (A'\alpha' + B'b')
 \end{aligned}$$

式中： $\alpha$  = 经完全改后的视赤经。

$(A'a + B'b)$  = 由于章动短期项影响的赤经变化。

在  $\delta$  的公式中的各符号也具有相同的意义。

$A'$  与  $B'$  是额外的白塞尔日数，并可于天文年历中连同其他的白塞尔日数<sup>①</sup>查得（参考第 23 页第八与第九栏）。

数量  $a, b, a'$  及  $b'$  为上节中曾经讨论过的一些白塞尔恒星常数，其计算方法与公式也已给出。如果化算仅考虑到章动的短期项（即第三个化算步骤），则  $a, b, a'$  及  $b'$  可直接从天文年历中求得。实际上，天文年历中含有每个十日星的视坐标（不包含章动的短期项）那些行的底下，载有这些常数，其精度对于这个目的来说已足够了。

第二法（采用于美国天文年历及基本星视位置表中）

公式：

$$\begin{aligned}
 \alpha &= (\alpha) + d\alpha(\psi) \cdot d\psi + d\alpha(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \\
 \delta &= (\delta) + d\delta(\psi) \cdot d\psi + d\delta(\varepsilon) \cdot d\varepsilon
 \end{aligned}$$

在美国天文年历中，载有该年每天的  $d\psi$  与  $d\varepsilon$  之值和白塞尔日数；在基本星视位置表中则另列一专表（参考第 25 页）。

$d\alpha(\psi), d\alpha(\varepsilon), d\delta(\psi)$  及  $d\delta(\varepsilon)$  均制成表，列于含有每一十日星的视坐标（除掉短期项）各行的底下（参考第 26 页）。

这两个方法在数字计算上虽有区别，但其原理则相同；第二法比较方便。

下例表示 1946 年 3 月 2 日大熊座  $\beta$  星上过格林威治子午圈时视坐标的章动短期项的改正计算。

从 26 页中第四、五两栏查取：

<sup>①</sup>其他的白塞尔日数是指  $A, B, C$  与  $D$ ——译者注。

章动的短期項 1946

表 I

日 期	$d\psi$	$d\epsilon$	日 期	$d\psi$	$d\epsilon$	日 期	$d\psi$	$d\epsilon$	日 期	$d\psi$	$d\epsilon$
正月	"	"	二月	"	"	四月	"	"	五月	"	"
1	-0.16	-0.06	16	+0.26	+0.02	1	+0.01	+0.09	17	-0.17	-0.04
2	.10	.08	17	.22	.06	2	-.08	.09	18	.14	.07
3	-.03	.09	18	.15	.08	3	.16	.07	19	.08	.09
4	+.05	.08	19	+.05	.09	4	.21	+.04	20	-.01	.09
5	.11	.06	20	-.04	.09	5	.21	-.01	21	+.06	.08
6	+0.15	-0.02	21	-0.12	+0.07	6	-0.15	-0.05	22	+0.11	-0.05
7	.14	+.02	22	.18	+.03	7	-.06	.08	23	.13	-.01
8	.10	.06	23	.20	.00	8	+.06	.09	24	.11	+.03
9	+.02	.08	24	.19	-.04	9	.17	.08	25	+.05	.07
10	-.08	.09	25	.15	.07	10	.25	.05	26	-.04	.09
11	-0.17	+0.08	26	-0.09	-0.09	11	+0.28	-0.01	27	-0.14	+0.09
12	.22	+.04	27	-.01	.09	12	.26	+.04	28	.22	.07
13	.23	.00	28	+.07	.08	13	.21	.07	29	.26	+.03
14	.18	-.04	三月 1	.13	.05	14	.12	.09	30	.24	-.02
15	-.09	.08	2	.16	-.01	15	+.02	.09	31	.16	.06
16	+0.03	-0.09	3	+0.14	+0.03	16	-0.07	+0.08	六月 1	-0.04	-0.09
17	.14	.08	4	+.08	.07	17	.14	.05	2	+.09	.10
18	.23	.05	5	-.01	.09	18	.18	+.02	3	.21	.08
19	.27	-.01	6	.10	.09	19	.19	-.02	4	.28	-.04
20	.26	+.03	7	.17	.07	20	.18	.05	5	.31	+.01
21	+0.21	+0.07	8	-0.21	+0.03	21	-0.13	-0.08	6	+0.27	+0.05
22	.12	.09	9	.20	-.02	22	-.07	.09	7	.20	.08
23	+.03	.09	10	.13	.06	23	+.01	.09	8	+.10	.10
24	-.06	.08	11	-.03	.09	24	.08	.07	9	.00	.09
25	.14	.06	12	+.08	.09	25	.12	-.04	10	-.08	.07
26	-0.18	+0.02	13	+0.18	-0.07	26	+0.15	+0.01	11	-0.14	+0.04
27	.19	-.02	14	.25	-.04	27	.10	.05	12	.17	.00
28	.17	.05	15	.27	.00	28	+.03	.08	13	.16	-.03
29	.12	.08	16	.24	+.04	29	-.06	.09	14	.13	.06
30	-.05	.09	17	.17	.08	30	.16	.09	15	.08	.08
31	+0.03	-0.09	18	+0.08	+0.09	五月 1	-0.22	+0.06	16	-0.01	-0.09
1	.10	.07	19	-.01	.09	2	.24	+.01	17	+.06	.08
2	.15	-.04	20	.10	.07	3	.20	-.04	18	.11	.06
3	.16	.00	21	.16	.04	4	-.10	.08	19	.14	-.02
4	.13	+.05	22	.20	+.01	5	+.02	.09	20	.13	+.02
5	+0.06	+0.08	23	-0.20	-0.03	6	+0.14	-0.09	21	+0.08	+0.06
6	-.04	.09	24	.17	.06	7	.24	.06	22	-.01	.09
7	.13	.08	25	.11	.09	8	.29	-.02	23	.11	.09
8	.20	.05	26	-.04	.10	9	.29	+.02	24	.20	.08
9	.22	+.01	27	+.04	.09	10	.24	.06	25	.26	+.04
10	-0.19	-0.03	28	+0.11	-0.06	11	+0.16	+0.03	26	-0.27	.00
11	.12	.07	29	.14	-.02	12	+.06	.09	27	.22	-.05
12	-.01	.09	30	.14	+.02	13	-.03	.03	28	-.11	.09
13	+.10	.09	31	.09	.06	14	.11	.06	29	+.02	.10
14	.20	.06	四月 1	+.01	.09	15	.16	+.03	30	.15	.09
15	+0.25	-0.02	2	-0.08	+0.09	16	-0.18	-0.01	七月 1	+0.25	-0.05
16	+0.26	+0.02	3	-0.16	+0.07	17	-0.17	-0.04	2	+0.30	-0.01

十日星的視位置按下式改正:

$$\Delta\alpha = d\alpha(\psi) \cdot d\psi + d\alpha(d) \cdot d\epsilon \quad \Delta\delta = d\delta(\psi) \cdot d\psi + d\delta(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

$d\psi$  及  $d\epsilon$  取自上表, 其系数則載于每顆星的下面。

本表录自 1946 年基本星視位置表。

## 恒星視位置 1946

格林威治上中天

星 名 星等, 光譜	58 Leonis		$\beta$ Ursæ Majoris		29 G. Leonis		$\alpha$ Ursæ Majoris (Dubhe)	
	5.05	Ko	2.44	Ao	7.13	G5	1.95	Ko
上 中 天	赤 經	赤 緯	赤 經	赤 緯	赤 經	赤 緯	赤 經	赤 緯
	10 <sup>h</sup> 57 <sup>m</sup>	+3° 54'	10 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup>	+56° 50'	10 <sup>h</sup> 59 <sup>m</sup>	-3° 13'	11 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup>	+62° 02'
	s	"	s	"	s	"	s	"
正月 1.2	45.844	322	55.556	522	51.455	319	24.64	59
11.2	46.146	301	56.048	492	51.754	299	25.20	56
21.1	46.416	271	56.495	447	52.022	268	25.71	51
31.1	46.649	233	56.881	386	52.252	230	26.15	44
二月 10.1	46.838	189	57.196	315	52.439	187	26.51	36
	144	98	237	237	142	140	27	217
三月 20.0	46.982	96	57.453	154	52.581	97	26.78	17
2.0	47.078	52	57.587	73	52.678	51	26.95	8
11.9	47.130	12	57.650	5	52.729	12	27.03	1
21.9	47.142	24	57.655	76	52.741	22	27.02	10
31.9	47.118	52	57.579	137	52.719	52	26.92	17
四月 10.9	47.066	76	57.442	186	52.667	74	26.75	22
20.9	46.990	93	57.256	224	52.593	91	26.53	28
30.9	46.897	102	57.032	249	52.502	101	26.25	30
五月 10.8	46.795	107	56.783	263	52.401	107	25.87	33
20.8	46.688	107	56.520	266	52.294	107	25.62	33
六月 30.8	46.581	104	56.254	258	52.187	104	25.29	32
9.7	46.477	97	55.996	243	52.083	100	24.97	30
19.7	46.380	86	55.753	221	51.983	89	24.67	28
29.7	46.294	75	55.532	191	51.894	78	24.39	24
七月 9.7	46.219	58	55.341	157	51.816	64	24.15	20
19.6	46.161	43	55.184	119	51.752	47	23.95	16
29.6	46.118	22	55.065	76	51.703	27	23.79	11
8.6	46.096	22	54.989	30	51.678	5	23.68	5
18.6	46.096	26	54.959	19	51.673	20	23.63	1
28.5	46.122	55	54.978	72	51.695	49	23.64	7
九月 7.5	46.177	85	55.050	126	51.742	81	23.71	13
17.5	46.262	118	55.176	184	51.823	115	23.84	20
27.4	46.380	196	55.360	242	51.938	152	24.04	27
十月 7.4	46.536	191	55.602	301	52.090	190	24.31	34
17.4	46.727	228	55.903	368	52.280	226	24.65	40
十一月 27.4	46.965	262	56.261	412	52.506	260	25.05	47
6.3	47.247	291	56.673	460	52.766	290	25.52	52
16.3	47.508	316	57.133	498	53.056	314	26.04	56
26.3	47.824	331	57.631	525	53.370	330	26.60	60
十二月 6.3	48.155	337	58.156	568	53.700	336	27.20	61
16.2	48.492	333	58.694	535	54.036	331	27.81	64
26.2	48.825	319	59.229	516	54.367	316	28.42	59
36.2	49.144	293	59.745	480	54.683	291	29.01	54
平 位 置	46.304(4)	28.31(6)	55.760(8)	80.27(6)	51.909(15)	17.97(26)	24.726(8)	34.37(6)
sec $\delta$ , tan $\delta$	+1.002	+0.068	+1.820	+1.521	+1.002	-0.055	+2.133	+1.834
二次中天日期	三月七日		三月七日		三月七日		三月八日	
$da(\psi)$ , $d\delta(\psi)$	+0.062	-0.36	+0.072	-0.38	+0.061	-0.38	+0.07	-0.38
$da(\epsilon)$ , $d\delta(\epsilon)$	+0.004	+0.27	+0.098	+0.27	-0.004	+0.26	+0.12	+0.26
来源及星号	A.E. 1364		B.J. 416		N.A. 1285		B.J. 417	

本表录自 1946 年基本星視位置表。

$$\begin{aligned}
 (\alpha) &= 10^h 58^m 37^s.587 & (\delta) &= +56^\circ 39' 77''.91 \\
 d\alpha(\psi) &= +0.072 & d\delta(\psi) &= -0.38 \\
 d\alpha(\varepsilon) &= +0.098 & d\delta(\varepsilon) &= +0.27
 \end{aligned}$$

并从 25 頁第五及第三兩欄:

$$d\psi = +0.16 \quad d\varepsilon = -0.01$$

于是有:

$$d\alpha(\psi) \cdot d\psi + d\alpha(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = (+0.072)(+0.16) + (+0.098)(-0.01) = +0^s.011$$

$$d\delta(\psi) \cdot d\psi + d\delta(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = (-0.38)(+0.16) + (0.27)(-0.01) = -0''.06$$

因此  $\alpha = 10^h 58^m 37^s.598 \quad \delta = +56^\circ 40' 17''.85$

### 2.8.5 另一种的化算法

另一种將观测年首的平坐标化算到观测时刻的视坐标的方法(包括章动短期項)如下:  
美国天文年历中所采用的公式为:

$$\alpha = \bar{\alpha} + f + f' + \frac{1}{15}g \sin(G + \bar{\alpha}) \tan \bar{\delta} + \frac{1}{15}h \sin(H + \bar{\alpha}) \sec \bar{\delta} + \tau \mu_{\alpha}$$

$$\delta = \bar{\delta} + i \cos \bar{\delta} + g \cos(G + \bar{\alpha}) + h \cos(H + \bar{\alpha}) \sin \bar{\delta} + \tau \mu_{\delta}$$

上式中  $f, f', g, h, i, G$  及  $H$  为独立日数或独立星数。这些星数或其对数按該年的每天列表載于美国天文年历中 (第 28 頁)。

在英国航海历書及法国天文年历中所采用的公式略为不同; 該兩年历中章动的短周期項 (上兩式中包括此項) 的影响是分成几項来表示。虽然  $g$  与  $G$  为不同大小的数量, 然而仍采用同样形式。

如果仅需要少数一兩顆星的視位置时, 有些土地測量师与天文学家認為独立星数較白塞尔星数便利。其实这个便利也不太大。

### 2.8.6 实用的天文坐标化算法

§§ 2.8.2, 2.8.3 及 2.8.4 曾討論到 § 2.8.1 中所提及的三个化算步驟。实际工作中必須按数据的种类性質来决定采用这些步驟中的一个或几个。茲分为四种不同的情况:

a. 設星表載着某年岁首的平坐标, 則所有三个步驟都要应用。

b. 天文年历对于所列的星均載有平坐标及視坐标。但在某些年历中, 載有視坐标的恒星的数目少于載有平坐标的恒星的数目 (或者以前曾經如此)。对于視坐标表內未載出的恒星, 若將其換算到視位置, 必須应用第二步驟, 而在十日星的情形中也要用到第三步驟 (参考 c)。

c. 在年历中所載的大多数十日星的坐标不包括章动的短期項。其原因之一就是这些項的周期与表列坐标值的十日間隔相比是很短的: 如果坐标值中包括短期項, 当然不可能应用內插。因此, 便將这些項除外, 但是如果需要精确的話, 还必须計算, 并应用第三个步驟。

d. 年历中載有拱極星的完全坐标, 其中包括短期項。在这种情形中, 根据就不需要化算, 但是仍要就观测时刻进行內插計算。太陽屬於这种范畴, 其完全視坐标均按日列載。

于此, 我們再談一些实用上的問題。在 1932 年的国际天文学会上曾建議采取措施, 以避免在將来的各国年历中重复印刷。这个建議使得各国天文年历作了相当多的刪減, 并在每年刊印一种單行本, 其中包含 1483 顆十日星以及 52 顆拱極星的平坐标及視坐标。由国际合作而产生的这一本星表名为“19……年基本星的視位置表” (参考 21 頁)。这个發展对

## 独立星数 1939

以世界时或格林威治民用时 0<sup>h</sup> 为准

日期		f		f'		G		H		Log g	Log h	i	Log i
(恒星时)		τ	时	时	度	时	度	时					
		y	s	s	°	h m	°	h m					
正月	1	-0.0007	+0.780	-0.016	54 48	3 59.2	351 7	23 24.4	0.9860	1.3101	-1.37	0.1364n	
	2	+0.0020	0.791	0.015	54 34	3 58.2	350 10	23 20.7	0.9896	1.3099	1.51	0.1793n	
	3	0.0048	0.802	0.012	54 12	3 56.8	349 14	23 16.9	0.9436	1.3097	1.65	0.2185n	
	4	0.0075	0.812	-0.006	53 43	3 54.9	348 17	23 13.1	0.9473	1.3094	1.80	0.2541n	
	5	0.0102	0.823	+0.001	53 7	3 52.5	347 21	23 9.4	0.9505	1.3092	1.94	0.2869n	
	h												
	(7.0)	6	0.0130	+0.833	+0.007	52 29	3 29.9	346 24	23 5.6	0.9530	1.3089	-2.08	0.3174n
	7	0.0157	0.843	0.012	51 50	3 27.3	345 27	23 1.8	0.9544	1.3086	2.22	0.3457n	
	8	0.0185	0.853	0.014	51 16	3 25.1	344 30	22 58.0	0.9551	1.3082	2.36	0.3722n	
	9	0.0212	0.863	0.012	50 50	3 23.3	343 34	22 54.2	0.9553	1.3079	2.49	0.3969n	
10	0.0239	0.874	0.008	50 30	3 22.0	342 37	22 50.4	0.9554	1.3075	2.63	0.4201n		
	11	0.0267	+0.884	+0.003	50 18	3 21.2	341 40	22 46.6	0.9560	1.3071	-2.77	0.4422n	
	12	0.0294	0.894	-0.002	50 10	3 20.7	340 42	22 42.8	0.9573	1.3067	2.90	0.4630n	
	13	0.0321	0.904	0.005	50 4	3 20.2	339 45	22 39.0	0.9593	1.3063	3.04	0.4827n	
	14	0.0349	0.914	0.007	49 55	3 19.6	338 48	22 35.2	0.9619	1.3058	3.17	0.5015n	
	15	0.0376	0.923	0.006	49 41	3 18.8	337 50	22 31.3	0.9650	1.3054	3.30	0.5192n	
	16	0.0404	+0.933	-0.004	49 23	3 17.6	336 52	22 27.5	0.9680	1.3049	-3.44	0.5362n	
	17	0.0431	0.943	0.000	49 0	3 16.0	335 55	22 23.6	0.9707	1.3044	3.57	0.5524n	
	18	0.0458	0.952	+0.003	48 34	3 14.3	334 57	22 19.8	0.9730	1.3039	3.70	0.5678n	
	19	0.0486	0.962	0.007	48 6	3 12.4	333 59	22 15.9	0.9748	1.3034	3.82	0.5827n	
	20	0.0513	0.971	0.009	47 38	3 10.5	333 1	22 12.0	0.9760	1.3029	3.95	0.5969n	
h	21	0.0540	+0.981	+0.010	47 11	3 8.8	332 2	22 8.2	0.9769	1.3023	-4.08	0.6105n	
	(8.0)	22	0.0568	0.990	0.009	46 46	3 7.1	331 4	22 4.3	0.9772	1.3018	4.20	0.6237n
	23	0.0595	0.999	0.007	46 25	3 5.6	330 5	22 0.4	0.9773	1.3012	4.33	0.6362n	
	24	0.0623	1.008	+0.003	46 7	3 4.5	329 7	21 56.5	0.9773	1.3006	4.45	0.6483n	
	25	0.0650	1.017	-0.002	45 54	3 3.6	328 8	21 52.5	0.9774	1.3000	4.57	0.6598n	
	26	0.0677	+1.026	-0.007	45 45	3 3.0	327 9	21 48.6	0.9778	1.2994	-4.69	0.6710n	
	27	0.0705	1.034	0.012	45 39	3 2.6	326 10	21 44.7	0.9788	1.2988	4.81	0.6818n	
	28	0.0732	1.043	0.015	45 34	3 2.3	325 10	21 40.7	0.9804	1.2982	4.92	0.6921n	
	29	0.0760	1.051	0.016	45 27	3 1.8	324 11	21 36.7	0.9827	1.2976	5.04	0.7021n	
	30	0.0787	1.060	0.014	45 15	3 1.0	323 12	21 32.8	0.9856	1.2969	5.15	0.7116n	
二月	31	0.0814	+1.069	-0.009	44 57	2 59.8	322 12	21 28.8	0.9886	1.2963	-5.26	0.7209n	
	1	0.0842	1.077	-0.003	44 33	2 58.2	321 12	21 24.8	0.9915	1.2956	5.37	0.7298n	
	2	0.0869	1.085	+0.004	44 3	2 56.2	320 12	21 20.8	0.9938	1.2950	5.48	0.7385n	
	3	0.0896	1.093	0.009	43 31	2 54.1	319 11	21 16.8	0.9953	1.2943	5.58	0.7468n	
4	0.0924	1.101	0.012	43 1	2 52.0	318 11	21 12.7	0.9960	1.2937	5.69	0.7548n		
h	5	0.0951	+1.109	+0.012	42 35	2 50.3	317 10	21 8.7	0.9962	1.2930	-5.79	0.7626n	
	(9.0)	6	0.0979	1.116	0.009	42 16	2 49.1	316 10	21 4.7	0.9959	1.2924	5.89	0.7701n
	7	0.1006	1.124	+0.005	42 5	2 48.3	315 9	21 0.6	0.9958	1.2917	5.99	0.7773n	
	8	0.1033	1.132	0.000	41 59	2 47.9	314 8	20 56.5	0.9961	1.2910	6.08	0.7842n	
	9	0.1061	1.139	-0.004	41 57	2 47.8	313 7	20 52.4	0.9971	1.2904	6.18	0.7909n	
	10	0.1088	+1.147	-0.007	41 55	2 47.6	312 5	20 48.3	0.9988	1.2897	-6.27	0.7974n	
	11	0.1115	1.154	0.007	41 50	2 47.3	311 4	20 44.2	1.0010	1.2890	6.36	0.8037n	
	12	0.1143	1.161	0.005	41 41	2 46.7	310 2	20 40.1	1.0035	1.2884	6.45	0.8097n	
	13	0.1170	1.168	-0.001	41 26	2 45.7	309 0	20 36.0	1.0058	1.2877	6.54	0.8154n	
	14	0.1198	1.175	+0.003	41 8	2 44.5	307 58	20 31.9	1.0078	1.2871	6.62	0.8210n	
15	0.1225	+1.182	+0.006	40 47	2 43.2	306 56	20 27.7	1.0094	1.2865	-6.71	0.8264n		
16	0.1252	+1.189	+0.009	40 26	2 41.7	305 53	20 23.6	1.0105	1.2858	-6.79	0.8316n		

本表录自 1939 年美国星历 A. E.



## 太 陽 1946

日 期	視 赤 徑	視 赤 緯	視 半 徑	時 差 真時—平時	視 恒 星 時
	h <sup>h</sup> m <sup>m</sup> s <sup>s</sup>	° ' " "	" "	m <sup>m</sup> s <sup>s</sup>	h <sup>h</sup> m <sup>m</sup> s <sup>s</sup>
正月 1	18 43 24.49 <sup>s</sup> 265.08	-23 04 15.7 <sup>+</sup> 268.6	16 17.47	- 3 14.77 <sup>s</sup> -28.52	6 40 09.709
2	18 47 49.67 264.75	22 59 27.1 <sup>+</sup> 316.2	16 17.47	3 45.29 28.20	6 44 06.270
3	18 52 14.32 264.40	22 54 10.9 343.6	16 17.47	4 11.49 27.84	6 48 02.833
4	18 56 58.72 264.01	22 48 27.3 370.7	16 17.47	4 39.33 27.45	6 51 59.396
5	19 01 02.73 263.59	22 42 16.6 397.8	16 17.46	5 06.78 27.03	6 55 55.953
6	19 05 26.32 263.13	-22 35 38.8 <sup>+</sup> 424.6	16 17.45	- 5 35.81 -26.57	6 59 52.518
7	19 09 49.45 262.64	22 28 34.2 <sup>+</sup> 451.3	16 17.44	6 00.38 26.09	7 03 49.076
8	19 14 12.09 262.13	22 21 02.9 477.6	16 17.42	6 26.47 25.56	7 07 45.631
9	19 18 34.22 261.58	22 13 05.3 503.8	16 17.40	6 52.03 25.03	7 11 42.184
10	19 22 55.80 261.00	22 04 41.5 529.6	16 17.37	7 17.06 24.45	7 15 38.735
11	19 27 16.80 260.41	-21 55 51.9 <sup>+</sup> 555.3	16 17.34	- 7 41.51 -23.85	7 19 35.287
12	19 31 37.21 259.79	21 46 36.6 <sup>+</sup> 580.6	16 17.30	8 05.36 23.23	7 23 31.842
13	19 35 57.00 259.16	21 36 56.0 605.7	16 17.26	8 28.59 22.60	7 27 28.399
14	19 40 16.16 258.49	21 26 50.3 630.4	16 17.21	8 51.19 21.93	7 31 24.959
15	19 44 34.65 257.83	21 16 19.9 655.0	16 17.16	9 13.12 21.27	7 35 21.522
16	19 48 52.48 257.14	-21 05 24.9 <sup>+</sup> 679.1	16 17.10	- 9 34.39 -20.59	7 39 18.087
17	19 53 09.62 256.44	20 54 05.8 <sup>+</sup> 702.9	16 17.03	9 54.98 19.88	7 43 14.651
18	19 57 26.06 255.73	20 42 22.9 726.5	16 16.96	10 14.86 19.18	7 47 11.214
19	20 01 41.79 255.02	20 30 16.4 749.7	16 16.88	10 34.04 18.46	7 51 07.773
20	20 05 56.81 254.29	20 17 45.7 772.6	16 16.79	10 52.50 17.73	7 55 04.330
21	20 10 11.10 253.54	-20 04 54.1 <sup>+</sup> 795.1	16 16.70	-11 10.23 -16.99	7 59 00.884
22	20 14 24.64 252.80	19 51 39.0 <sup>+</sup> 817.4	16 16.61	11 27.22 16.24	8 02 57.435
23	20 18 37.44 252.05	19 38 01.6 839.2	16 16.50	11 43.46 15.49	8 06 53.986
24	20 22 49.49 251.27	19 24 02.4 860.7	16 16.40	11 58.95 14.72	8 10 50.537
25	20 27 00.76 250.51	19 09 41.7 881.8	16 16.28	12 13.67 13.94	8 14 47.089
26	20 31 11.27 249.72	-18 54 59.9 <sup>+</sup> 902.6	16 16.17	-12 27.61 -13.17	8 18 43.643
27	20 35 20.99 248.93	18 39 57.3 <sup>+</sup> 923.0	16 16.04	12 40.78 12.38	8 22 40.199
28	20 39 29.92 248.14	18 24 34.3 943.0	16 15.92	12 53.16 11.58	8 26 36.756
29	20 43 38.06 247.34	18 08 51.3 962.6	16 15.79	13 04.74 10.78	8 30 33.315
30	20 47 45.40 246.55	17 52 48.7 981.8	16 15.65	13 15.52 9.97	8 34 29.876
31	20 51 51.93 245.72	-17 36 26.9 <sup>+</sup> 1000.6	16 15.52	-13 25.49 - 9.17	8 38 26.437
二月 1	20 55 57.65 244.90	17 19 46.3 <sup>+</sup> 1019.1	16 15.38	13 34.66 8.35	8 42 22.997
2	21 00 02.55 244.09	17 02 47.2 1037.0	16 15.23	13 43.01 7.53	8 46 19.556
3	21 04 06.64 243.26	16 45 30.2 1054.6	16 15.09	13 50.54 6.71	8 50 16.112
4	21 08 09.90 242.44	16 27 55.6 1071.8	16 14.94	13 57.25 5.88	8 54 12.666
5	21 12 12.34 241.61	-16 10 03.8 <sup>+</sup> 1088.5	16 14.79	-14 03.13 - 5.06	8 58 09.217
6	21 16 13.95 240.79	15 51 55.3 <sup>+</sup> 1104.8	16 14.63	14 08.19 4.23	9 02 05.767
7	21 20 14.74 239.97	15 33 30.5 1120.6	16 14.47	14 12.42 3.41	9 06 02.316
8	21 24 14.71 239.14	15 14 49.9 1136.0	16 14.31	14 15.83 2.59	9 09 58.867
9	21 28 13.85 238.34	14 55 53.9 1151.1	16 14.15	14 18.42 1.78	9 13 55.421
10	21 32 12.19 237.53	-14 36 42.8 <sup>+</sup> 1165.6	16 13.98	-14 20.20 - 0.97	9 17 51.978
11	21 36 09.72 236.73	14 17 17.2 <sup>+</sup> 1179.7	16 13.81	14 21.17 - 0.18	9 21 48.537
12	21 40 06.45 235.96	13 57 37.5 1195.5	16 13.63	14 21.35 <sup>+</sup> 0.60	9 25 45.099
13	21 44 02.41 235.18	13 37 44.0 1206.8	16 13.45	14 20.75 1.37	9 29 41.660
14	21 47 57.59 234.45	13 17 37.2 1219.7	16 13.26	14 19.38 2.12	9 33 38.221
15	21 51 52.02 233.69	-12 57 17.5 <sup>+</sup> 1232.3	16 13.07	-14 17.26 + 2.86	9 37 34.779
16	21 55 45.71	12 36 45.2	16 12.87	-14 14.40	9 41 31.334

本表录自 1946 年英国航海历书 N.A.

## 太 陽 1946

日期	平 春 分 点				地 球 向 徑	黃經	黃 經	赤 徑	恒星时 <sup>0<sup>h</sup></sup>	
	1950.0		1946.0			岁差	章 动	章 动	的世界时	
	黃	經	黃 緯	黃 緯						
正月	°	'	"	"		"	"	s	h m s	
1	280 02 28.0	3670.4	-1.43	+0.37	0.983 3372	-49	0.01	-16.78	-1.036	17 16 59.934
2	281 03 38.4	3670.5	1.56	0.24	.983 3323	9	0.14	16.74	.030	17 13 04.018
3	282 04 48.9	3670.6	1.69	+0.10	.983 3314	29	0.28	16.69	.023	17 09 08.101
4	283 05 59.5	3670.4	1.81	-0.03	.983 3343	67	0.42	16.65	.015	17 05 12.185
5	284 07 09.9	3670.3	1.92	0.14	.983 3410	105	0.56	16.60	.009	17 01 16.270
6	285 08 20.2	3670.1	-2.02	-0.25	0.983 3515	+144	0.69	-16.56	-1.004	16 57 20.357
7	286 09 30.3	3669.7	2.09	0.34	.983 3659	184	0.83	16.52	.002	16 53 24.447
8	287 10 40.0	3669.2	2.13	0.39	.983 3843	226	0.97	16.48	.002	16 49 28.540
9	288 11 49.2	3668.7	2.14	0.42	.983 4069	272	1.11	16.44	.004	16 45 32.634
10	289 12 57.9	3668.2	2.12	0.41	.983 4341	319	1.24	16.40	.008	16 41 36.728
11	290 14 06.1	3667.5	-2.06	-0.37	0.983 4660	+371	1.38	-16.36	-1.011	16 37 40.820
12	291 15 13.6	3666.9	1.98	0.30	.983 5031	426	1.52	16.32	1.012	16 33 44.910
13	292 16 20.5	3666.2	1.86	0.20	.983 5457	482	1.66	16.29	1.010	16 29 48.996
14	293 17 26.7	3665.6	1.72	-0.08	.983 5939	543	1.80	16.25	1.005	16 25 53.080
15	294 18 32.3	3664.9	1.57	+0.07	.983 6482	604	1.93	16.22	0.998	16 21 57.162
16	295 19 37.2	3664.3	-1.41	+0.21	0.983 7086	+668	2.07	-16.19	-0.989	16 18 01.243
17	296 20 41.5	3663.7	1.26	0.34	.983 7754	733	2.21	16.16	.980	16 14 05.326
18	297 21 45.2	3663.2	1.11	0.47	.983 8487	797	2.35	16.13	.973	16 10 09.411
19	298 22 48.4	3662.6	0.98	0.58	.983 9284	859	2.48	16.10	.968	16 06 13.500
20	299 23 51.0	3662.2	0.88	0.66	.984 0143	920	2.62	16.07	.967	16 02 17.591
21	300 24 53.2	3661.7	-0.81	+0.71	0.984 1063	+978	2.76	-16.05	-0.969	15 58 21.684
22	301 25 54.9	3661.3	0.76	0.74	.984 2041	1034	2.90	16.02	.972	15 54 25.779
23	302 26 56.2	3660.7	0.75	0.73	.984 3075	1086	3.03	16.00	.977	15 50 29.874
24	303 27 56.9	3660.2	0.76	0.70	.984 4161	1137	3.17	15.98	.981	15 46 33.968
25	304 28 57.1	3659.7	0.79	0.65	.984 5298	1184	3.31	15.96	.984	15 42 38.061
26	305 29 56.8	3659.0	-0.85	+0.57	0.984 6482	+1229	3.45	-15.94	-0.986	15 38 42.152
27	306 30 55.8	3658.5	0.92	0.48	.984 7711	1271	3.53	15.92	.986	15 34 46.241
28	307 31 54.3	3657.7	1.02	0.36	.984 8982	1311	3.72	15.91	.984	15 30 50.328
29	308 32 52.0	3657.0	1.13	0.23	.985 0293	1348	3.86	15.90	.980	15 26 54.414
30	309 33 49.0	3656.2	1.23	+0.10	.985 1641	1384	4.00	15.88	.974	15 22 58.499
31	310 34 45.2	3655.3	-1.34	-0.03	0.985 3025	+1416	4.13	-15.87	-0.969	15 19 02.585
二月 1	311 35 40.5	3654.3	1.43	0.15	.985 4441	1447	4.27	15.86	.964	15 15 06.671
2	312 36 34.8	3653.2	1.52	0.26	.985 5888	1478	4.41	15.86	.961	15 11 10.760
3	313 37 28.0	3652.1	1.58	0.35	.985 7366	1506	4.55	15.85	.960	15 07 14.851
4	314 38 20.1	3650.8	1.62	0.41	.985 8872	1535	4.69	15.85	.961	15 03 18.945
5	315 39 10.9	3649.5	-1.63	-0.45	0.986 0407	+1566	4.82	-15.84	-0.965	14 59 23.040
6	316 40 00.4	3648.0	1.61	0.46	.986 1973	1599	4.96	15.84	.971	14 55 27.137
7	317 40 48.4	3646.5	1.56	0.43	.986 3572	1632	5.10	15.84	.977	14 51 31.232
8	318 41 34.9	3644.9	1.47	0.37	.986 5204	1670	5.24	15.85	.981	14 47 35.326
9	319 42 19.8	3643.3	1.35	0.28	.986 6874	1709	5.37	15.85	.983	14 43 39.416
10	320 43 03.1	3641.7	-1.21	-0.16	0.986 8583	+1750	5.51	-15.85	-0.981	14 39 43.503
11	321 43 44.8	3640.0	1.06	-0.04	.987 0333	1796	5.65	15.86	.977	14 35 47.588
12	322 44 24.8	3638.4	0.89	+0.10	.987 2129	1843	5.79	15.87	.971	14 31 51.673
13	323 45 03.2	3636.8	0.73	0.23	.987 3972	1892	5.92	15.88	.965	14 27 55.758
14	324 45 40.0	3635.2	0.58	0.35	.987 5864	1942	6.06	15.89	.960	14 23 59.845
15	325 46 15.2	3633.6	-0.45	+0.46	0.987 7806	+1992	6.20	-15.91	-0.957	14 20 03.934
16	326 46 48.8		-0.34	+0.54	0.987 9798		6.34	-15.92	-0.958	14 16 08.027

本表录自 1946 年英国航海历書 N.A.

于土地測量師是非常有益的，因為他所必需觀測的大部分恆星均列載於該表中。如果土地測量師有了該年的視位置表，那末他很少需要尋找其他星表。他可以利用視位置，而且他的化算工作也仅是限于應用第三步驟化算十日星而已。甚至連這種的化算通常都可以略去，因其最大值在赤經上也不過是 $\pm 0^{\circ}.020 \pm 0^{\circ}.008 \tan \delta$ ，在赤緯上是 $\pm 0''.13$ 。

此外，土地測量師當然還必須在表列值之間進行內插。在測量工作上用簡單比例進行內插往往是認為正當的（此法不能應用於太陽的坐標，事實上太陽坐標也不列載於視位置表中）。

除了“視位置表”以外，土地測量師還需要在 21 頁上所提過的各國年曆中的一種，以便求得太陽的視坐標（參考 29 頁及 30 頁）及其他不包括在視位置表中但可能是測量工作者所需要的數據。當從天文年曆中求出太陽的赤緯時（太陽的赤經對於土地測量師通常是沒有多大用處的），有時需要按二次差進行內插，視內插的第二項數值以及所需要的精度而定。

內插的第二項為：

$$\Delta_2 \delta = \frac{1}{2} x(x-1) \Delta^2 \delta$$

上式中：

$\Delta^2 \delta$  = 赤緯的二次差。

$x$  = 從午夜到觀測時刻所相隔的一段時間，以幾分之一日來表示。

$\Delta_2 \delta$  可用列綫圖 2 (169 頁) 極易算得。

例：求 1946 年正月 2 日格林威治平太陽時  $8^h$  太陽的視赤緯（參考 § 3.3 中關於時的一章）。

在此情形中， $x = \frac{8}{24} = 0.33$ 。從 29 頁中查得：

$$\delta \text{ (正月 2 日, } 0^h \text{ G.M.T.)} = -22^{\circ}59'27''.1$$

$$\Delta^1 \delta = +316''.2$$

$$\Delta^2 \delta = +(+343''.6) - (+316''.2) = +27''.4$$

內插程序如下：

內插的第一項為：

$$\Delta_1 \delta = x \cdot \Delta^1 \delta = 0.33(+316''.2) = +105''.4$$

用列綫圖所算得的內插的第二項為： $\Delta_2 \delta = -3''.0$

因此：

$$\delta \text{ (正月 2 日, } 8^h \text{ G.M.T.)} = -22^{\circ}59'27''.1 + 105''.4 - 3''.0 = -22^{\circ}57'44''.7.$$

## § 2.9 地方的天文坐標

經過大地水準面上某一點而又垂直於該點的鉛垂綫的平面是一個地平面。它與天球相交成為一個大圓——地平圈，此地平面之極是為天頂（圖 12）。

任何包含該點鉛垂綫的平面必垂直於此地平面並名為豎面。它與天球相交成為一個大圓，此大圓經過天頂並垂直於地平圈；名為地平經圈。

今有兩個特殊的地平經圈（圖 12）：

1. 經過北極的地平經圈（因此也必然經過南極）是為子午圈。

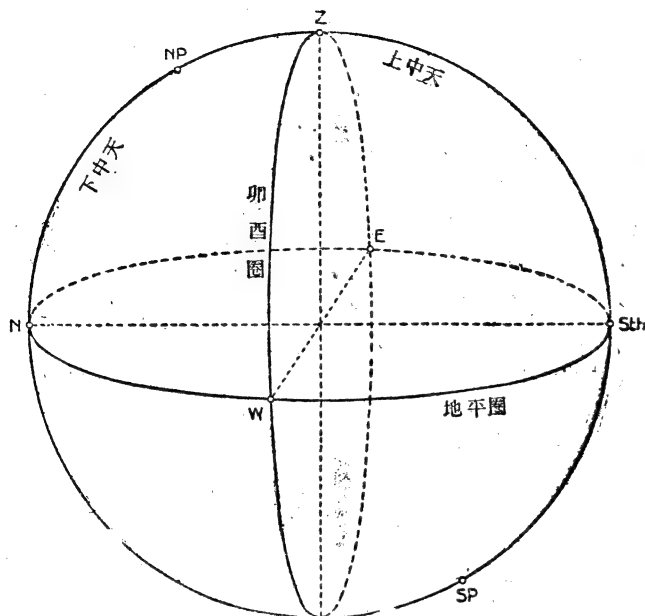


圖 12. 地平圈, 子午圈, 卯酉圈

$h$  = 从星到地平圈的球面距离, 名为高度。

表示这些坐标的圖13为从天球天頂俯視的一个圖, 此圖也同样表示出恒星的極坐标:

$a$  = 向东量取的北子午圈与恒星地平經圈之間的夾角:  
方位角。

$z$  = 天頂与恒星之間的球面距离, 名为天頂距;  $z = 90^\circ - h$ 。

另外一种坐标也常用到的 (圖 13):

$t$  = 向西量取的上子午圈与恒星子午圈之間的夾角, 名为时角。  $t$  可用時間單位也可用角度單位来表示。

还有一个数量可以順便解釋:

$q$  = 恒星的子午圈与其他平經圈之間的夾角, 名为星位角。

地球及在其上的任何观测者均圍繞着軸  $NP-SP$  而旋轉。他并不直接感到这个旋轉而把他的运动解釋成天球及其星辰的相对視运动。因此任何星体似乎沿着平行于赤道的小圓而运行。某些星(例如在圖 14 中的  $S_1$ ) 永远在地平圈的上方, 是可以看到的, 至少是在夜晚可以。其他的星(例如  $S_2$ ) 只有在一天 24 小时中的一部分時間內居于地平圈的上方, 而另一些星 (例如  $S_3$ ) 則永远在地平圈的下方。

2. 垂直于子午圈的地平經圈是为卯酉圈。

子午圈与地平圈交于北点  $N$  和南点  $Sth$ ; 卯酉圈交地平圈于东西两点, 各为  $E$  及  $W$ 。

南北極將子午圈分为两个相等部分; 包含天頂的部分名为上子午圈; 其他一部分名为下子午圈。

一恒星的位置可以用直角坐标来表示:

$a$  = 沿地平圈向东量取的北点与恒星地平經圈之間的球面距离, 此距离名为方位角, 有些規定从南点起計算方位角, 但本書則按大地測量的習慣。

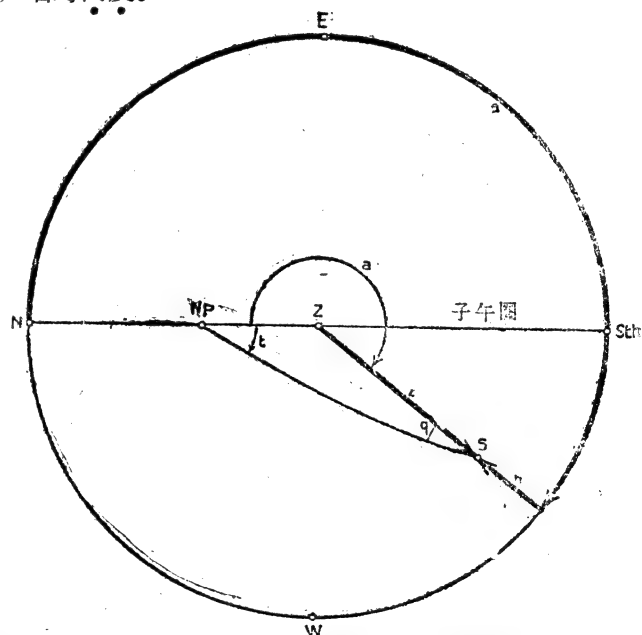


圖 13. 恒星的地方直角坐标与極坐标

星体的这种视运动使得地方坐标  $a, h$  及  $t$  不为常数而是连续地在变化着。重要的是当这些星的坐标达到极限值时星的位置。

当星经过观测者的子午圈时，其高度  $h$  为极大；此时叫做星过子午圈或简称中天，从图13可知在中天时刻时角  $t=0^\circ$  或  $180^\circ$ 。在前一种情况中，高度为极大，叫做上过子午圈或上中天（图14中的  $UC_1$  及  $UC_2$ ）。在后一种情形中，高度为极小，叫做下过子午圈或下中天（图14中的  $LC_1$ ）。

在中天时刻星体运动的方向是垂直于子午圈，也就是说运动的方向是水平的。如果在此时刻瞄准星体，则在望远镜的视场中，星影平行着横丝而移动。从图14很显然看出，如果球面距离  $NP-UC_1$ （即星的极距）小于球面距离  $NP-Sth$ （观测者的余纬度  $+90^\circ$ ）时，则恒星必在地平线上方上中天，也就是说

$$p < \varphi + 90^\circ \text{ 或 } \delta > \varphi - 90^\circ.$$

同样，星体在地平线下方下中天则必须：

$$p < \varphi \text{ 或 } \delta > 90^\circ - \varphi.$$

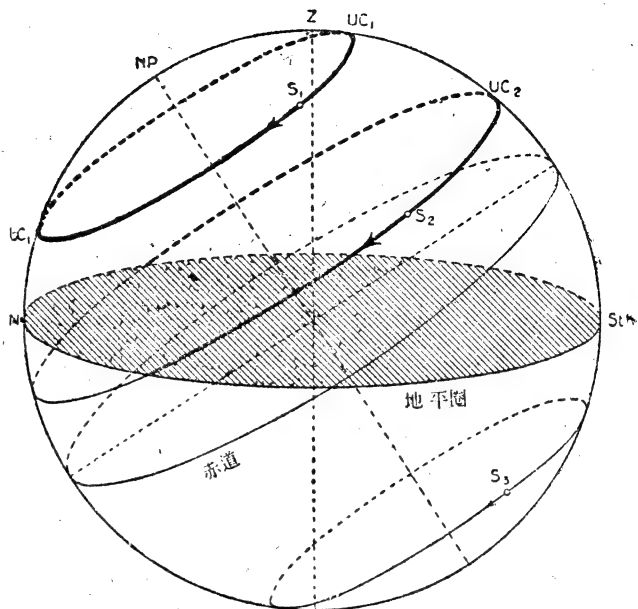


图 14. 天球的视运动

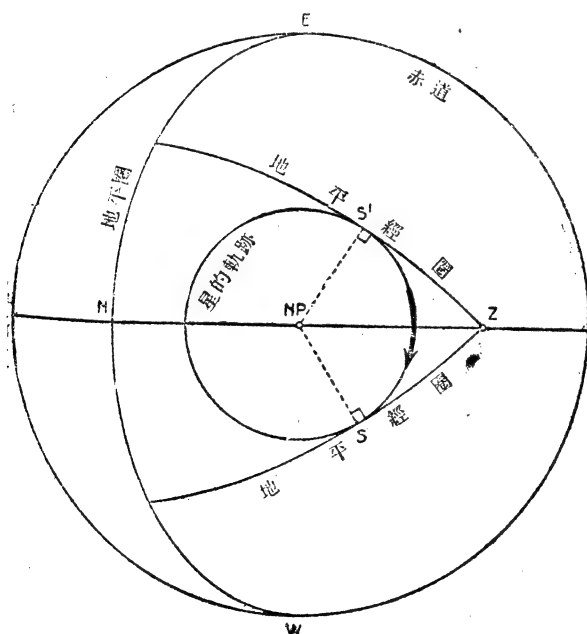


图 15. 恒星在大距

图15表示从北極俯視的天球，其中画了恒星的运行轨道。显然，当星体在地平经圈与其轨道相切的兩点之一（ $S$  或  $S'$ ）时，星体的方位角达于极限值。

此时恒星到达大距；我們必須区别西大距（ $S$ ）与东大距（ $S'$ ）。在此时刻星位角度为  $90^\circ$  或  $270^\circ$ 。

在大距时的星体，沿着地平经圈移动——亦即垂直移动——历时不到一秒。观测者在此时刻可以在望远镜内看到星影平行着竖丝移动。

图15表示出，只要观测者的天頂位于恒星轨道之外，換句話說，只要恒星轨道的半徑（亦即恒星的极距  $p$ ）小于距离  $NP-Z$ （亦即观测者的余纬度  $\varphi$ ）。便有可能作出切于恒星轨道的地平经圈；此条件可以下列符号表示之：

$$p < \Phi \text{ 因此 } \delta > \varphi.$$

此外，还可看出

$$ZS = ZS' < NP - Z \text{ 或 } z < \Phi$$

因此：

$$h > \varphi$$

对于在南半球上的测站，同样有：

$$\delta < \varphi \text{ 或 } h > (-\varphi)$$

## § 2.10 星 等

在天文物理学中，星体是按各种特性来分类的，视亮度便是其中之一；这是选择与识别星体时的一个重要因素，所以“星等”的规定对于实用天文学也有用处的。

设某星  $S_1$  的亮度为另一星  $S_2$  的  $x$  倍；则其星等  $m_1$  及  $m_2$  必须满足下式：

$$m_1 = m_2 - \sqrt[5]{100} \log x = m_2 - 2.512 \log x$$

因此星愈亮，则其星等便愈小；例如一等星  $m_1 = 1$  比六等星 ( $m_2 = 6$ ) 要亮 100 倍。( $x = 100$ )。

昴宿五 (金牛座  $\alpha$  星) 约为一等星 ( $m = 1.06$ )；北极星 (大熊座  $\alpha$  星) 为 2.12 等星；最亮的星为天狼星 ( $\alpha$  Canis Majoris,  $m = -1.58$ )。

### 第三章 时

#### § 3.1 概 述

在以前的几章中已经叙述了地球受到了四种运动：这些运动和它们的结果是：

运 动	结 果
(a) 地球繞極軸的每日自轉。	(a) 各天頂对于星体的周日運轉。
(b) 天軸对于黃道的日月岁差和章动。	(b) 春分点沿黃道的运动。
(c) 行星岁差。	(c) 春分点沿赤道的运动。
(d) 地球繞太陽的軌道运动。	(d) 地球沿黃道在日心天球上的运动。

在本章和下章中，假定地球只是受到了行星岁差的影响。这样，由于地球运动的反映，引起了下列各种的視运动（除了 c' 是真动以外）。

运 动	结 果
(a') 天球繞天軸的周日运动。	(a') 太陽、恒星、春分点等等对于天頂的周日运动。
(b') 黃道軸对于赤道的日月岁差和章动。	(b') 春分点沿赤道的运动。
(c') 行星岁差。	(c') 春分点沿赤道的运动。
(d') 太陽繞地球的軌道运动。	(d') 太陽在地心天球上沿黃道的运动。

如果上述第一表中 (b) 的运动代以第二表中 (b') 的运动，就等于假定赤道是固定不动，而黃道則由于日月岁差和章动的結果而运动着。做照前几章对于赤道的处理办法，我們現在引出一个真黃道——受到日月行星岁差和章动的影响——和一个平黃道——仅受到日月行星岁差的影响，而不受章动的影响。真黃道和赤道的交点称为真春分点；平黃道与赤道相交于平春分点。

也像我們处理地球运动的結果一样，我們可以認為天頂点是天球上的固定点，而星体对于天頂点連續地运动着。因此，星体对于天頂的位置是時間的函数，反之亦然。为了表示天頂与星体的瞬間相互位置，則必須將时刻作为一个指标，或是一个“坐标”。反之亦然，天頂和星体的相互位置表示時間过程中的一个瞬間。这两种性質都应用在大地天文測量工作中。

我們进一步追問一下，是否可以利用天頂和星体間相互位置的連續变化来計时，也就是表示連續的等間隔的时间。計时的最现实基础是一种單周期現象；就是以周期作为時間的單位。假定星体的視运动是等速地繞天軸旋轉，那末任何星体的时角是一个單周期变化的量，因此适合于作为計时的基础。实际上恒星运动是受到自行、章动、光行差和視差等的复杂影响。所以恒星的时角不适于直接計时。

但是平春分点的时角倒是很适宜，在下节中将加以证明。

### § 3.2 恒星时

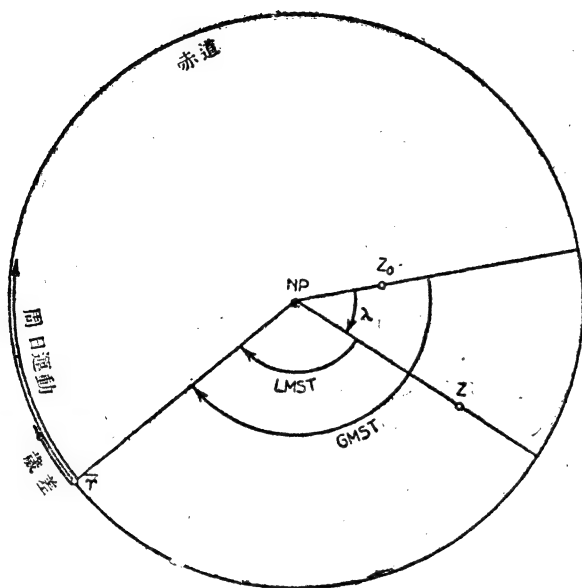


圖 16. 平恒星时

根据上节的假定，平春分点  $\gamma$  沿着赤道受到三种运动（参看35頁上的表和圖16）；

(a') 周日运动

(b') 和 (c') 日月岁差和行星岁差。

因为这些运动是等速的，平春分点的时角是从  $0^\circ$  至  $360^\circ$  ( $\equiv 0^\circ$ ) 均匀地并且周而复始地变化着。这个时角是一个单周期变化的量，适于作为计时的基础，称它为平恒星时 (M.S.T.)。平春分点的旋轉周期称为一个恒星日，日以下再分时、分和秒。

1 恒星日 = 24 恒星小时，

1 恒星小时 = 60 恒星时分，

1 恒星时分 = 60 恒星时秒。

假如平春分点的运动只是由于周日旋轉所产生，那末一个平恒星日就是等于地球的自轉週期。但是实际上由于受到岁差（参閱圖 16）的影响，平春分点的运动是快一些。这个岁差影响每一恒星日为  $0''.1372$ ，所以一恒星日大約比地球自轉周期要短；

$$\frac{0''.1372}{360^\circ} \cdot 24^h = 0^s.009.$$

、对于任何一个观测者的天頂  $Z$ （圖 16）而言，当一个恒星日的开始和終止时平春分点的时角为零，即是春分点經過观测者的上中天。一个恒星日內的某一时刻是由春分点的时角来决定，称为地方平恒星时 (L.M.S.T.)。

对于格林威治的观测者（天頂为  $Z_0$ ）而言，其地方恒星时为自該地上中天算起的春分点的时角，称为格林威治平恒星时 (G.M.S.T.)。

因为某地观测者与格林威治的子午面間的夾角，就是某地的地理經度  $\lambda$ ，我們得到，

$$\lambda = \text{G.M.S.T.} - \text{L.M.S.T.}$$

由于章动的关系（圖 17），真春分点  $\gamma$  有时在平春分点  $\gamma$  之前，有时在其后。因此真

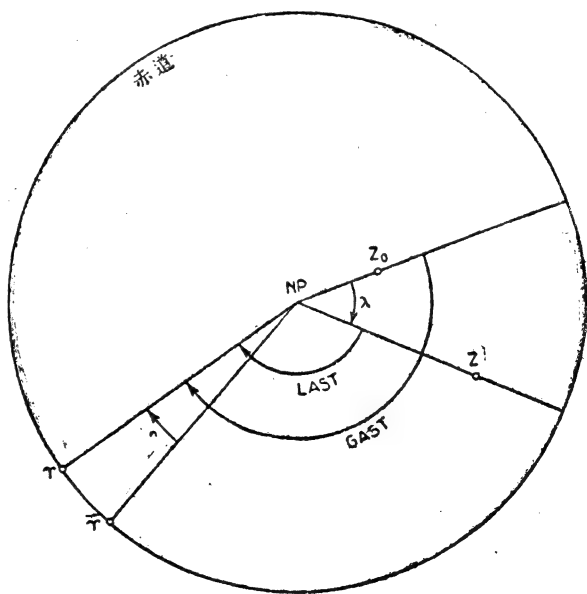


圖 17. 視恒星时



春分点的时角不能作计时的根据。但是任何瞬間可以用該瞬間的眞春分点时角来表示。这个数值称为地方視恒星时或格林威治視恒星时(L.A.S.T.或G.A.S.T.)，視該时角是从观测者地方子午圈起算，抑或从格林威治子午圈起算。显然：

$$\lambda = \text{G.A.S.T.} - \text{L.A.S.T.}$$

G.A.S.T.和G.M.S.T.之差命为赤經章动差，用 $n$ 表示之(圖17)：

$$n = \text{G.A.S.T.} - \text{G.M.S.T.} \quad (\text{III.1})$$

它的数值介于 $+1^s.2$ 和 $-1^s.2$ 之間，并載于天文年历中(参考第30頁第八欄，录自1946年航海历書)。

任何星体 $s$ 的时角 $t$ 与赤經 $\alpha$ 和地方視恒星时之間有一个簡單而重要的关系。圖18直接的表示出这个关系：

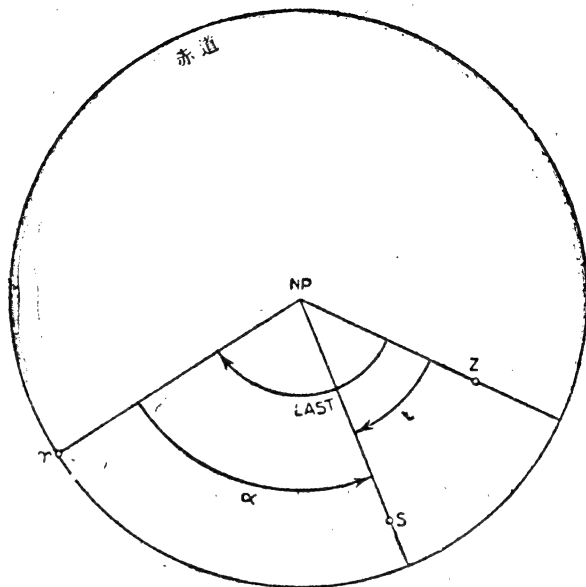


圖 18.  $\alpha + t = \text{L.A.S.T.}$

$$\alpha + t = \text{L.A.S.T.}$$

(III.2)

### § 3.3 太 陽 时

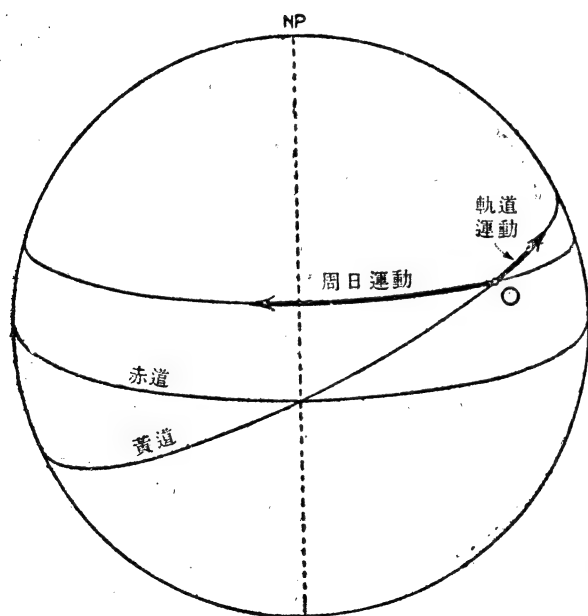


圖 19. 太陽的运动

在大地天文学中除了采用恒星时以外，也采用日常生活中所单独应用的太陽时；这种时间是間接地用太陽的位置来表示的。

从35頁表中所示，我們可以設想太陽受到兩種运动(圖19)：

(a') 环绕着極軸的周日运动，这种运动可視為沿着平行于赤道的小圓圈の周日运动。

(d') 沿着(并随着)黃道的周年运动。

前一种运动是均匀的而且它是与赤道平行的，所以太陽的时角也均匀地相应連續变化着。后一种运动同前者相反，太陽时角并不均匀地变化着，其原因有下列两种：

- (1) 运动是不均匀的；
- (2) 运动是沿着黃道，因此不与赤道相平行。

由于受了这两种运动，太陽的时角是不适于計时的。所以我們設想用一个虚拟的天体

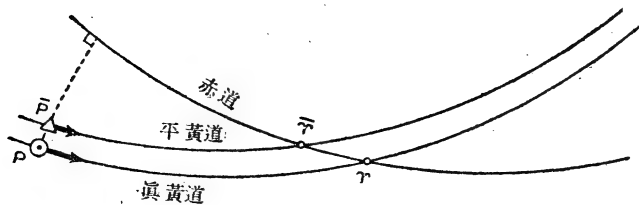


圖 20. 太陽 $\odot$ 到达近地点 $P$ ; 輔助点 $\Delta$ 从平近地点 $\bar{P}$ 开始

点——并位于平黃道上。

当眞太陽 $\odot$ 达到 $P$ 的瞬間时，我們假定輔助点 $\Delta$ 开始从 $\bar{P}$ 点沿着平黃道移动，它的速度是均匀的，而且等于太陽的平均速度。当 $\Delta$ 点达到平春分点 $\bar{\gamma}$ 时，平太陽假定从 $\bar{\gamma}$ 开始沿着赤道运动，其速度等于輔助点 $\Delta$ 的速度（圖21）。这样，在任何瞬間，球面距离 $\bar{\gamma}-\Delta$ （也可以叫做太陽的平黃經）等于平太陽 $\odot$ 的平赤經 $\bar{\gamma}-\odot$ （圖22）。

平太陽均匀变化的时角作为計时的基础；平太陽的旋轉周期称为平太陽日，分为24平太陽时，每一平太陽时分为60平太陽分，每分再分为60平太陽秒。

任何地点观测者的平太陽日，是从平太陽在下中天的时刻开始的

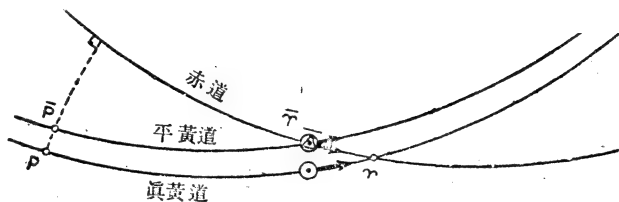
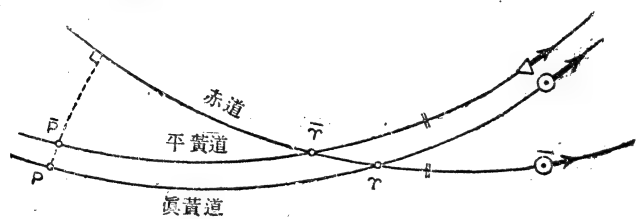


圖 21. 輔助点 $\Delta$ 到达平春分点 $\bar{\gamma}$ ; 平太陽 $\odot$ 从 $\bar{\gamma}$ 开始



$$\bar{\gamma} - \Delta = \bar{\gamma} - \odot$$

圖 22.  $\bar{\gamma} - \Delta = \bar{\gamma} - \odot$

起的。圖23表示：

$$\lambda = \text{G.M.T.} - \text{L.M.T.}$$

(Ⅲ.3)

假定 $\lambda$ 是等于經度差。

同样可以用“眞太陽时角加12小时”来表示任何时刻（圖24），并称之为地方或格林威治眞太陽时（L.A.T.或G.A.T.）。显然我們有：

$$\lambda = \text{G.A.T.} - \text{L.A.T.}$$

比較圖 23 和圖 24，我們可以得出以下結論：L.A.T. 和 L.M.T. 間或 G.A.T. 和 G.M.T. 間之差，是以眞太陽子午圈和平太陽子午圈之間的夾角表示的。这个差数叫做时差 $e$ ：

$$e = \text{L.A.T.} - \text{L.M.T.} = \text{G.A.T.} - \text{G.M.T.}$$

从圖24可看出时差是由二部分所組成：

$$e = e_1 + e_2$$

——平太陽来代替眞太陽，这个平太陽是沿着赤道均匀地运动着。它可以推求如下。

在圖 20 中， $P$  为近地点，就是太陽最靠近地球时的位置。如果不考虑章动所引起的黃道运动，近地点是在 $\bar{P}$ 点——平近地

（这里应该注意到恒星日是当平春分点在上中天的时刻开始的）。平太陽日中的任何时刻是用“平太陽时角加12小时”来表示的，称为地方平（太陽）时（L.M.T.）或格林威治平（太陽）时（G.M.T.），前者的时角是从任何地点的子午圈量起的，而後者的时角是从格林威治子午圈量

式中  $e_1$  = 真太陽  $\odot$  的子午圈和輔助點  $\Delta$  的子午圈之間的角度;

$e_2$  = 輔助點  $\Delta$  的子午圈和平太陽  $\overline{\odot}$  的子午圈之間的角度。

讀者可以從對稱性的簡單思考中知道。

每年有二次  $e_1 = 0$ ，就是當真太陽在近日點（大約在 1 月 2 日）和遠地點（大約在 7 月 4 日）時。

每年有四次  $e_2 = 0$ ，就是當輔助點在平春分點或平秋分點時（大約在 3 月 21 日或 9 月 23 日）或在二分點中間的兩個至點時（夏至點大約在 6 月 22 日，冬至點大約在 12 月 22 日）。

圖 25 能使讀者看出全年中  $e_1$ 、 $e_2$  和  $e$  的數值。時差達到兩個第一極限值（2 月 12 日大約為  $-14^m$ ，和十一月四日大約為  $+16^m$ ）和兩個第二極限值（5 月 15 日大約為  $+4^m$ ，7 月 27 日大約為  $-6^m$ ）。 $e$  的正確數值可以從航海曆書中查出；參考 30 頁第五欄。

圖 23. 平（太陽）時

這種表列值是以每日格林威治平時  $0^h$  為引數。對於任何中間的時刻，須用內插法求得；假定容許誤差為  $0.1$  直線內插法能夠達到所需精度；如需較高的精度，須顧及內插第二項。列線圖 2（169 頁）可以便利地計算第二項數值。

例題。

求 1946 年 2 月 3 日  $10^h 52^m$

C.M.T. 的時差。

解題：

$$x = \frac{10^h 52^m}{24^h} = 0.4528.$$

$$e \text{ (1946 年 2 月 3 日 } 0^h \text{ G.M.T. 29 頁)} = -13^m 50^s.54$$

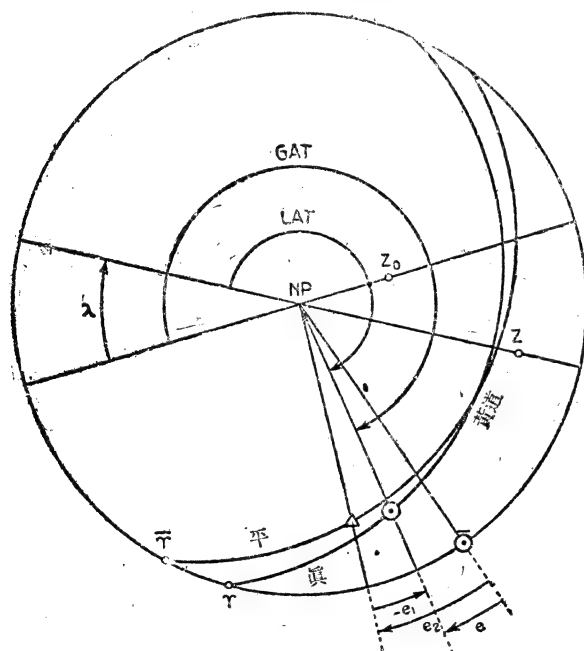


圖 24. 真（太陽）時。時差

$$\text{一次差 } \Delta^1 e = -6^s.71$$

$$\Delta_1 e - x \cdot \Delta' e = -3^s.04$$

$$\text{二次差 } \Delta^2 e = (-5^s.88) - (-6^s.71) = +0^s.83$$

$$\Delta_2 e = \frac{1}{2} x(x-1) \Delta^2 e \text{ (列綫圖 2) } = \frac{-0^s.10}{e(1946 \text{ 年 } 2 \text{ 月 } 3 \text{ 日 } 10^h 52^m \text{ G.M.T.})} = -13^m 53^s.68$$

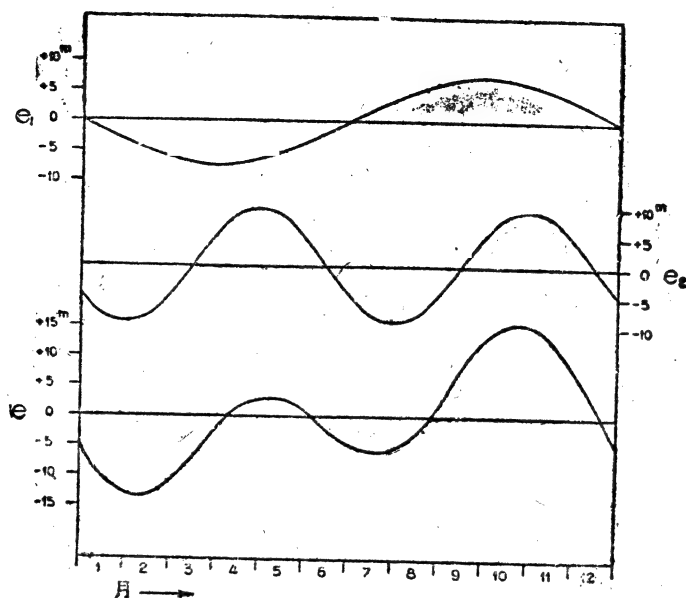


圖 25. 時差

### § 3.4 恆星時與太陽時的关系，及其相互換算

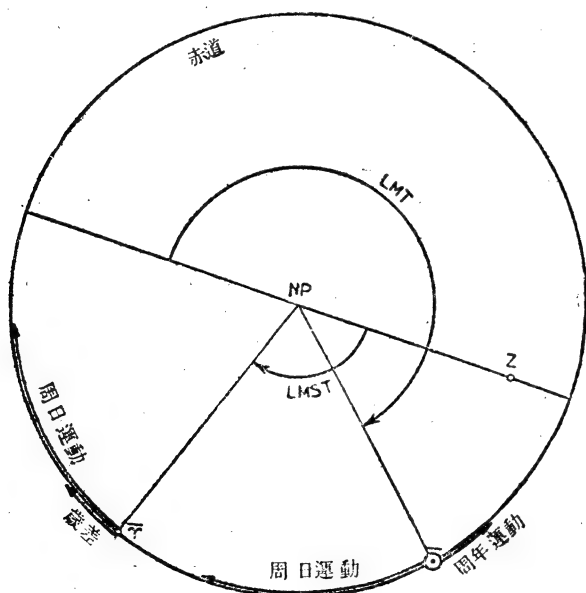


圖 26. 平恆星時與平太陽時

因為平春分點在一回歸年中比平太陽多轉一周，我們得出下列关系式：

$$1 \text{ 回歸年} = 365.2422 \text{ 平太陽日} = 366.2422 \text{ 平恆星日。}$$

1 个太陽時單位必須比一个恆星時單位为大：

將圖 16 和圖 23 合併在一起，我們得到圖 26。顯然，平春分點  $\gamma$  和平太陽  $\odot$  都是地球周日運動的反映。由於下列其它二種運動的存在（參看圖 26） $\gamma$  比  $\odot$  走得快些；

(1)  $\gamma$  的日月歲差和行星歲差：每一個平太陽日為  $0''.13757$ ；

(2)  $\odot$  的周年運動：每一平太陽日為  $-3548''.19283$ ；因此， $\gamma$  比  $\odot$  每一平太陽日走快  $3548''.33040$ 。由於這個关系，平春分點與平太陽重合一次的時間為：

$$\frac{360^\circ}{3548''.33040} \text{ 平太陽日} = 365.24220 \text{ 平太陽日。}$$

這個時段稱為一个回歸年。

$$\begin{array}{ll}
 1 \text{ 平太陽日} = 1 \text{ 恒星日} + 3^m 56^s.555 \text{ M.S.T.} & 1 \text{ 平恒星日} = 1 \text{ 平太陽日} - 3^m 55^s.909 \text{ M.T.} \\
 1 \text{ 平太陽時} = 1 \text{ 恒星時} + 9^s.856 \text{ M.S.T.} & 1 \text{ 平恒星時} = 1 \text{ 平太陽時} - 9^s.830 \text{ M.T.} \\
 1 \text{ 平太陽分} = 1 \text{ 恒星分} + 0.1643 \text{ M.S.T.} & 1 \text{ 平恒星分} = 1 \text{ 平太陽分} - 0.1638 \text{ M.T.} \\
 1 \text{ 平太陽秒} = 1 \text{ 恒星秒} + 0.00274 \text{ M.S.T.} & 1 \text{ 平恒星秒} = 1 \text{ 平太陽秒} - 0.00273 \text{ M.T.}
 \end{array}$$

恒星时改正

太陽时改正

相当的恒星时段 (恒星时当量)

相当的太陽时段 (太陽时当量)

为了便利平太陽时段和平恒星时段的换算, 航海历書給出上述的恒星时和太陽时的换算表 (美国天文历書) 或恒星时和太陽时的当量表 (航海历書)。42 和 43 頁表示航海历書中表格的一部分; 它們的用法將于 46—47 頁中再加說明。

以上所述的算式或表格, 使得我們能够换算时段, 但是不能换算时刻。为了要换算时刻, 我們必須知道某一瞬間的恒星时及其相应的太陽时。为了簡化計算, 在年历上每日給出二种時間的相应时刻。年历中每日載有:

(1)  $0^h$  G.M.T. 的 G.A.S.T. (29 頁最末欄);

(2)  $0^h$  G.A.S.T. 的 G.M.T. (30 頁最末欄);

在“基本星視位置”表中, 除(1)以外还載有:

(3)  $0^h$  G.M.T. 的 G.M.S.T.

为了表示这些時間, 我們引用下列簡写名称和符号:

(1) 視恒星时指标,  $S'_0$ .

(2) 太陽时指标,  $M_0$ .

(3) 平恒星时指标,  $S_0$ .

按照公式 (III.1), 平恒星时指标可以从視恒星时指标求得:

$$S_0 = S'_0 - n$$

可达  $\pm 0^s.020$  的章动短期項的影响不包括在太陽时內。

圖 27 表示 1946 年某几天內  $S_0$  和  $M_0$  的位置, 并將用它作为以下解釋时刻换算时的根据。符号  $S_0$  和  $M_0$  在不同日子里則标以日期指数, 以示区别; 例如  $M_0^4$  是指二月四日的太陽时指标。

A, C 两个字母表示二月五日的任一时刻, 以 G.M.T. 为單位; B, D 则表示以 G.M.S.T. 为單位的同一时刻。

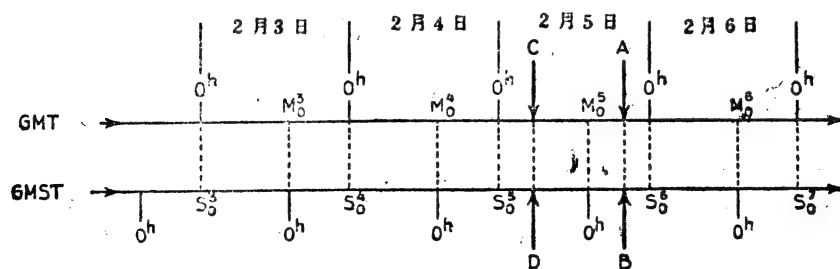


圖 27. 时的换算

第一种情况: 已知 A, 求 B。

从圖 27 可知, 要求出 B, 可將距离 ( $S_0^5 - B$ ) 加到  $S_0^5$  中去。这段距离是等于  $0^h$  G.M.T.

化平太陽时段为平恒星时段

表 III

时		分				秒			
平太陽时	相当的恒星时	平太陽时	相当的恒星时	平太陽时	相当的恒星时	平太陽时	相当的恒星时	平太陽时	相当的恒星时
h	h m s	m	m s	m	m s	s	s	s	s
1	1 00 09.856	1	1 00.164	31	31 05.093	1	1.003	31	31.085
2	2 00 19.713	2	2 00.329	32	32 05.257	2	2.005	32	32.088
3	3 00 29.569	3	3 00.493	33	33 05.421	3	3.008	33	33.090
4	4 00 39.426	4	4 00.657	34	34 05.585	4	4.011	34	34.093
5	5 00 49.282	5	5 00.821	35	35 05.750	5	5.014	35	35.096
6	6 00 59.139	6	6 00.986	36	36 05.914	6	6.016	36	36.099
7	7 01 08.995	7	7 01.150	37	37 06.078	7	7.019	37	37.101
8	8 01 18.852	8	8 01.314	38	38 06.242	8	8.022	38	38.104
9	9 01 28.708	9	9 01.478	39	39 06.407	9	9.025	39	39.107
10	10 01 38.565	10	10 01.643	40	40 06.571	10	10.027	40	40.110
11	11 01 48.421	11	11 01.807	41	41 06.735	11	11.030	41	41.112
12	12 01 58.278	12	12 01.971	42	42 06.900	12	12.033	42	42.115
13	13 02 08.134	13	13 02.136	43	43 07.064	13	13.036	43	43.118
14	14 02 17.991	14	14 02.300	44	44 07.228	14	14.038	44	44.120
15	15 02 27.847	15	15 02.464	45	45 07.392	15	15.041	45	45.123
16	16 02 37.704	16	16 02.628	46	46 07.557	16	16.044	46	46.126
17	17 02 47.560	17	17 02.793	47	47 07.721	17	17.047	47	47.129
18	18 02 57.417	18	18 02.957	48	48 07.885	18	18.049	48	48.131
19	19 03 07.273	19	19 03.121	49	49 08.049	19	19.052	49	49.134
20	20 03 17.129	20	20 03.285	50	50 08.214	20	20.055	50	50.137
21	21 03 26.986	21	21 03.450	51	51 08.378	21	21.057	51	51.140
22	22 03 36.842	22	22 03.614	52	52 08.542	22	22.060	52	52.142
23	23 03 46.699	23	23 03.778	53	53 08.707	23	23.063	53	53.145
		24	24 03.943	54	54 08.871	24	24.066	54	54.148
		25	25 04.107	55	55 09.035	25	25.068	55	55.151
		26	26 04.271	56	56 09.199	26	26.071	56	56.153
		27	27 04.435	57	57 09.364	27	27.074	57	57.156
		28	28 04.600	58	58 09.528	28	28.077	58	58.159
		29	29 04.764	59	59 09.692	29	29.079	59	59.162
		30	30 04.928	60	60 09.856	30	30.082	60	60.164
秒的小数									
平时秒的小数相当的恒星时，等于該秒的小数									
加上下表所列的增量									
秒的小数	增 量								
s									
0.000	0.000	所求恒星时 = $0^h$ 恒星时 + 已知平时时段对应的恒星时段							
0.182	0.001	例題——求 1939 年 1 月 17 日 $19^h 41^m 22^s 93$ 世界时平时 (G.M.T.) 的相应視恒星时*							
0.547	0.002	在 $17^d 00^h$ 的視恒星时				h m s			
0.913	0.003	$19^h$ 的相当的恒星时段				7 42 04.378			
1.000		$41^m$ 的相当的恒星时段				19 03 07.273			
		$22^s$ 的相当的恒星时段				41 06.735			
		$0^s.93$ 的相当的恒星时段				22.060			
						0.933			
如正好是表列的秒的小数，則取上面的一个增量		总和 = 所求視恒星时				h m s			
		参看 819 頁和 885 頁。上例所求出的視恒星时包括在 $0^h$ 时的章动短期項的影响，假如需要消去这种影响，可將上值減去 $0^h$ 的 $f$ (但 $f$ 并非在 $19^h 41^m$ 时之值)。				3 26 41.38			

化平恒星时段为平太阳时段

表 IV

时		分				秒																											
恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时																								
h	h m s	m	m s	m	m s	s	s	s	s																								
1	0 59 50.170	1	0 59.836	31	30 54.921	1	0.997	31	30.915																								
2	1 59 40.341	2	1 59.672	32	31 54.758	2	1.995	32	31.913																								
3	2 59 30.511	3	2 59.509	33	32 54.594	3	2.992	33	32.910																								
4	3 59 20.682	4	3 59.345	34	33 54.430	4	3.989	34	33.907																								
5	4 59 10.852	5	4 59.181	35	34 54.266	5	4.986	35	34.904																								
6	5 59 01.023	6	5 59.017	36	35 54.102	6	5.984	36	35.902																								
7	6 58 51.193	7	6 58.853	37	36 53.938	7	6.981	37	36.899																								
8	7 58 41.364	8	7 58.689	38	37 53.775	8	7.978	38	37.896																								
9	8 58 31.534	9	8 58.526	39	38 53.611	9	8.975	39	38.893																								
10	9 58 21.704	10	9 58.362	40	39 53.447	10	9.973	40	39.891																								
11	10 58 11.875	11	10 58.198	41	40 53.283	11	10.970	41	40.888																								
12	11 58 02.045	12	11 58.034	42	41 53.119	12	11.967	42	41.885																								
13	12 57 52.216	13	12 57.870	43	42 52.956	13	12.964	43	42.883																								
14	13 57 42.386	14	13 57.706	44	43 52.792	14	13.962	44	43.880																								
15	14 57 32.557	15	14 57.543	45	44 52.628	15	14.959	45	44.877																								
16	15 57 22.727	16	15 57.379	46	45 52.464	16	15.956	46	45.874																								
17	16 57 12.897	17	16 57.215	47	46 52.300	17	16.954	47	46.872																								
18	17 57 03.068	18	17 57.051	48	47 52.136	18	17.951	48	47.869																								
19	18 56 53.238	19	18 56.887	49	48 51.973	19	18.948	49	48.866																								
20	19 56 43.409	20	19 56.723	50	49 51.809	20	19.945	50	49.863																								
21	20 56 33.579	21	20 56.560	51	50 51.645	21	20.943	51	50.861																								
22	21 56 23.750	22	21 56.396	52	51 51.481	22	21.940	52	51.858																								
23	22 56 13.920	23	22 56.232	53	52 51.317	23	22.937	53	52.855																								
秒的小数 恒星时秒的小数相当的平时, 等于该秒的小数减去下列的量。		24	23 56.068	54	53 51.153	24	23.934	54	53.853																								
		25	24 55.904	55	54 50.990	25	24.932	55	54.850																								
		26	25 55.741	56	55 50.826	26	25.929	56	55.847																								
		27	26 55.577	57	56 50.662	27	26.926	57	56.844																								
		28	27 55.413	58	57 50.498	28	27.924	58	57.842																								
		29	28 55.249	59	58 50.334	29	28.921	59	58.839																								
		30	29 55.085	60	59 50.170	30	29.918	60	59.836																								
		所求平时 = 春分点前一个中天的平时 + 已知恒星时段相当的平时段。																															
		例题——求 1939 年 10 月 17 日 3 <sup>m</sup> 26 <sup>m</sup> 41 <sup>s</sup> .38 格林威治视恒星时相应的平时 (G.M.T.)																															
秒的小数 减量		<table><tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">h m s</td></tr><tr><td>0.000</td><td>0.000</td><td>16 15 15.41</td><td></td></tr><tr><td>0.183</td><td>0.001</td><td>2 59 30.511</td><td></td></tr><tr><td>0.549</td><td>0.002</td><td>25 55.741</td><td></td></tr><tr><td>0.915</td><td>0.003</td><td>40.888</td><td></td></tr><tr><td>1.000</td><td></td><td>0.379</td><td></td></tr></table>										h m s		0.000	0.000	16 15 15.41		0.183	0.001	2 59 30.511		0.549	0.002	25 55.741		0.915	0.003	40.888		1.000		0.379	
		h m s																															
0.000	0.000	16 15 15.41																															
0.183	0.001	2 59 30.511																															
0.549	0.002	25 55.741																															
0.915	0.003	40.888																															
1.000		0.379																															
如果正好是表列的秒的小数, 则取上面一个减量。		<table><tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">h m s</td></tr><tr><td colspan="2">总和 = 所求平时</td><td>19 41 22.93</td><td></td></tr></table> <p>假如已知的视恒星时包括章动短期项的影响, 严格地说, 需要减去那一个瞬间的 <math>\mu</math> 值。但一般是不需要加上这种改正的 (参看 885 页)。</p>										h m s		总和 = 所求平时		19 41 22.93																	
		h m s																															
总和 = 所求平时		19 41 22.93																															

上列表 III 和表 IV 是从 1946 年航海历书翻印下来的。(得到英国皇家文献出版局的允许)

(2月5日)到 $A$ 的距离, 假设( $S_0^5-B$ )是用恒星时单位来表示, 而( $0^h-A$ )用太阳时单位来表示的话。这样,  $B$ 的时刻为历书中查出的 $S_0^5$ 加上 $0^h$ G.M.T.到 $A$ 的时段, 但是需先将后者的时间化为恒星时单位。以后将再举例说明。

第二种情况: 已知 $B$ , 求 $A$ 。

要求出 $A$ , 我们可以将距离( $M_0^5-A$ )加到 $M_0^5$ 中。这段距离等于 $0^h$ G.M.S.T.(2月5日)到 $B$ 的距离, 但是所表示的时间单位是不同的。由此可知 $A$ 的时刻可以从历书中查出 $M_0^5$ , 然后将 $0^h$ G.M.S.T.(2月5日)到 $B$ 的时段化成相当太阳时单位再加到 $M_0^5$ 中去。

第三种情况: 已知 $C$ , 求 $D$ 。

处理这种情况与第一种情况相同。

第四种情况: 已知 $D$ , 求 $C$ 。

如27图所示, 我们将( $M_0^4-C$ )的距离加到 $M_0^4$ 中就可以求出 $C$ 。因为这段距离等于 $0^h$ G.M.S.T.(2月4日)- $D$ , 我们可以用下列程序计算: 即先将 $0^h$ G.M.S.T.(2月4日)- $D$ 化为太阳时单位然后加到 $M_0^4$ 中。

必须着重指出, 在第二种情况下是用当天太阳时指标( $M_0^5$ )而在第四种情况则用前一日的指标( $M_0^4$ )。

今将此理由加以几何上的说明, 在图27中,  $B$ 是在(2月5日) $0^h$ G.M.S.T.的右边, 而 $D$ 则在它的左边。问题在于 $B$ 和 $D$ 的数值是否能够充分地指示出它们的位置是在左边抑或右边。

设想在1946年(参看29页最末栏, 和30页第八栏)

$$S_0^5 = 8^h 58^m 09^s.217 - (-0^s.965) = 8^h 58^m 10^s.182.$$

$$S_0^6 = 9^h 02^m 05^s.767 - (-0^s.971) = 9^h 02^m 06^s.738.$$

显然, 在 $0^h$ G.M.S.T.(2月5日)和 $S_0^6$ 间任何点的数值在

$$0^h \text{ 和 } 9^h 02^m 06^s.738$$

之间, 而在 $S_0^5$ 和G.M.S.T.(2月5日)间任何点的数值在

$$8^h 58^m 10^s.182 \text{ 和 } 24^h$$

之间。在上两式之间显然有一段重叠的时间, 即:

$$8^h 58^m 10^s.182 - 9^h 02^m 06^s.738$$

由此可见, 1946年2月5日内的某一时刻的数值如果是在这个重叠范围以内, 其位置可以是在 $0^h$ G.M.S.T.(2月5日)的左边或右边, 并且它的位置不能由它的数值肯定地表示出来。因此, 在这种情况下, 如果误用了当天或前一天的太阳时指标是会引出错误的结果; 这种错误不能用反算来发现, 只能由已知的近似G.M.T.来加以比较。

根据以上讨论, 我们得到以下的实用规则:

从G.S.T.换算为G.M.T.的任何瞬间的数值	从G.S.T.换算为G.M.T.所应采用的指标
<当日的恒星时指标	当日太阳时指标
>当日的恒星时指标 <下一天的恒星时指标	当日太阳时指标或前一天太阳时指标
>下一天的恒星时指标	前一天太阳时指标



换算时刻所得的结果，必须加以檢核。

用反算来檢核，或是应用下列表 1a, 1b 和 1c 来檢核。

第二种檢核方法的精度只能达到  $0^s.01$  或  $0^s.02$ ，是因为全年中以一月一日的恒星时指标为根据的，如果是閏年，则在二月二十九号以后用一月二日的指标。这种表格便于在一月一日和任何时刻間的 M.T. 和 M.S.T. 的换算。

表 1a 給出每个月前各月对应的恒星时；

表 1b 給出每个月中每日前各日对应的恒星时；

表 1c 給出每日中每一小时前的恒星时改化值。

表 1a (不須內插)

月份	对应的恒形时			月份	对应的恒星时			月份	对应的恒星时		
1	0 <sup>h</sup>	00 <sup>m</sup>	00 <sup>s</sup> .00	5	7 <sup>h</sup>	53 <sup>m</sup>	06 <sup>s</sup> .64	9	15 <sup>h</sup>	53 <sup>m</sup>	02 <sup>s</sup> .95
2	2	02	13.22	6	9	55	19.86	10	17	56	19.61
3	3	52	36.77	7	11	53	36.52	11	19	58	32.83
4	5	54	49.98	8	13	55	49.74	12	21	56	49.49

表 1b (不須內插)

日	对应的恒星时			日	对应的恒星时			日	对应的恒星时		
1	0 <sup>h</sup>	00 <sup>m</sup>	00 <sup>s</sup> .00	11	0 <sup>h</sup>	39 <sup>m</sup>	25 <sup>s</sup> .55	21	1 <sup>h</sup>	18	51 <sup>s</sup> .11
2		05	56.56	12		43	22.11	22		22	47.66
3		07	53.11	13		47	18.66	23		26	44.22
4		11	49.67	14		51	15.22	24		30	40.77
5		15	46.22	15		55	11.78	25		34	37.33
6		19	42.78	16		59	08.33	26	1	38	33.88
7		23	39.33	17	1	03	04.89	27		42	30.44
8		27	35.89	18		07	01.44	28		46	27.00
9		31	32.44	19		10	58.00	29		50	23.55
10		35	29.00	20		14	54.55	30		54	20.10
								31		58	16.66

表 1c (須內插)

时 (G.M.T.)	恒星时改正		时 (G.M.T.)	恒星时改正		时 (G.M.T.)	恒星时改正	
1	00 <sup>m</sup>	9.86	9	1 <sup>m</sup>	28 <sup>s</sup> .71	17	2	47.56
2		19.71	10		38.56	18		57.42
3		29.57	11		48.42	19	3	07.27
4		39.43	12		58.28	20		17.13
5	0	49.28	13	2 <sup>m</sup>	08.13	21	3	26.99
6		59.14	14		17.99	22		36.84
7	1	09.00	15		27.85	23		46.70
8		18.85	16		37.70	24		56.56

每分鐘的差数:  $0^s.1643$

假如要換算二月二十九日的任何時刻，則須用表 1a 和 1b 中的三月一日的數值。

表 1a 和 1b (不需要內插) 所載的數值，是減去了最大可能的  $24^h$  之倍數的對應恒星時。

例題

第一種情況：已知格林威治東某地方， $\lambda = -1^h 30^m 15^s.08$  的 L.M.T. =  $21^h 52^m 16^s.72$  (1946 年 2 月 5 日)，求同一瞬間的 L.A.S.T.。

解：

$$\text{L.M.T.} = 21^h 52^m 16^s.72$$

$$\lambda = -1^h 30^m 15^s.08$$

$$\text{G.M.T.} = 20^h 22^m 01^s.64$$

$$S'_0 = 8^h 58^m 09^s.217 \quad \text{第 29 頁，第六欄}$$

$$\text{赤經章動} = -0.965 \quad \text{第 30 頁，第八欄}$$

$$S_0 = 8^h 58^m 10^s.182$$

相當的恒星時	{	$20^h$	$= 20 \quad 03 \quad 17 \quad 129$	第 42 頁，第二欄
		$22^m$	$= \quad 22 \quad 03 \quad .614$	第 42 頁，第四欄
		$1^s$	$= \quad \quad 1 \quad .003$	第 42 頁，第八欄
		$0^s.64$	$= \quad \quad 0 \quad .642$	第 42 頁小數部分

$$\text{G.M.S.T.} = 5^h 23^m 32^s.570$$

$$\text{赤經章動} = -0.970 \quad \text{第 30 頁，第八欄}$$

$$\text{G.A.S.T.} = 5^h 23^m 31^s.600$$

$$\lambda = -1 \quad 30 \quad 15.08$$

$$\text{L.A.S.T.} = 6 \quad 53 \quad 46.68$$

檢核：

$$S'_0 (1 \text{ 月 } 1 \text{ 日}) = 6 \quad 40 \quad 09.709 \quad \text{第 29 頁，第六欄}$$

$$\text{赤經章動} = -1.036 \quad \text{第 30 頁，第八欄}$$

$$S_0 (1 \text{ 月 } 1 \text{ 日}) = 6 \quad 40 \quad 10.74$$

$$\text{G.M.T.} = 20 \quad 22 \quad 01.64$$

45 頁	{	表 1a	$= 2 \quad 02 \quad 13.22$	2 月，
		表 1b	$= \quad 15 \quad 46.22$	5 日，
		表 1c	$= \quad \quad 3 \quad 20.74$	$20^h 22^m.0$ (內插)

$$\text{G.M.S.T.} = 5 \quad 23 \quad 32.58$$

$$\text{赤經章動} = -0.97 \quad \text{第 30 頁，第八欄}$$

$$\text{G.A.S.T.} = 5 \quad 23 \quad 31.61$$

第二種情況：上例反算：

解：

$$\text{L.A.S.T.} = 6^{\text{h}} 53^{\text{m}} 46^{\text{s}}.68$$

$$\lambda = -1 \ 30 \ 15.08$$

$$\text{G.A.S.T.} = 5 \ 23 \ 31.60$$

$$M_0(2 \text{月} 5 \text{日}) = 14 \ 59 \ 23^{\text{s}}.040 \quad \text{第 30 頁, 第九欄}$$

相当的太陽时	{	$5^{\text{h}}$	$=$	$4 \ 59 \ 10^{\text{s}}.852$	第 43 頁, 第二欄
		$25^{\text{m}}$	$=$	$22 \ 56.232$	第 43 頁, 第四欄
		$31^{\text{s}}$	$=$	$30.915$	第 43 頁, 第十欄
		$0^{\text{s}}.60$	$=$	$0.598$	第 43 頁, 小数部份

$$\text{G.M.T.} = 20^{\text{h}} 22^{\text{m}} 01^{\text{s}}.637$$

$$\lambda = -1 \ 30 \ 15.08$$

$$\text{L.M.T.} = 21 \ 52 \ 16.72$$

这种計算可以应用表 1a—1c 来做反算加以檢核; 所得結果和第一种情况一样。

第四种情况: 已知某地(其經度为  $-1^{\text{h}} 30^{\text{m}} 15^{\text{s}}.08$  东經)1946 年 2 月 5 日的  $\text{L.A.S.T.} = 15^{\text{h}} 47^{\text{m}} 14^{\text{s}}.72$ , 求同一瞬間的  $\text{L.M.T.}$ 。

解:

$$\text{L.A.S.T.} = 15^{\text{h}} 47^{\text{m}} 14^{\text{s}}.72$$

$$\lambda = -1 \ 30 \ 15.08$$

$$\text{G.A.S.T.} = 14 \ 16 \ 59.64$$

$$M_0(2 \text{月} 4 \text{日}) = 15 \ 03 \ 18.945$$

相当的太陽时	{	$14^{\text{h}}$	$=$	$13 \ 57 \ 42.386$
		$16^{\text{m}}$	$=$	$15 \ 57.379$
		$59^{\text{s}}$	$=$	$58.839$
		$0^{\text{s}}.64$	$=$	$0.638$

$$\text{G.M.T.} = 5^{\text{h}} 17^{\text{m}} 58.187$$

$$\lambda = -1 \ 30 \ 15.08$$

$$\text{L.M.T.} = 6 \ 48 \ 13.27$$

檢核:

$$S'_0(1 \text{月} 1 \text{日}) = 6^{\text{h}} 40^{\text{m}} 09^{\text{s}}.709$$

$$\text{赤經章动} = -1.036$$

$$S_0(1 \text{月} 1 \text{日}) = 6 \ 40 \ 10.74$$

$$\text{G.M.T.} = 5 \ 17 \ 58.19$$

45 頁	{	表 1a	$=$	$2 \ 02 \ 13.22$
		表 1b	$=$	$0 \ 15 \ 46.22$
		表 1c	$=$	$0 \ 52.24$

$$\text{G.M.S.T.} = 14 \ 17 \ 00.61$$

①我們曾經注意到  $M_0$  沒有包括章动短期項的影响, 严格地講, 这种影响必須从已知  $\text{G.A.S.T.}$  中減去那个瞬間的  $f'$  值, 这种改正正在上面換算的例題中未加考虑, 并且通常認為是不需要的。

$$\begin{aligned}\text{赤經章動} &= -0.96 \\ \text{G.A.S.T.} &= 14\ 16\ 59.65\end{aligned}$$

### § 3.5 标准时、日、年

从公式 (III.3),

$$\text{L.M.T.} = \text{G.M.T.} - \lambda$$

可以看出凡地理經度  $\lambda$  相同的地点, 其地方时 L.M.T. 亦必相同; 如果經度不同, 其地方时也就不同了。在日常生活中, 如果在許多經度不同的地方各用各的地方时, 那是不适宜的。因此, 曾將地球分为若干地区, 每区使用着統一的时间。这种所謂标准时和 G.M.T. 相差为一常数, 它是由政府以法令規定之。在有些国家中采用夏季时, 其开始和結束的日期通常由政府明文規定。

两个相鄰的 0<sup>h</sup> 間的标准时时段称为一个民用日。很显然, 民用时和平太陽时虽然一般不相重合, 但是間隔是相等的。

民用日是用日期来表示, 就是說用年数、月数和日数来表示。在同一区內的各地方均用同样的标准日; 属于不同时区的地方可能有不同的标准日。这里必須着重指出历書中的日期是用格林威治的日期 (除非是另加說明), 并且可能与观测地方的标准日有差別。在观测記錄中, 常常不仅要記錄年份、月份 (月份不能縮写) 和日期数, 还要写明周日名称, 借以檢查日期上的可能錯誤。

在日常生活中, 日期是指一个整数, 它的时段为 24 小时; 在天文学中, 日期可能写成分数, 来表示某一时刻。(26) 頁表中第一欄的正月 1.2 是指一月一日的 4<sup>h</sup> 48<sup>m</sup> ( $0.2 \times 24^h$ ) G.M.T.。

天文学中是用白塞尔年或太陽年; 它的期間为一个回归年, 等于 365.2422 平太陽日 (参考 § 3.4), 它的开始时刻可設想是适当平太陽时的赤經 (受到光行差影响, 并自平春分点起算) 为 18<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 的瞬时。

这个量测时间的方法又不适合于日常生活。为此, 我們采用了民用年 (或日历年), 它的長为 365 民用日, 而閏年則为 366 天。民用年是从一月一日 (标准的) 开始。所以在不同时区是不同的。

太陽年的开始, 例如 1950.0, 1951.0 等等是接近于民用年的开始。每个平太陽年比民用年多出 0.2422 日, 但是凡为 4 所能除尽的 (不能为 400 除尽的世紀年除外) 民用年都設置一个閏年, 多加一天, 所以这一年比太陽年多 0.75780 日。下面举出以格林威治日来表示的几个太陽年的开始:

$$\begin{aligned}1950.0 &= 0.924 \text{ 正月} & 1953.0 &= 0.650 \text{ 正月} \\ 1951.0 &= 1.166 \text{ 正月} & 1954.0 &= 0.892 \text{ 正月} \\ 1952.0 &= 1.408 \text{ 正月} & 1955.0 &= 1.135 \text{ 正月}\end{aligned}$$

在前面几章中所用“年”是指太陽年。在 § 2.8 天文坐标換算的例題中, 公式 (15.1) 的量  $\tau$  是太陽年的分数。显然,  $\tau=0$  是在一太陽年的开始时, 例如在 1939.0 (格林威治正月 1.259), 但是在格林威治 1939 年正月 1.0 日,  $\tau \neq 0$  (參看 28 頁第二欄)。

## 第四章 觀測值的改正

### § 4.1 概 述

在 § 2.1 中，我們認為：星體是當它發出的光綫被觀測者所看到的時候，連接地球中心和它的中心的直綫與天球相交的一點。

我們必須仔細地研究在這個定義中所含的三個元素：

- (a) 一條直綫，
- (b) 地球的中心，
- (c) 星體的中心。

元素 (a) 是數學上的一種抽象概念；實際上就是一條光綫。這條光綫的視方向是與直綫的方向有差別的，因為它是受到周年光行差，折光差和周日光行差的影響。在 § 2.6 中，已經討論過周年光行差的影響；因為它是和地面上觀測者的位置沒有關係，所以它是能夠並且已經在坐標中加以改正。在另一方面，折光差和周日光行差是和觀測者的位置並與觀測的數值有關，而折光差又因大氣的情況而不同；為此，它們的改正數必須加到觀測值中去。

元素 (b) 對觀測者而言，是一個不能達到的點子，觀測者只能在地面或在十分接近地表之處進行觀測，因此產生了離心現象。從地球中心與觀測點到天體中心的兩條直綫間的夾角稱為視差（這和 § 2.5 中所述的周年視差有區別）。這個角度一般是可以不加考慮，只是在觀測太陽、月亮和行星時才加以改正。因為在大地天文觀測中不觀測月亮和行星，我們僅考慮太陽的視差。

元素 (c) 是一個不能看見的點子。儘管如此，在觀測恆星時，根據各種觀測的需要，將望遠鏡的橫絲或縱絲或兩絲交點平分星影，這樣，還是可以把望遠鏡對正恆星的中心。當觀測太陽時，不可能很準確地觀測太陽的中心，故必須進行偏心觀測，然後加以偏心改正。

所有這些天文觀測值的改正均將在以後几章中加以討論。通常不需要加上儀器的改正，但是，我們知道觀測員對於普通經緯儀的用法是很了解的，所以對於經緯儀的改正不再敘述。但是當需用專門天文觀測儀器時，我們將再考慮這種儀器的各項改正。

### § 4.2 折 光 差

當星體所發出的光綫到達望遠鏡之前，它必須通過星際真空和地球表面的大氣層。在前一部分的光程上不發生折射，真空中折光系數  $\mu_0$  是一個常數 ( $\mu_0=1$ )，但通過大氣層時產生折射作用，因為空氣的折光系數不等於 1，隨空氣的溫度和密度而不同，而密度和溫度則又隨着地面高度的減小而增加。

由於這個原因，光綫自上而下連續地改變它的方向，而且這種改變是逐漸增加的。觀測者觀測星體時望遠鏡所指的視方向，是和光綫的最下部分相切的。光綫在進入大氣以前的方

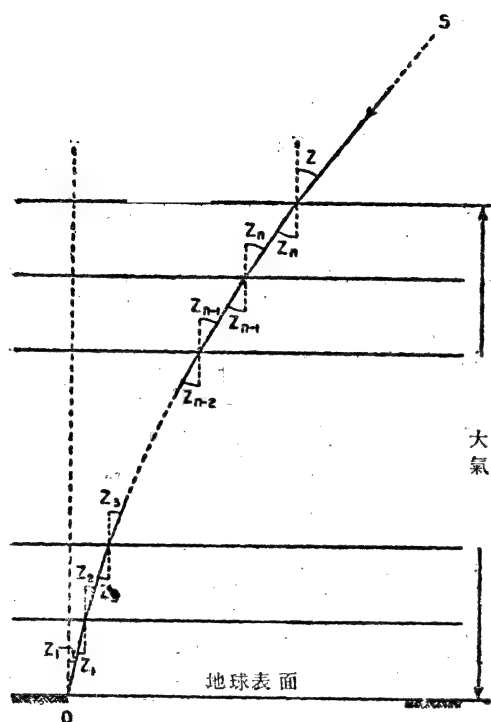


圖 28. 折光差

$$\sin z = \mu_n \sin z_n$$

$$\mu_n \sin z_n = \mu_{n-1} \sin z_{n-1}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\mu_3 \sin z_3 = \mu_2 \sin z_2$$

$$\mu_2 \sin z_2 = \mu_1 \sin z_1$$

由以上所列等式，我們得出下列式子：

$$\sin z = \mu_1 \sin z_1$$

或因

$$z = z_1 + r$$

$$\sin (z_1 + r) = \mu_1 \sin z_1 .$$

$r$  是一个小角（在圖 28 中已將其放大），我們可以將上式第一項展开成級数，舍去二次項及高次項，則得：

$$\sin z_1 + \frac{r}{\rho} \cos z_1 = \mu_1 \sin z_1$$

因此：

$$r = (\mu_1 - 1) \rho \operatorname{tg} z_1 \quad (\rho = 3438' = 206265''). \quad (\text{IV.1})$$

在这个公式里，我們看到除最低層以外，不發現其他空气層的折光系数。这一点是很重要的，因为观测者容易确定地面層的折光系数，而在高于地面層的其他各層的折光系数則通常是难以测定的。同时也决不能忘記，这个公式是在假定空气層为平面的情况下才是正确的，而且只能用于較小的天頂距的場合中。

实际上空气層是近似于以地球为中心的圓弧。所以根据来量測入射角的每一空气層的

向和观测者的視方向之間的角度，必須加入观测的天頂距中，或从观测的高度角中減去。用数学方法处理这种現象时，可假定整个大气層是由無數的圓形薄層所組成，其圓心为地球的中心，而每一層中的折光系数是均匀的。

但是当观测星体的天頂距很小时，可以不考虑每一薄層的曲率，而它們的層数和厚度認為是有限的，如圖 28 中所示。星体  $S$  的光線射入空气層时的入射角  $z$  是等于星体的真天頂距。由于折射作用，在最上層的入射角为  $z_n$ ，第二層射入射角为  $z_{n-1}$ ，以后依次类推。最后当光線达到观测者  $O$  时，其方向为  $z_1$ ，等于視天頂距。

这个差数  $(z - z_1)$  是一个加到观测天頂距  $z_1$  的改正数，通常称为折光差，以字母  $r$  表示之。計算  $r$  的公式可求之如下：

如果这些空气層的折光系数是以  $\mu_n, \mu_{n-1}, \dots, \mu_2, \mu_1$ ，来表示，那末，由史奈紐的折光定理得：

垂直綫，不像上面理論上所假定的那樣，它並不是與觀測者的垂綫相平行的。然而我們可以証明各層垂直綫與觀測者垂綫間的角度是很小的。顯然，這個角度最大的是最高層的垂直綫與觀測者的垂綫間的角度，而且這個角度是隨天頂距的增大而增大的。引起折光的最高層可以假定為高出地面 50 公里。在大地天文工作中最大的天頂距規定為  $75^\circ$ ；這個限制是考慮到折光差的誤差，我們將在下面再加以研究。根據這些數據和地球半徑（近似地為 6372 公里），並設光綫是直綫的，則從圖 29，我們可以得到  $\psi$  的最大角值為：

$$(6372+50) \sin (75^\circ - \psi) = \\ = 6372 \sin (180^\circ - 75^\circ)$$

或  $\psi = 1^\circ 35'$

這個最大的角度却意外的小。因此，作為推導公式 (IV.1) 的假定是與實際情況相差不大，而只要稍加改正就可以用於較大的天頂距。嚴格的說，為了改正，必須知道光綫經過空氣中每一点的折光係數。實際上我們只能滿足於折光係數與地面上方的高度在理論上或實驗上的某種關係。因為公式 (IV.1) 上所需加的改正數是很小，對於採用那一種的關係不是很重要的。我們不再深入研究，而僅引出根據合理假定所推導出來的公式：

$$r = (\mu_1 - 1) \rho \{ (1-x) \operatorname{tg} z - (x-y) \operatorname{tg}^3 z \}$$

式中：

$$x = \frac{sP}{Rm}$$

$s$  = 水銀比重，

$P$  = 觀測地點的空氣壓力，以水銀柱公厘計，

$R$  = 地球半徑，

$m$  = 觀測地點空氣密度，

$y = \frac{1}{2}(\mu_1 - 1)$ ，

$\mu_1$  = 在氣壓  $P$  和氣溫  $t$  的情況下，空氣的折光係數。

這個公式可以簡化為：

$$r = P \operatorname{tg} z + Q \operatorname{tg}^3 z.$$

$P$  和  $Q$  的數值可以從有關的物理數據中或是從天文觀測中得到。後面這個方法的缺點是天文觀測僅在一個或少數的天文點上進行，因而受到氣壓和氣溫分佈的地區異常的影響。從一個特殊的測站上所得到的係數對於這一點而言固然有它的價值，但是對於測量師則其用處不大，因為他所需要的是一個不含有地區異常的一般公式。

所以我們寧可從物理數據中求出  $P$  和  $Q$ ，其所得最後結果是：

$$r = \frac{P}{760} \cdot \frac{270}{270+t} (60'' \cdot 10 \operatorname{tg} z - 0'' \cdot 072 \operatorname{tg}^3 z) \quad (\text{IV.2})$$

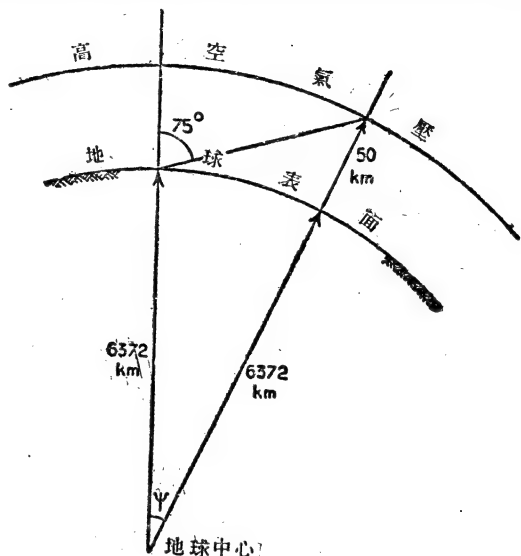


圖 29. 最大入射角

或 
$$r = \frac{p'}{29.92} \cdot \frac{486}{454+t'} (60'' \cdot 10 \operatorname{tg} z - 0'' \cdot 72 \operatorname{tg}^3 z). \quad (\text{IV.3})$$

式中

$p$  = 測站气压, 以水銀柱的公厘計

$p'$  = 測站气压, 以水銀柱的英寸計

$t$  = 空气溫度, 以攝氏度計

$t'$  = 空气溫度, 以華氏度計

这个公式可以写成下式:

$$r = \frac{p}{270+t} \cdot R \quad \text{或} \quad r = \frac{p'}{454+t'} \cdot R'.$$

表 2 和 3 (164 頁和 165 頁) 給出以  $h (=90^\circ - z)$  为引数的函数值  $R$  和  $R'$ , 以便于計算。在表的底下举出了例題。列綫圖 1 (168 頁) 也給出計算折光差的簡易方法, 也可以校核用公式計算的結果。

在大地天文作業中, 有时需要 (§ 4.5) 將折光差改正加到天頂距差数中。当然, 我們可以应用 (IV.2) 或 (IV.3) 式計算每个天頂距的折光差, 然后取其差数, 以求此改正数。但是更容易的方法是取 (IV.2) 公式的对数微分, 以直接計算它們的差数 (包含  $\operatorname{tg}^3 z$  的微小項可以不加考虑):

$$\Delta r = \frac{r}{\operatorname{tg} z \cos^2 z} \cdot \frac{\Delta z}{\rho}$$

通常  $\Delta z$  是很小的, 在这个公式里面, 允許近似地插入  $p$  和  $t$  的平均值。用  $p = 760$  公厘 = 29.92 英寸和  $t = 15^\circ \text{C} = 59^\circ \text{F}$ , 我們得到:

$$\Delta r = 0.00028 \cdot \Delta z \cdot \sec^2 z. \quad (\text{IV.4})$$

其次, 有时由于气压的变化 ( $\Delta p$  或  $\Delta p'$ ) 和气温变化 ( $\Delta t$  或  $\Delta t'$ ) 引起了折光差的变化, 需要將观测天頂距加以改正 (§ 11.3.4)。將 (IV.2) 或 (IV.3) 的对数式加以微分——不計及最后項——并考虑  $p$  和  $t$  或  $p'$  和  $t'$  为变数, 我們得到:

$$\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2$$

式中:

$$\Delta r_1 = \frac{r}{p} \Delta p \quad \text{或} \quad \Delta r_1 = \frac{r}{p'} \Delta p'$$

$$\Delta r_2 = \frac{-r}{270+t} \Delta t \quad \text{或} \quad \Delta r_2 = \frac{-r}{454+t'} \Delta t'$$

对于平均数  $p = 760$  公厘 = 29.92 英寸和  $t = +15^\circ \text{C} = 59^\circ \text{F}$ , 則:

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_1 &= +0.075 \cdot \Delta p \cdot \operatorname{tg} z \quad \text{或} \quad \Delta r_1 = +1.90 \cdot \Delta p' \cdot \operatorname{tg} z \\ \Delta r_2 &= -0.200 \cdot \Delta t \cdot \operatorname{tg} z \quad \text{或} \quad \Delta r_2 = -0.111 \cdot \Delta t' \cdot \operatorname{tg} z \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.5})$$

將誤差傳播定律应用到 (IV.2) 并舍去其中微小項  $0'' \cdot 072 \operatorname{tg}^3 z$ , 我們得到下面折光差的中誤差的平方公式。

$$m_r^2 = \left\{ \frac{1}{p^2} m_p^2 + \frac{1}{(270+t)^2} (m_t^2 + v_t^2) \right\} \left( \frac{p}{760} \times \frac{270}{270+t} 60'' \cdot 1 \operatorname{tg} z \right)^2 \quad (\text{IV.6})$$

式中:



$m_p$  = 气压計讀数的中誤差

$m_t$  = 溫度計讀数的中誤差

$v_t$  = 沒有在溫度計中表現出来的溫度的平均短期变化。

如上所証，折光差主要决定于最下層空气的溫度，而对上層空气溫度的影响較小。所以只是最下層空气的微小变化使得折光差發生了变化。由于这种变化的時間很短，因此通常水銀溫度計的迟滯性可使其抵消。所以由溫度讀数所算出的折光差是一个平均数，而折光差的短期变化則認為是一种誤差。短期間溫度的变化 每分鐘可达  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ ，其平均变化为：

$$v_t = 0^\circ.2\text{C}$$

同样气压变化的影响是不显著的。再假定：

$$m_p = 0.1\text{mm} \quad \text{和} \quad m_t = 0^\circ.1\text{C}$$

并且利用平均数  $p = 760\text{mm}$  和  $t = 15^\circ\text{C}$  (因为  $m_p$  微小)，公式 (IV.6) 变为：

$$m_r = 0'' .045 \operatorname{tg} z$$

例題：

$$\begin{array}{cccccc} z = 75^\circ & 60^\circ & 45^\circ & 30^\circ & 15^\circ \\ m_r = 0'' .17 & 0'' .08 & 0'' .05 & 0'' .02 & 0'' .01 \end{array}$$

这种偶然中誤差是小的。相反地，系統誤差可能是很大；当天頂距为  $75^\circ$  时，它們可以达到几秒。系統誤差的主要来源为：

(1) 溫度計和气压計讀数的观测常差和仪器常数。

(2) 作为折光差理論基础的真正的空气結構与理論所假定的不相一致。

(1) 为了研究气温和气压讀数誤差的影响，可用  $p$  和  $t$  为变数求公式 (IV.2) 的微分式。不計及最后項，我們有

$$dr = \left( \frac{-dt}{270+t} + \frac{dp}{p} \right) \frac{p}{760} - \frac{270}{270+t} 60'' .10 \cot h$$

(2) 如实际和理論的空气結構的差別，是和天頂距相对称的，那末它对折光差的影响必須是高度的函数。將它的影响和上述的影响加起来，我們有：

$$dr = f(h, p, t)$$

地方情况的不同 (例如近旁的森林，湖泊，河流，房子等等) 可以使气温与气压的分佈不与天頂距相对称，因而發生折光差的不对称。这是严重的誤差来源，而且不可能被消去的。

所以我們可总结如下：

(a) 必須避免观测很大的天頂距，除非具有其他誤差可以抵消它。如果要测恒星的高度，大于  $75^\circ$  的天頂距是不能容許的；如果是测定方位角則不受这个限制。

(b) 必須采用消除系統折光差的观测方法。

(c) 如有可能，观测必須在一个或几个晚上重复进行。

(d) 必須用很好的檢定过的气压計和溫度計，最好用可以掛起来的溫度計。一个普通的空盒气压計認為是合适的。

(e) 溫度計必須掛起来 (例如用一根桿子)，大約离开地面 1.5 公尺，并且离开仪器或房屋要有几公尺的距离。

(f) 当观测太阳时, 温度计和气压计必须好好保护, 并放在阴影地方, 免受太阳光的直接照射。

(g) 天文点必须位于空旷地区; 不能靠近森林, 河流, 房屋等等。

### § 4.3 周日光行差

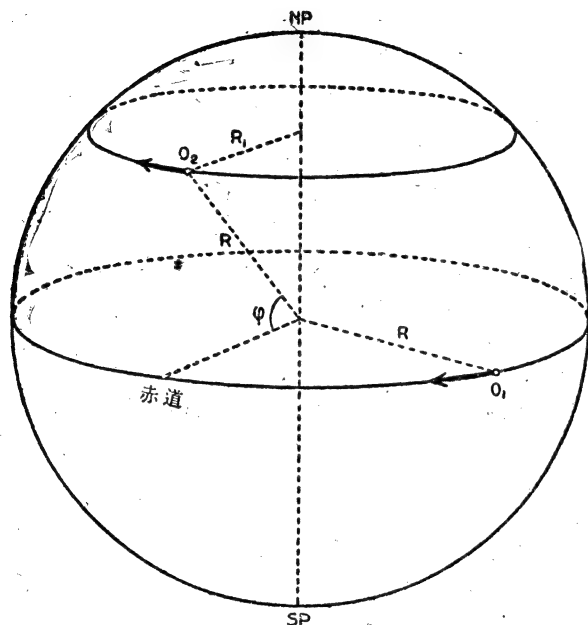


圖 30. 地球自轉

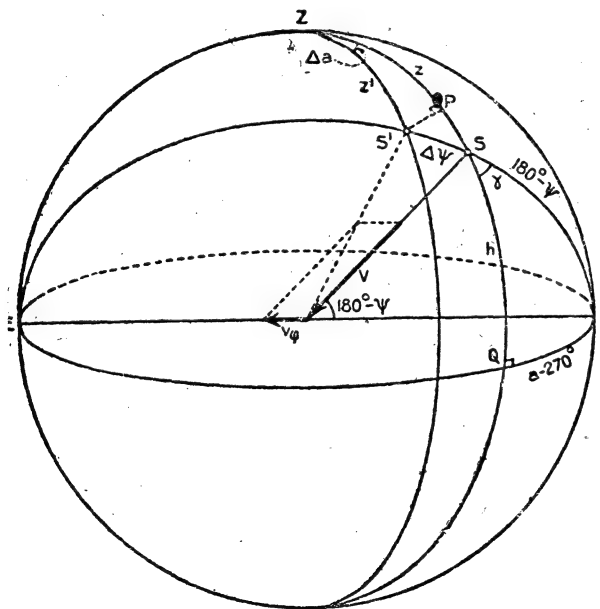


圖 31. 周日行差

卯酉圈的平面与圖面相重合的一个天球圖。由于地球的轉动, 每个观测者随着向东轉动,

周日光行差的现象和周年光行差相类似 (§ 2.6)。由于观测者随地球的自轉运动而引起星体的視位移。虽然每个观测者所轉的角度是一样的, 但他們的直綫运动的速度是不同的。

沒有二个观测者:  $O_1$  在赤道上,  $O_2$  在緯度为  $\varphi$  的地方 (圖 30)。二个观测者轉一周的时间是一样的。  $O_1$  所轉的距离为  $2\pi R$ , 而  $O_2$  則轉动为  $2\pi R_1$ , 这里  $R$  为赤道半径, 而  $R_1$  为  $O_2$  所在緯圈的半径。直綫运动速度  $v$  和  $v_\varphi$  是和所經的距离成正比例, 我們有:

$$\frac{v_\varphi}{R_1} = \frac{v}{R}$$

如果地球是假定为一圓球:

$$R_1 = R \cos \varphi$$

从上公式, 我們得出:

$$v_\varphi = v \cos \varphi \quad (\text{IV. 7})$$

应用 § 2.6 中所述的同样理由, 星体視位移可以用下式表示:

$$\Delta \psi = \frac{v_\varphi}{V} \rho \sin \psi$$

式中  $\psi$  为矢量  $v_\varphi$  (观测者速度) 和  $V$  (光速) 之間的夾角 (圖 31)。將 (1) 式中  $v_\varphi$  代入上式, 我們得到:

$$\Delta \psi = \frac{v}{V} \rho \cos \varphi \sin \psi \equiv \kappa \cos \varphi \sin \psi \quad (\text{IV. 8})$$

$\kappa$  为周日光行差常数, 可以从赤道上观测者的速度  $v$  和光速  $V$  推导出来。这就給出:  $\kappa = 0''.32$ 。

这个位移  $\Delta \psi$  發生在矢量  $v_\varphi$  和  $V$  的平面內, 如圖 31 所示; 該圖为观测者

如矢量  $v_\varphi$  所示。由于星体的位置从  $S$  移动到  $S'$ ，天頂距和方位角都發生了变化。天頂距的变化  $\Delta z$  大約等于  $SS'$  在星体的地平經圈上的投影。这个投影  $SP$  近似地为：

$$SP = -\Delta z = \Delta\psi \cos \gamma$$

或將公式(IV.8)的数值代入上式得：

$$\Delta z = -\kappa \cos \varphi \sin \psi \cos \gamma$$

从三角形  $SWQ$ ：

$$\sin \psi \cos \gamma = -\sin a \sin h = -\sin a \cos z$$

并且代入上式，我們得到：

$$\Delta z = \kappa \cos \varphi \sin a \cos z$$

方位角的变化  $\Delta a$  可以从三角形  $S'ZP$  得到：

$$\sin \Delta a = \sin S'P \operatorname{cosec} z'$$

或近似地：

$$\Delta a = S'P \operatorname{cosec} z = \Delta\psi \sin \gamma \operatorname{cosec} z$$

將(IV.8)的数值代入上式：

$$\Delta a = \kappa \cos \varphi \sin \psi \sin \gamma \operatorname{cosec} z$$

再从三角形  $SWQ$ ：

$$\sin \psi \sin \gamma = \cos a$$

我們得到：

$$\Delta a = \kappa \cos \varphi \cos a \operatorname{cosec} z$$

时角变化  $\Delta t$  的公式可用同样的方法推导出来，所得結果是

$$\Delta t = -\kappa \cos \varphi \cos \delta \sec \delta$$

当  $\varphi=0$ ， $a=90^\circ$  或  $270^\circ$  和  $z=0^\circ$  时， $\Delta z$  达到最大值。即使在此最大限度的情况下， $\Delta z$  不过是  $0''.31$ ，所以这个改正数只有在高精度的要求下才是必需的，而在一般測量工作中則可以不加考虑。

当天体在子午圈上 ( $a=0^\circ$  或  $180^\circ$ )，而天頂距較小时， $\Delta a$  达到 最大值。在測定方位角时，所用的最小天頂距近似地为  $\operatorname{arc} \cot(\pm z \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} 15^\circ)$  ( $\varphi \leq 0$ ，参看 § 8.2.3)。如  $|\varphi| \leq 60''$ ，則  $\Delta a$  的最大值为  $0''.62$ ，这是不能常常忽略的。同样可以証明，只有在精度需要高时，才顧及  $\Delta t$ 。

## § 4.4 太陽視差

圖 32 表示在观测者和太陽所在的垂直面內經過地心的截面。

$d$  = 地球到太陽的距离

$z'$  = 观测天頂距 (已加折光差和周日光行差改正)

$z$  = 地心天頂距

$p = z' - z$  = 太陽視差；  $z = z' - p$

在三角形  $O$ -太陽- $C$  中，我們有：

$$\sin p = \frac{R}{d} \sin z'$$

或近似地：

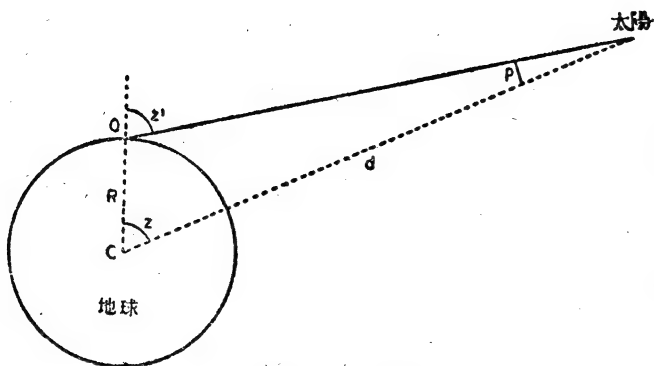


圖 32. 太陽視差

$$p = \frac{R}{d} \rho \sin z'$$

相应于  $z' = 90^\circ$  ( $\sin z' = 1$ ) 的視差叫做地平視差，以符号  $p_h$  表示之：

$$p_h = \frac{R}{d} \cdot \rho$$

將以上兩式合併起來，我們得到：

$$p = p_h \sin z' \quad (\text{IV. 9})$$

因为地球軌道成橢圓形，故距离  $d$  不是一个常数，在一年之中，

地平視差的数值介乎  $8''.66$  (在六月) 和  $8''.95$  (在十二月) 之間。地平視差列在历書的表格中；在美国天文年历中每日載在太陽表上；在航海历書中每十日列在專門表格中。如果观测者利用列綫圖 3 (170 頁)，那末他便不需要这些表，列綫圖上註有日期。列綫圖代替了視差的計算，从公式 (IV. 9) 可看出只要簡單的运用便可求得 (參看用法說明)。

例題：求 3 月 23 日， $z' = 62^\circ$  或  $h = 28^\circ$  时的太陽視差

列綫圖直接給出： $p = 7''.8$ 。

#### § 4.5 太陽的偏心瞄准

在历書中所載太陽赤經与赤緯是以太陽的中心为根据的。观测太陽必須与这些坐标相一致，所以也必須同样地归算到太陽的中心。

但是因为太陽是一个大的圓盤，实际上很难瞄准它的中心，我們曾經設計了專門的偏心瞄准方法，并且將观测的結果加以改正归化到太陽的中心。我們將討論下列的二种方法：

(a) 普通方法，仍然常常在应用着，不需任何附件，但观测費神，且不大精确。

(b) 新的方法，用一个太陽稜鏡附件套在望远鏡上，观测容易，并且精度很高。

(a) 普通瞄准方法：

將望远鏡視場中的太陽影子放在这样的位置：

(1) 在测定方位时，使日影左或右边緣与縱絲相切 (圖 33, a 和 b)

(2) 在测定天頂距时，使日影上或下边緣与橫絲相切 (圖 33, c 和 d)

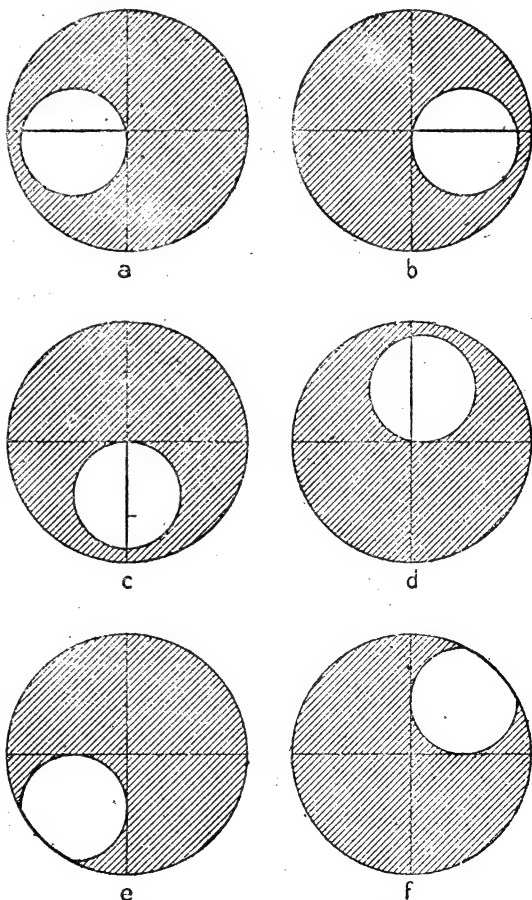


圖 33. 太陽的偏心瞄准

(3) 在同时测定方位角与天顶距时, 則同时与縱橫絲相切 (圖 33, e 和 f)。

为了消除由十字絲的可能傾斜所引起的誤差, 在(1)和(2)的情况下, 太陽和十字絲相切之处須靠近十字絲交点。在(3)的情况下, 这样做是不可能的, 因此必須連續觀測二次, 將太陽放在圖 33 的 e 和 f 所示的位置上。即使十字絲有些傾斜, 第一次和第二次觀測的結果受到同样而相反的影响, 它們的中数將是正确的。每种情况的觀測程序在本节末, 將加以叙述, 以作为討論觀測誤差时的准备。

照准太陽 (或恒星) 的目的, 常常是要测定二个相应的量, 在上述的情况下, 我們需要下列讀数:

- (1) 水平度盤和表面时讀数
- (2) 垂直度盤和表面时讀数
- (3) 垂直度盤和水平度盤讀数。

在觀測过程中, 这种相应量的变化可以近似地認為是有綫的, 一个量連續二次觀測的平均数可認為近似地相应于另一个量連續兩次觀測的平均数。

例如在(1)的情况下,

水平度盤讀数:  $r_1$  和  $r_2$ ; 平均数  $\bar{r}$

表面时讀数:  $u_1$  和  $u_2$ , 平均数  $\bar{u}$

假設  $r_1$  和  $u_1$ ,  $r_2$  和  $u_2$  的关系为:

$$u_1 = f(r_1); \quad u_2 = f(r_2)$$

那末, 按照上述假定, 我們近似地有:  $\bar{u} = f(\bar{r})$ 。也就是說  $\bar{u}$  和  $\bar{r}$  可以認為是相应的虚拟觀測值。这样做可以簡化計算, 而在觀測太陽时, 具有特別便利之处, 如果  $r_1$  和  $r_2$  是十字絲切于太陽相对邊緣 (圖 33, a 和 b) 的讀数; 那末假想的平均讀数  $\bar{r}$  显然就是太陽中心的讀数。于是对于偏心照准即毋須再加改正了。

必須着重指出, 此法仅是近似的方法, 只有当各个觀測紧密且迅速地相互連接着, 以及精度的要求也不太高的时候才可以应用此法。

通常, 即使需要加偏心照准的改正值, 也宁可独立地采用每一次觀測結果。

圖 34 表示以太陽中心为准的太陽方位角  $a$  与太陽天頂距  $z$ , 从此圖可得各改正值。

太陽左或右边緣的方位角的改正数或与其相应的水平度盤的改正数, 是:

$$\Delta a = \pm \frac{1}{2} d \cdot \operatorname{cosec} z = \pm \frac{1}{2} d \cdot \sec h$$

式中  $\frac{1}{2} d$  是太陽半徑所張的角

度 (簡称为半徑) 等于太陽半

徑对地球中心或者近似地对于觀測者所張的角度。这个角度取决于地球到太陽的距离, 由

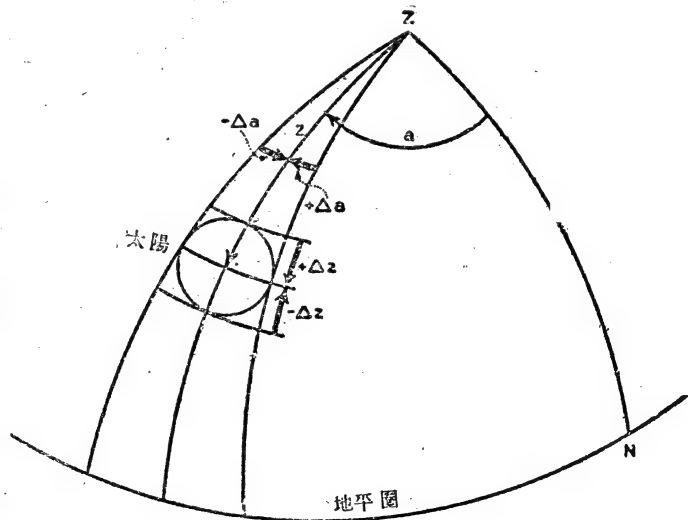


圖 34. 偏心觀測太陽的改正

于距离不是一个常数,  $\frac{1}{2}d$  也随着变动。它的数值介于  $16'17''$  (在十二月) 和  $15'45''$  (在六月) 之間, 并且載于历書中的太陽表上, 每日在世界时零时給出一个数值。(參看29頁第四欄)。应用这个数值, 然后按上式計算  $\Delta a$ 。

例題:

求 1946 年 2 月 12 日世界时 16 时太陽高度  $h=33^{\circ}45'$  时的  $\Delta a$ 。

从历書 (參看 29 頁):  $\frac{1}{2}d=16'13''.51=973''.51$

于是:  $\Delta a=973''.51 \sec 33^{\circ}45'=1170''.8=19'30''.8$ 。

常常有这样的情况, 如果測定  $\Delta a$  的精度只限制在  $1''$ — $2''$  範圍之內, 那末我們可以选用另一方法, 就是应用列綫圖 4 (171 頁)。因为这个列綫圖上註明了日期, 不需求出  $\frac{1}{2}d$  的数值。

例題:

日期同前例。

列綫圖直接給出:  $\Delta a=19'31''$

上邊緣或下邊緣的天頂距或高度的改正值是:

$$\Delta z = \pm \frac{1}{2}d; \quad \Delta h = \mp \frac{1}{2}d$$

如果精度要求很高, 那末可能要顧及太陽上、下邊緣与太陽中心的微折光差。从公式 (IV.4), 这个微折光差是:

$$\Delta r = 0.00028 \cdot \Delta z \cdot \sec^2 z$$

將平均值  $\Delta z = \frac{1}{2}d = 16'$  代入上式, 我們得到:

$$\Delta r = 0''.27 \sec^2 z = 0''.27 \operatorname{cosec}^2 h$$

高度在  $15^{\circ}$  以上的  $\Delta r$  值不难从下表中查得。

由于偏心照准所引起的天頂距或高度改正数之和变为:

太陽观测——微折光表

表 4

$h$	$\Delta r$	$h$	$\Delta r$	$h$	$\Delta r$	$h$	$\Delta r$
$90^{\circ} 00'$		$27^{\circ} 42'$		$20^{\circ} 16'$		$16^{\circ} 45'$	
	$0''.3$		$1''.3$		$2''.3$		$3''.3$
61 26		26 34		19 49		16 30	
	$0.4$		$1.4$		$2.4$		$3.4$
50 46		25 34		19 23		16 15	
	$0.5$		$1.5$		$2.5$		$3.5$
44 29		24 40		18 59		16 00	
	$0.6$		$1.6$		$2.6$		$3.6$
40 08		23 52		18 37		15 47	
	$0.7$		$1.7$		$2.7$		$3.7$
36 52		23 08		18 16		15 34	
	$0.8$		$1.8$		$2.8$		$3.8$
34 18		22 28		17 56		15 21	
	$0.9$		$1.9$		$2.9$		$3.9$
32 13		21 51		17 37		15 09	
	$1.0$		$2.0$		$3.0$		$4.0$
30 28		21 17		17 19		14 58	
	$1.1$		$2.1$		$3.1$		
28 59		20 45		17 01			
	$1.2$		$2.2$		$3.2$		
27 42		20 16		16 45			

$$\text{上邊緣: } \Delta z = +\left(\frac{1}{2}d - \Delta r\right); \quad \Delta h = -\left(\frac{1}{2}d - \Delta r\right)$$

$$\text{下邊緣: } \Delta z = -\left(\frac{1}{2}d - \Delta r\right); \quad \Delta h = +\left(\frac{1}{2}d - \Delta r\right)$$

在 56 頁中已經敘述了三種太陽的照准情況，太陽的影像切于：

- (1) 縱絲上，
- (2) 橫絲上，
- (3) 縱橫絲上。

在(1)和(2)的情況下，當日影正好要和十字絲相切前固定望遠鏡，而當日影邊緣和十字絲相切之時讀出表面時。在(3)的情況下始終用水平微動螺旋將縱絲與日影的右緣或左緣相切，等到日影與橫絲相切時，則停止轉動螺旋。

在各種情況中，可能由於十字絲與日影的邊緣不會恰好切合（切得太多或者太少），而引起了系統人差。現在的問題就是觀測日影的相對邊緣是否可以消除這種人差。這是不可能的，因為我們經常偏重於觀測快將離開十字絲的日影邊緣；當十字絲在日影圓面之外時，十字絲往往看不清楚，或者是根本看不見，這要看天空的明朗與否。即使在視場的黑暗部分（因為天空有雲遮着）可以看見十字絲，但當日影接近不易看清的十字絲與離開明亮的十字絲的切合誤差是很不相同的。在(3)的情況下，縱絲必須連續不斷地和日影相切，十字絲看不清楚或看不見的困難是很顯然的；但是這裡還有更加嚴重的誤差來源。望遠鏡的正確照准是在日影邊緣同時切於二根十字絲的瞬間；要達到這個目的，觀測者必須注視兩個相離頗遠（大約 22'）的切點。理論上觀測者必須同時觀測二個切點，但是實際上只能儘快地分別觀測它們。其結果，這種觀測是靠不住的，同時也是不精確的。

由於日光的強烈，觀測者不能夠由望遠鏡直接觀測太陽，因此須用顏色玻璃目鏡，或者將目鏡和十字絲同時投影到放在目鏡后面的白紙片上。

物鏡不僅將太陽光線焦聚在十字絲平面上，或是在新式儀器中，焦聚在刻有十字絲的玻璃片上；而且也與太陽光線通過燒火鏡的情況一樣，使得新式儀器中的十字絲玻璃片受熱過多而十字絲環受熱較少，而引起膨脹變形。因為根據上述的觀測程序，太陽在視場中的位置是偏在一方的，膨脹的中心不是與十字絲環的中心相重合。這種玻璃片和十字絲環的不規則膨脹的結果使十字絲交點發生位移。這種現象的重要性可以由事實證明：即橫向位移 0.01 公厘（0.0004 英寸）對 20 公分長的望遠鏡就會發生 10" 的橫向或縱向的視准誤差。因為太陽在視場中的位置不同，其所產生的視准誤差也不同，並且是不能夠從正倒鏡的平均結果中來完全消除它。

#### (b) 用太陽稜鏡附件的新瞄准方法。

為着克服上節中所述的困難，設計了專為觀測太陽用的特別附件。它是由一對小的稜鏡所組成，它們互相垂直地裝在一個短管  $a$  中，短管用鉸鏈  $c$  連接到圓環  $b$  上（圖 35）。短管的前端用一片綠色濾光玻璃封閉，其另一端則用灰色濾光玻璃封閉。這個附件可以和普通經緯儀望遠鏡的物鏡端相連接（圖 36 和 37），圓環可以緊密地套在物鏡上。

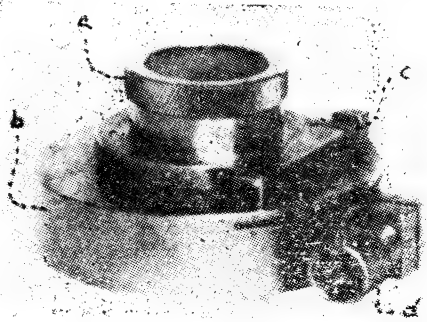


圖 35, 太陽稜鏡附件

如圖 36 所示,一个稜鏡是在物鏡上半部前面,另一个稜鏡則在物鏡右半部的前面(圖 38)。这样第一稜鏡是在物鏡左上象限的前面,第二稜鏡是在右下象限前面,二个稜鏡同在右上象限前面,而左下象限的前面則沒有稜鏡。

这样的裝置产生了四个太陽的影子,列成正方形,如圖 39 所示。

稜鏡的折射角为  $23'$ , 使得太陽的四个影子互相成对地重合着,其重叠部分成为明亮的十字形(圖 39)。在十字的中心是一个小黑方塊,其大小随着所看到的日影的大小而不同,从  $10'' \times 10''$  (12 月) 到  $75'' \times 75''$  (6 月)。

盖着整个物鏡的濾光玻璃是做成稜鏡的形狀,使得太陽的四个影子都在相反方向移动

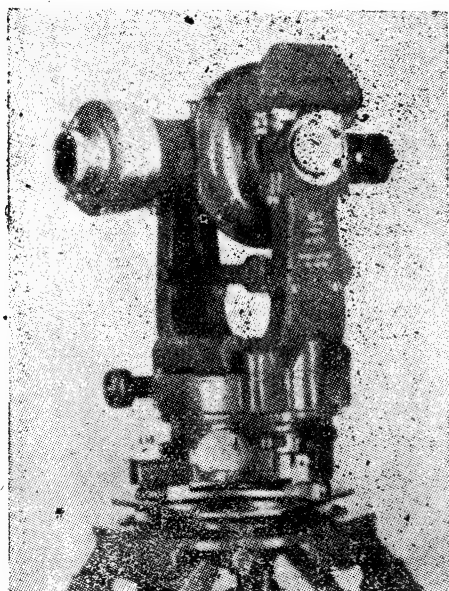


圖 36. 太陽稜鏡附件套在望遠鏡物鏡的前面 (觀測太陽時的位置)

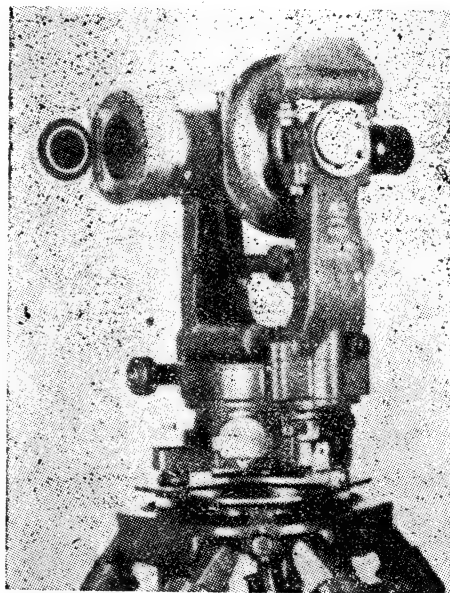


圖 37. 太陽稜鏡附件套在望遠鏡物鏡的前面 (觀測地面目標時的位置)

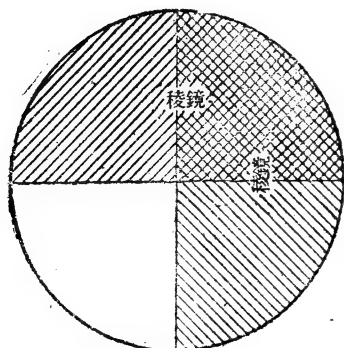


圖 38. 稜鏡在物鏡前的位置

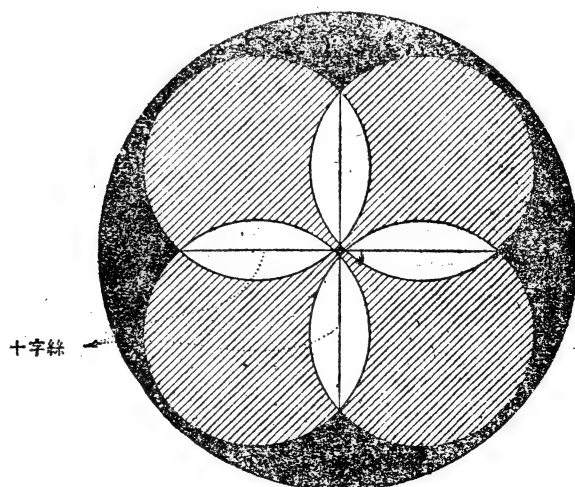


圖 39. 四个太陽影子同时在望遠鏡視場內



11.5。其結果使得四个影子沿着放射的方向对于沒有稜鏡时的太陽影子移动。这就是說，当瞄准明亮的十字形时，其結果等于直接瞄准太陽的中心，不須再作偏心改正。<sup>①</sup>

濾光鏡使得太陽的影子变成綠色，对于观测者的眼睛是很安适的，而且使进入望远镜的日光和热量大大减小，保护十字环和玻璃不至于过热。

观测目标是四个太陽影子的重叠部分所形成的明亮綠色十字。照准这个对称的目标，比較瞄准一个太陽影子有了以下許多便利之处：

- a. 精度很高，把十字絲平分明亮的十字形的四翼，就能获得准确的瞄准（圖39）。
- b. 沒有系統性的切合人差
- c. 在日影中十字絲可以很清楚地看到，
- d. 对象限的选择不致發生錯誤。

在有些地区（如北極圈和南極圈地区）空气的透明度变化很大，曾經設計了一种專門的太陽稜鏡，以二个偏振片代替一个灰色濾光鏡。其中一个偏振片可以轉动，以便得到亮度适宜的日影，因为一对偏振片的透明度是决定于它們的相互位置。

#### 太陽稜鏡附件的校正和使用。

在太陽稜鏡附件套到物鏡前面以后，將望远镜瞄准太陽，用手轉动附件，使十字絲与太陽影子重叠部分所組成的明亮十字形的四翼相平行。然后拧紧固定螺旋  $d$ （圖35）。在全部观测过程中，使附件保持它的正确位置。必須着重指出，这种簡單校正的微小誤差，与縱横視准誤差有同样的影响，可以从正倒鏡观测結果中予以消除。

当瞄准太陽时，管中的稜鏡和濾光鏡是在正常的位置，并在物鏡之前（圖36）。在瞄准方位标以前，先轉动管中鉸鏈，將稜鏡和濾光鏡移到一旁（圖37）。因为稜鏡在短管中的位置是很少变动的，故当短管套到物鏡上时，其位置的微小誤差，对于观测結果沒有值得注意的影响。

#### 精度。

用太陽稜鏡所得到的精度，曾經在普通測量工作中做了許多次观测加以檢核，用威特 T2 經緯仪观测一次太陽高度的中誤差为  $3''$ ，这种中誤差是由下列二部分所組成：

- (1) 瞄准中誤差；
- (2) 豎盤上水准器气泡置中与豎盤讀数的中誤差。

从專門的观测中得出后一部的誤差为  $1''.8$ 。由此，应用太陽稜鏡的望远镜的瞄准中誤差为：

$$\sqrt{3^2 - 1.8^2} = 2''.4$$

这个精度与用望远镜瞄准恒星的精度相等。<sup>②</sup>

①本段是按 1957 年 1 月原著者来信經修改后增加的——譯者註。

②在原書 70 頁上共有十三行的原文，現已按原著者 1957 年 1 月来信將其全部刪去——譯者註。

## 第五章 守时、测时、记录及其校核

### § 5.1 守 时

#### 5.1.1 计时器及其应用

在大地天文测量上所应用的计时器有两种：一为天文钟，一为天文錶，前者较为精密，但因构造复杂、较后者难于使用。天文钟是装在一个匣子里，并且悬挂在平衡环上，因此，不管匣子的位置怎样，总是在水平位置。天文錶不悬挂在平衡环上，可以放在任何位置来使用，但是仍然以保持水平为最佳，并尽可能使錶面朝上；由于錶速与其位置有关（錶面水平，或是垂直），故制造者常常给出所谓錶位误差。

天文钟可以调节成为平恒星时(M.S.T.)或平太阳时(M.T.)。虽然基本上可以采用任何一种天文钟，但对于观测星体则以应用恒星钟为方便。而在观测太阳时或平常守时则以应用平太阳钟为方便。如果观测星体而没有恒星钟时，则可临时应用一只平常钟錶——例如手表，在观测之前将其对准地方恒星时，把它当做观测程序中的计时器，在观测中它与平恒星时的差异可略而不计。更有用的仪器是一只好的停錶(M. S. T. 或 M.T.)，最好的可记录到 $0^{\circ}.01$ 。许多停錶都受到一些延迟，这是由于机件在开动的一刹那必须克服某些惰性。因此最好能选一只停錶，其内部构造同天文錶一样，而另外在錶面上再特别加一根停针<sup>①</sup>，在放松之后这支停针须能恢复到应有的位置，共同与其他表针并走。

天文钟是测量员配备中最精细的一种仪器；在勘测或在其他情况中，若预料到天文钟遭受损坏而无法更换时，则最少必须多带一架以作后备。

如注意下列几点可减少损坏或不精确的机会：

- a. 首先，天文钟必须按时上法条；最好在每天的某一定的时刻。法条必须上足到感觉有反抗的弹力时为止。
- b. 天文錶是在上法条后自己便走动的，但是天文钟并不能自己开动，如欲开动一只已经停止过的天文钟，可依垂直于錶面的轴很快地把钟身转动一下。（须特别当心！）
- c. 最好不必将天文钟对准某一定的时刻；因为我们总是需要在读数上加一改正数，而改正数的大小为数秒抑或数小时是无关重要的。
- d. 天文钟须尽量保护以防止灰塵、温度的变化以及空气的潮湿。
- e. 避免突然的移动或震动，特别要避免垂直于表面的旋转。
- f. 在搬运之前，必须先將天文钟固定，使其不会在平衡环中摇动。平衡輪也要用兩塊軟木片塞住。

g. 天文钟經搬动之后，至少应当让它有一小时的时间恢复它的固有速率(§ 5.1.2)。在一测站上的整个时期，天文钟不得受扰动。如果办不到的话，那末最好用两个天文钟；

① 意即这种停錶有兩根長的秒針，其中的一根可以任意止动的名为停針——譯者註。

或一个天文鐘，一个天文錶。在一测站上的整个时期中，一架天文鐘須不受干扰以作为母鐘，而另一架天文鐘或天文錶則作为子鐘，以供天文观测之用。在开始观测之前，將子鐘与母鐘相比較以資校对，然后很当心地将子鐘搬到观测站。在观测结束之后即刻再將子鐘与母鐘进行比较。縱使子鐘上裝有停針得不到什么方便，但是如母、子鐘守着不同的時間（例如一为平太陽鐘，一为恒星鐘）則此种比較極為簡單。時鐘的比較方法將述于 § 5.3.9 中。

### 5.1.2 天文鐘的錶差和錶速

天文鐘既为人工的产品自然不能尽善尽美，因此就不可能走得一点都不差。准确的时刻 M.T. 或 M.S.T.（格林威治时刻或地方时刻）与天文鐘的錶面时之間的差異  $\Delta T$  叫做時計改正也叫做錶差：

$$T + \Delta T = \text{M.T. 或 M.S.T.} \quad (\text{V.1})$$

这个錶差虽然由于同样的原因無法保持不变，然而它必須变化得很均匀，这是一只好天文鐘的最重要的特征。 $\Delta T$  的数值可用下列公式求得：

$$\Delta T = \Delta T_0 + (T - T_0) \Delta_1 T \quad (\text{V.2})$$

式中：

$\Delta T$  及  $\Delta T_0$  各为在时刻  $T$  及  $T_0$  的錶差。

$\Delta_1 T$  为單位時間內的錶差变化，叫做時計速率或錶率。一只固定靜止的天文鐘的速率叫做靜止錶速，它可以与旅行錶率不同。在还没有無線电授时信号的时候，需要求定天文鐘的旅行錶速，而目前是不需要了。但是在测站上固定不动的时候还是需要經常測定它的靜止錶速，以校核天文鐘（測定錶速）。天文鐘的錶速可以从每一对相連的錶差測得（通常是用無線电授时信号——参考 § 5.3）。

在錶面时  $T'_0$  时，按 (V.2) 式則有：

$$\Delta T'_0 = \Delta T_0 + (T'_0 - T_0) \Delta_1 T$$

因此：

$$\Delta_1 T = \frac{\Delta T'_0 - \Delta T_0}{T'_0 - T_0} \quad (\text{V.3})$$

$T_0$ 、 $T'_0$  为測定錶差  $\Delta T_0$  及  $\Delta T'_0$  时候的錶面时刻。

設在上式中  $(T'_0 - T_0)$  以小时为單位，則  $\Delta_1 T$  为每小时的錶速。錶差及錶速必須記錄于格式中。今举例如下。

在  $T_0$  与  $T'_0$  之間的任何錶面时  $T$  的表差  $\Delta T$  可按 (V.2) 式計算之。

同样地，我們确定了 M.T.<sub>0</sub> 与 M.T.<sub>0</sub>' 或 S.T.<sub>0</sub> 与 S.T.<sub>0</sub>' 的錶差  $\Delta T_0$  及  $\Delta T'_0$  之后，便可求其間任何时刻 M.T. 或 S.T. 的錶差：

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= \Delta T_0 + (\text{M.T.} - \text{M.T.}_0) \Delta_1 T && (\text{平太陽时天文鐘}) \\ \Delta T &= \Delta T_0 + (\text{S.T.} - \text{S.T.}_0) \Delta_1 T && (\text{恒星时天文鐘}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.4})$$

严格地說，上式中的  $\Delta_1 T$  为平时每一小时的錶速或恒星时每一小时的錶速，而不是像公式 (V.3) 中所表示的为天文鐘每小时的錶速。实际上这种差異是非常微小的。

有时用繪制錶速圖的方法从圖中讀出錶差  $\Delta T$ ，以代替上述的公式 (V.1) — (V.3)。这种圖解法比計算法更为容易而且通常也足够精确。圖 40 中所示的綫圖系按 64 頁附表中数据而繪制的。

錶速: Nardin Nr. 2081(M.T.)

格林威治 日期	G.M.T.	錶面時	差 數	錶 差	差 數	每小時的錶率	備 註
正月 47	h m	h m	h m	h m s	s	s	
星期六 18	10.00	8.59		1.00.58.76			
			10.06		+1.54	+0.152	
18	20.05	19.05		1.01.00.30			
			2.30		+0.43	+0.172	
18	22.36	21.35		1.01.00.73			
			21.30		+3.44	+0.160	
星期日 19	10.00	8.59		1.01.04.17			
			10.06		+1.56	+0.155	
19	20.06	19.05		1.01.05.73			
			2.30		+0.37	+0.148	
19	22.36	21.35		1.01.06.10			

例: 求錶面時  $15^{\text{h}}39^{\text{m}}$  時的錶差。

从圖 40 中的直綫我們可以讀出  $\Delta T = 1^{\text{h}}00^{\text{m}}59^{\text{s}}.75$ , (按公式(V.2)計算錶差之結果为  $\Delta T = 1^{\text{h}}00^{\text{m}}59^{\text{s}}.77$ )。

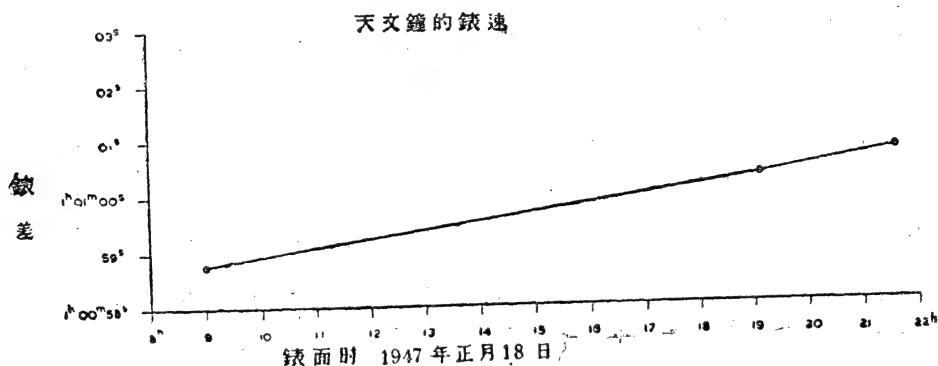


圖 40. 天文鐘的錶速

### 5.1.3 系統誤差

在前一節已經假定錶差的变化是很均匀的。今为了估算可能受到不均匀的影响, 我們將于下例中假設錶差与時間的关系是二次式:

$$\Delta T = \Delta T_0 + (T - T_0)a + (T - T_0)^2b.$$

上式的几何意义是一根拋物綫。如果我們应用直綫內插, 我們实际上便是將拋物綫換为直綫, 而公式(V.2)便是上式的弦。很显明的, 最大的誤差是發生在兩個時号的中間; 因此間隔越短、誤差越小。

于是錶差的決定应尽可能地接近于观测的前后。

### 5.1.4 偶然誤差

將誤差傳播定律应用到公式(V.3)上便得①:

$$m_{\Delta T}^2 = \frac{1}{(T_1 - T_0)^2} (m_{\Delta T_0}^2 + m_{\Delta T_1}^2)$$

式中:  $m_{\Delta T}$  = 錶速的中誤差;

$m_{\Delta T_0}$ ,  $m_{\Delta T'_0}$  为錶差的中誤差。

如果  $(T'_0 - T_0)$  的时段間隔很短, 則从上式中可看出所求的錶速, 其精度必低, 并可能 (不是必定) 同在較長的时段間隔內所求得的較准确的錶速有所不同。64 頁附表上給出一例: 就 2.5 小时所求得的錶速为  $+0^s.172$ , 此值与其他的錶速值有显著的差異。

我們強調这一点, 主要的就是提醒讀者, 短間隔內所求定的錶速是不精确的; 时段  $(T'_0 - T_0)$  的加長对于应用 (V.2) 式以計算在某时刻  $T_i$  的錶差也是重要的。設將 (V.3) 式代入 (V.2) 式中, 略为化簡后便得:

$$\Delta T_i = \frac{(T'_0 - T_i) \Delta T_0 + (T_i - T_0) \Delta T'_0}{T'_0 - T_0} = q'_i \Delta T'_0 + q_i \Delta T_0$$

式中

$$q_i = 1 - q'_i = \frac{T'_i - T'_0}{T'_0 - T_0}$$

同样的, 在某一瞬时  $T_j$  的錶差为:

$$\Delta T_j = q'_j \Delta T'_0 + q_j \Delta T_0$$

应用誤差傳播定律于上式, 并令:

$$m_{\Delta T_0} = m_{\Delta T'_0}$$

則得  $\Delta T_i$  的中誤差的平方:  $m_{\Delta T_i}^2 = (q_i^2 + q_i'^2) m_{\Delta T_0}^2$

而  $\Delta T_i$  与  $\Delta T_j$  之間的关联值为: ②

$$m_{\Delta T_i \Delta T_j} = (q_i q_j + q'_i q'_j) m_{\Delta T_0}^2$$

从上式看来, 錶差好像是相互关联着的, 因此, 它們的平差問題便在关联觀測的平差理論的範圍內。

通常可以略去这个关系, 甚至于在一等天文点的工作中也可以这样, 然而这种的略去也可能有人反对的。由于本書只供野外天文作業, 对于某些近似的計算是允許的, 因此, 我們可写:

$$m_{\Delta T_i}^2 = m_{\Delta T_i \Delta T_j}^2 = (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2 \quad (\text{常数}) \quad (\text{V.5})$$

式中:

$$q_m = 1 - q'_m = \frac{T'_m - T'_0}{T'_0 - T_0}$$

$T'_m$  = 第一个与最后一个錶面时的中央时刻;

① 本書中采用均方誤差 (而不是或然誤差) 作为衡量精度的标准, 并为了簡單起見叫它做“中誤差”。如果需要从中誤差計算或然誤差, 只要將中誤差乘以 0.684 或  $2/3$  即可。

② 設有:  $u = ax + by$ ,  $v = cx + dy$ , 其中  $a, b, c$  及  $d$  为常数,  $x$  及  $y$  为变数, 則  $u, v$  之間的关联值为:  $m_{uv} = acm_x^2 + (ad + bc)m_{xy} + bdm_y^2$ 。式中  $m_x$  及  $m_y$  为  $x$  及  $y$  的中誤差, 而  $m_{xy}$  則为  $x, y$  之間的关联值。若  $x$  与  $y$  不相关联 ( $m_{xy} = 0$ ) 則有:  $m_{uv} = acm_x^2 + bdm_y^2$ 。

今將上理应用于下式中:

$$\Delta T_i = q'_i \Delta T'_0 + q_i \Delta T_0, \quad \Delta T_j = q'_j \Delta T'_0 + q_j \Delta T_0$$

則有:

$$m_{\Delta T_i \Delta T_j} = q'_i q'_j m_{\Delta T'_0}^2 + (q'_i q_j + q_i q'_j) m_{\Delta T_0 \Delta T'_0} + q_i q_j m_{\Delta T_0}^2$$

如  $\Delta T_0$  与  $\Delta T'_0$  的精度相等 ( $m_{\Delta T_0} = m_{\Delta T'_0}$ ) 而且不相关联 ( $m_{\Delta T_0 \Delta T'_0} = 0$ ) 則有:

$$m_{\Delta T_i \Delta T_j} = (q'_i q'_j + q_i q_j) m_{\Delta T_0}^2$$

——譯者註。

$$T_m = \frac{1}{2}(T_1 + T_n)$$

在單獨測定經度(第 10 章), 或同時測定經緯度(第 11 章)時, 用無線電時號進行表面時平差的問題, 若採取上述的近似法, 可以化簡許多。我們可以證明(下一節將加以證明), 錶差的互相關系以及不精確, 在整個問題的解答中可不加考慮, 只要在所計算的經度中誤差的平方  $m_\lambda^2$  中加上:

$$(q_m^2 + q'_m{}^2)m_{\Delta T_0}^2$$

相加以後所得的量  $M_\lambda$  為外中誤差, 以區別於內中誤差  $m_\lambda$ 。遂得,

$$M_\lambda^2 = m_\lambda^2 + (q_m^2 + q'_m{}^2)m_{\Delta T_0}^2$$

因此:

$$M_\lambda^2 \cos \varphi_0 = m_\lambda^2 \cos \varphi_0 + (q_m^2 + q'_m{}^2) \cos^2 \varphi_0 \cdot m_{\Delta T_0}^2$$

### 5.1.5 关联觀測值平差的一些說明

我們將上一節末的說明證明于下, 其原理為丁斯特拉 (Tienstra) 教授所建議。

從 § 3.2 中的公式有:

$$\lambda = G. M. S. T. - t - (\alpha - n)$$

將 (V.1) 式代入上式, 便得:

$$\lambda = (T + \Delta T) - t - (\alpha - n)$$

上式表示, 在原則上有可能從觀測星體的時角、錶面時  $T$  及錶差  $\Delta T$  以測定經度  $\lambda$ 。

時角僅能間接地從觀測某一量  $p$  求出,  $t$  是該量的函數:

$$\lambda = (T + \Delta T) - f(p) - (\alpha - n)$$

$(T + \Delta T)$  及  $p$  為觀測量,  $(\alpha - n)$  為已知量, 而  $\lambda$  為未知量。其他未知量可能包括在  $f(p)$  中。如果方程式的個數超過了未知量的個數, 則觀測量的改正數  $v, w$  必須用最小二乘法來求定。上式附加下標  $i$  ( $=1 \rightarrow n$ ) 後變為:

$$\lambda = (T_i + \Delta T_i + v_i) - f(p_i + w_i) - (\alpha - n)$$

現在我們將要證明, 在上節所導出的觀測量  $(T_i + \Delta T_i)$  的关联可以略而不顧, 而不影響平差的結果。

設想  $\Delta T_i$  及改正數  $v_i$  包含兩個部分

$$\Delta T_i = \Delta T'_i + \Delta T \quad v_i = v'_i + v \quad (\text{V.6})$$

并有:

$$m_{\Delta T'_i \Delta T} = 0 \quad (\text{V.7})$$

及

$$m_{\Delta T}^2 = m_{\Delta T_i}^2 = (q_m^2 + q'_m{}^2)m_{\Delta T_0}^2 \quad (\text{V.8})$$

將上式代入經度方程式中, 則有:

$$\lambda = (T_i + \Delta T'_i + \Delta T + v'_i + v) - f(p_i + w_i) - (\alpha - n)$$

引進新未知量  $\xi$  及  $\lambda - \xi = \eta$ : (V.9)

$$\xi = \Delta T + v \quad (\text{V.10})$$

$$\eta = (T_i + \Delta T'_i + v'_i) - f(p_i + w_i) - (\alpha - n) \quad (\text{V.11})$$

遂有  $(n+1)$  個“新”問題的改正數方程式,  $\Delta T$  及  $(T_i + \Delta T'_i)$  為虛擬的觀測值。考察方程式 (V.7), 可知這個問題可以分解為兩個部分問題:

一个问题仅包含一个单独的改正数方程式(V.10);

另一个问题则含有  $n$  个改正数方程式(V.11)。

于是:

$$m_{\xi\eta}=0 \quad (\text{V.12})$$

解出前一个部分问题:

$$v=0 \quad \text{因此} \quad \xi=\Delta T \quad (\text{V.13})$$

应用误差传播定律于(V.6)式, 便得:

$$m_{\Delta T_i}^2 = m_{\Delta T'_i}^2 + m_{\Delta T}^2 + 2 m_{\Delta T'_i \Delta T}$$

顾及(V.7)及(V.8)式:

$$m_{\Delta T_i}^2 = m_{\Delta T'_i}^2 + m_{\Delta T}^2$$

因此  $m_{\Delta T_i}^2=0$ , 这就是说  $\Delta T'_i$  必须视为常数。

从  $\Delta T_i - \Delta T_j = \Delta T'_i - \Delta T'_j$  便有:

$$m_{\Delta T_i - \Delta T_j}^2 = m_{\Delta T'_i}^2 + m_{\Delta T'_j}^2 + 2 m_{\Delta T'_i \Delta T'_j} = 0$$

或顾及(V.5)

$$m_{\Delta T_i - \Delta T_j}^2 = m_{\Delta T_i}^2 + m_{\Delta T_j}^2 - 2 m_{\Delta T_i \Delta T_j} = 0$$

上述两式相符合, 也就是证明了(V.7)及(V.8)的假设的正确。

设想  $\Delta T'_i$  为一常数如所述, 则有:

$$m_{(T_i \Delta T'_i)}^2 = m_{T_i}^2 \quad (\text{V.14})$$

$$m_{(T_i + \Delta T'_i)(T_j + \Delta T'_j)}^2 = m_{T_i T_j}^2 = 0$$

这表明了我们可以应用普通非关联观测值平差的理论来解“新”问题。

根据(V.14)式, 则虚拟观测值( $T_i + \Delta T'_i$ )的中误差 (因而它的权) 与表差的精确与否无关。

顾及(V.12)我们可以求得中误差  $m_{\eta}$

$$m_{\eta+\xi}^2 = m_{\eta}^2 + m_{\xi}^2$$

从(V.8及13)式得:

$$m_{\xi}^2 = m_{\Delta T}^2 = (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

将其代入上节的方程式中, 并从(V.9)式可得:

$$m_{\lambda}^2 = m_{\lambda-\xi}^2 + (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

当  $\Delta T'$  (或即  $\xi$ ) 接近于零时, 也就是当我们回到老的问题时, 上述结果亦可应用。

在那种情形下, 最后的方程式可写为:

$$M_{\lambda}^2 = m_{\lambda}^2 + (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

式中  $m_{\lambda}$  为平差结果所得的中误差, 它不受表差不准确的影响, 我们叫  $m_{\lambda}$  为内中误差, 而  $M_{\lambda}$  为外中误差。

## § 5.2 时的观测与记录

### 5.2.1 概述

测量者常常需要记录恒星过横丝或竖丝的表面时刻或者一颗星两影像相重合的时刻。

記錄這些錶面時刻的主要方法，按精度高低有下列四種：

(1) 呼記法；(2) 耳目法；(3) 停錶法；(4) 記時儀法。

這些方法將于以下數節中解釋。

### 5.2.2 呼記法

用此法時，觀測者需要一位擔任記錄的助手，觀測者先將望遠鏡大致對准星體；當星影向橫絲或豎絲接近時（視觀測的種類而不同），他叫記錄者“準備”。正當星影過蛛絲的瞬間，觀測者喊“好”，然後記錄者馬上讀出相應的錶面時，如果需要，可估讀到 0.1 秒，按下列順序讀天文鐘的指針：先讀秒針，分針，最後讀時針。

### 5.2.3 耳目法

耳目法中尚有 (a)、(b) 兩種不同的方法，後者較前者為佳。

(a) 將望遠鏡大致對准星影進程的前方，如上節所述。當星影接近蛛絲時，觀測者先看天文鐘，並取一讀數——最好是  $10^s$  的整數倍，然後回頭注視望遠鏡中的星體，同時耳聽天文鐘的響聲，心中默數着秒數。觀測者記住星影正要過蛛絲之前的一音響，並估計星影正通過時兩個音響之間的小數部分，

例：

錶面時讀數		$= 18^h 37^m 50^s$
星影正要過蛛絲之前的一音響		$= 17^s$
星影過蛛絲時估讀的間隔的小數部分		$= 0^s.3$
從讀取天文鐘到星影通過蛛絲所歷的時段		$= 17^s.3$
星影過蛛絲的錶面時刻		$= 18^h 38^m 07^s.3$

(b) 當星影接近蛛絲時，觀測者跟着天文鐘的音響開始默唸着：0, 1, 2, 3 ……等秒數。他記着當星影正要過蛛絲之前所數的秒數，並估出星影恰好過蛛絲的瞬刻秒的小數部分，他好這小數記在心中，並同時仍然繼續默唸着整秒，並轉向天文鐘，當天文鐘的秒針正好走到  $10^s$  的整數倍的時候停止默唸；記下默唸的秒數和天文鐘的讀數：

例：

在星影正要過蛛絲之前所唸的秒數		$= 4^s$
星影過蛛絲估讀的秒的小數部分		$= 0^s.3$
默記的時刻		$= 4^s.3$
最後心唸的秒數		$= 17$
由星影過蛛絲到停止心唸時所歷的時段		$= 12^s.7$
停止心唸時的錶面時		$= 18^h 38^m 20^s$
星影過蛛絲的錶面時		$= 18^h 38^m 07^s.3$

(b) 法比 (a) 法有兩個優點：

觀測可以集中精神，因為觀測者無須忽而注意望遠鏡，忽而注意天文鐘，而最後又回頭到望遠鏡上去。

觀測的速度快，因為觀測者在大致對准星體之後，在觀測星影通過蛛絲之前，無須讀取錶面時，因此他更可以在很短的時間內來對准星體，也就是說，兩星之間的時段可以縮短。

沒有經驗的觀測者喜歡用 (a) 法，因為在 (b) 法中，當觀測者確定了星影過蛛絲時刻的小數部分後，常常忘掉了他所唸的秒數，或者忘記繼續默數下去；但是只要他掌握此法之後，他就會開始覺到第二個方法的優點。



在耳目法中，無論应用(a)法或(b)法，必須記下所有的讀數，而不要純靠心算方法來求出恒星過蛛絲的時刻，以避免誤差。

#### 5.2.4 停錶法

此法與耳目法相類似，無須加以詳細解釋，它也有兩個不同的方法：

(a) 將望遠鏡大致對准星體，在天文鐘的整倍  $10^5$  讀數上，開動停錶，當星過蛛絲的瞬時止動停錶。

(b) 將望遠鏡大致對准星體，當星過蛛絲的瞬時開動停錶，然後在天文鐘的整倍  $10^5$  讀數上，止動停錶。

同上面所述的一樣理由，(b)法較(a)法為佳；如果有一隻三針的恒星時停錶，那末觀測更加簡單了，我們只要在星體過蛛絲的瞬刻，止動停針便可。

#### 5.2.5 記時儀法

应用記時儀是確定星體過蛛絲時刻的最精確而又最簡便的方法。

記時儀是一種用來記錄天文鐘的秒數和星體通過蛛絲的時刻的儀器（有時也記錄無線電時號——參考 §5.3.8）。記時儀的種類有二：圓筒式記時儀（圖 41）和紙條式記時儀（圖 42）。

主要的部分有：(1)鐘錶裝置，用掛重或彈簧或同步馬達來轉動這個裝置，在圓筒式記時儀上，此裝置以等速度轉動一個圓筒，在此圓筒上卷繞一張記錄用的白紙；而在紙條式的記時儀上，此裝置便轉動一個帶有紙條的輪盤。轉動的速度可以預先調節好；實際上的數值是記錄在紙上的每秒時段等於一公分的長度。(2)記錄筆，此筆在記錄紙上或紙條上描出一根線，在圓筒式的記時儀上，由於裝筆的運輸架按平行於圓筒軸的方向徐徐移動，因此記錄筆所描出的線是一條螺旋線；在紙條式的記時儀上，如果記錄筆沒有橫向移動的話，那末它所描出的線便是一條直線，(3)電磁鐵，它使記錄筆發生橫向的運動，於是根據所聯接的電路的斷續，而使得在所描的直線上畫上相應的記號。

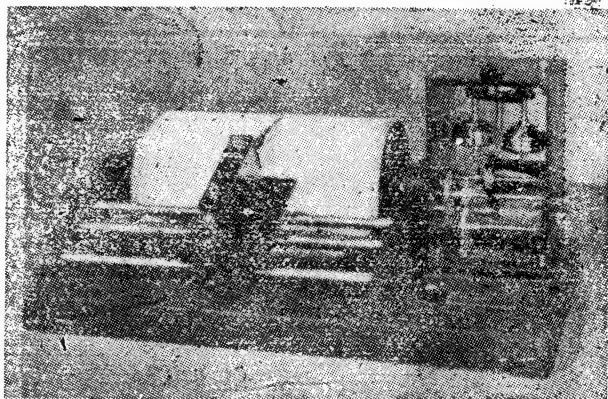


圖 41. 記時儀（圓筒式）（美國芝加哥加特奈爾科學儀器公司出品）。

記時儀是安置在兩條電路之中，每條電路由一個或兩個干電池或者蓄電池來供給電源的；聯接到天文鐘上構成時鐘電路，聯接到訊號電鍵上構成電鍵電路。很顯然，用以控制記時儀的天文鐘，必須有斷路接觸輪，以便自動地每秒切斷電流，而使得記時儀上的記錄筆在所描的線上產生等距的明顯記號。此外，每當觀測者按電鍵切斷了電鍵電路時，也在記錄筆所描的線上產生一個記號。例子表示於圖 43 中。

有些記時儀裝有兩支記錄筆，一支在天文鐘的線上，一支在電鍵線上，每支筆各描繪一直線。因此必須求出“筆頭差”，或即這兩支筆的電路同時通電時，它們在描繪移動方向上的讀數之差。

利用記時儀來記錄星體通過蛛絲的瞬間的方法是很清楚的。觀測者將望遠鏡大致對准

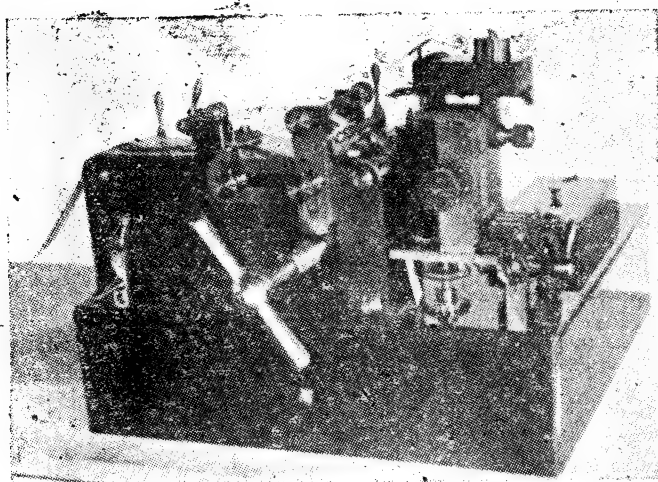


圖 42. 記時儀(紙條式)(丹麥哥本哈有線電公司出品)

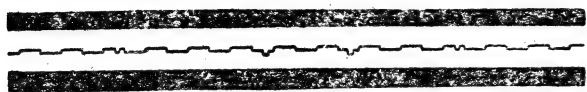


圖 43. 記時儀上的記錄

(c) 在記時儀的記錄紙或盤紙條上的有關記號要註明出所觀測的星號或星名。

記時儀的記錄紙應當編號，以備着手計算時量讀之用。欲要從記錄紙上讀出秒的小數部分，可應用一個透明的玻璃量尺，此量尺上刻有十一條收斂的斜綫；將此玻璃量尺放在記錄紙上，使量尺的軸綫垂直於記錄紙上的描繪綫，并使量尺兩邊最外面的斜綫與含有星影通過記號的兩個相鄰天文鐘秒數記號相合。于是便可將星影通過的記號直接讀到0.1秒，而估讀到0.01秒。另外一種量讀秒的小數部分的簡便方法，就是在一張透明紙上畫十一條等距而又平行的直綫，構成一個簡單的量尺；把它斜放在記錄紙上，以使其最外邊的两條直綫與相鄰的兩個秒數記號相合，然後讀取星影通過的記號。但是，這個方法只有在最外邊的两條直綫之間的間隔小於相鄰的兩個秒數記號之間的間隔時，才有可能應用此量尺。

如果記時儀裝有兩支記錄筆，也可以用同樣的簡便方法；畫六根等距離的直綫，但是最外邊兩根直綫的間隔必須小於記錄紙上相鄰兩秒數記號間的距离。將量尺最外邊兩條綫與相鄰兩秒數記號相合時，量尺向前或向后傾斜都可以，因為這兩個傾斜位置是成對稱的。觀測星體的記號讀取兩次，一次是在向前傾斜的位置，一次是在向后傾

斜體，并注視着星影的移動，而手中拿着電鍵。在星影過蛛絲的瞬刻，他按下電鍵，使記時儀上的筆在其描繪的綫上作出一個記號。比較這個記號對於天文鐘所描繪的秒數綫的位置，便是觀測的錶面時。

記錄者的任務是：

(a) 注意着記時儀的工作情況。

(b) 最少要判定一個（最好多一些）指示一分鐘起始的記號，并在記時儀的記錄紙或紙條上註明相應的錶面時（通常的接觸天文鐘在每一分鐘的开始少掉一秒的接觸）。

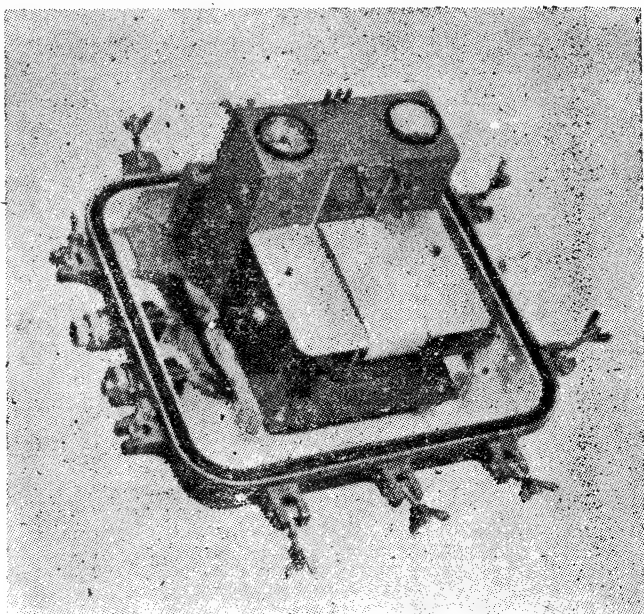


圖 44. 印刷式記時儀

斜，于是每次得 0.0 到 0.5 之間的讀数。兩次讀数之和便是观测的記号投影到天文鐘秒数描繪綫上应得秒数的小数部分。但須注意者，此处并未顧及笔头差。

### 5.2.6 精 度

有兩種誤差必須加以区别：(a) 系統誤差；(b) 偶然誤差。

系統誤差的主要成分为：

(a.1) 天文鐘的常差；(a.2) 停錶或記时仪的常差；(a.3) 人差。

人差是在观测恒星过蛛絲时的系統誤差，它是由于应用耳目法时视觉与听觉的不相一致，或者由于应用呼記法、停表法或記时仪法时，腦筋与神經工作所需要的时段。人差主要是与观测者的生理与心理的情况有关，但是观测的星体和应用的仪器等因素，也可能有影响。人差由下列几个部分所組成：

(I) 常差部分；

(II) 均匀变化部分；

(III) 与一些情况有关的偶然部分(生理或心理狀況，星等，空气的透明率等等)。

当用呼記法时，观测者与記錄者的人差都有影响。

由于上述的任意一种誤差都可能超过允許值，因此，如有可能，必須拟好这样的观测程序，使得在观测中的系統誤差对于最后成果沒有显著的影响，或者甚至一点影响也沒有。以后我們討論到測定方位角、緯度或經度的各种方法时，我們对此再加敘述。

偶然誤差的来源主要的有下列几种：

(b.1) 瞄准星体的偶然誤差；其平均值为  $4^s.7/v$  或  $70''/v$ ，而  $v$  为望远镜的放大倍数。

(b.2) 人差的变化。

(b.3) 讀天文鐘、停錶、或記时仪的記錄的偶然誤差。

(b.4) 天文鐘、停錶或記时仪等本身的偶然誤差。

从(b.2)到(b.4)所引起的总誤差，可作估計如下：

用呼記法时为  $0^s.15$ ；

用耳目法及停錶法时为  $0^s.10$ ；

用記时仪时为  $0^s.07$ 。

## § 5.3 时的校核

### 5.3.1 概 述

在測定經度和測定緯度与方位角的某些方法中，我們必須收录無線电时号来确定表差。地球上有許多授时站在規定的世界平时內發出时号，所以在地球上任何地点都可以用簡單無線电收报机收到至少一个授时站的时号。有些时号是用来調頻的連續电波(C. W.)播送，而为許多广播式收音机所不能收到的。

大多数的無線电时号將控制机械連接到天文台上的标准鐘自动地播送出来。这些时号必須正确到  $0^s.1$ 。某些小的授时站是根据站上标准鐘上所指示的时刻用人工播發时号，鐘上时刻由天文观测或其它授时站的自动时号在規定期間內加以校核。人工播送的时号必須正确到  $0^s.25$ 。当时号發生事故或有錯誤时，有些授时站在一小时或一小时半后用同样波長再播时号。某些授时站在星期日或假日則不播送时号。

由于授时站、授时時間、波長等等可能每年都有所改变，故本書不拟給出各个时号表

和播送的内容。讀者必須參考下列最新出版的：

海軍部無線電符號表（英國皇家文獻出版局出售）

無線電航海指南（華盛頓海道局出售）

和下列期刊：

時辰公報（國際時辰局出售 Bureau International de l'Heure; Avenue de l'Observatoire, No. 61, Paris XIVe）。這個期刊將在 § 5.3.7 再來敘述。

目前所用的時號制式雖不一致，但是大多數授時站則採用了下節將要敘述的四種制式中的一種：

- (a) 國際式時號或 ONOGO 式時號。
- (b) 新國際式時號或改良過的 ONOGO 式時號。
- (c) 美國式時號。
- (d) 科學式、游標式或符合式時號。

由美國華盛頓標準局所屬“培爾茲維爾”所播出的每日24小時連續時號將在 § 5.3.6 中加以說明。

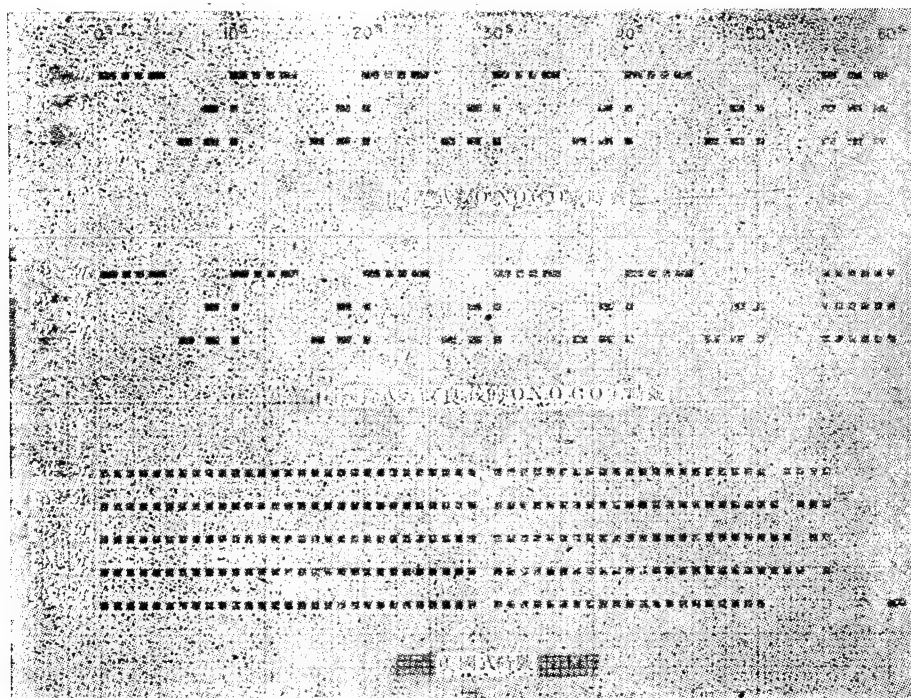


圖 45. 無線電時號

### 5.3.2 國際式時號或 ONOGO 式時號

國際式時號曾經在 1912 年被國際時辰會議所採用。這種時號因為採用了莫爾斯電報字母（O = — — —；N = — •；G = — — •），所以一般稱為 ONOGO 式時號。時號的組成如圖 45 所示。先發預備訊號或附加訊號，然後再播送正式時號三分鐘。每一短划（—）= 1<sup>s</sup>，而每一点（•）= 0<sup>s</sup>.25。這種作為時號的特別信號各國不同；有些國家以 O 字最後短划末端為整分，而其他國家則採用 N 和 G 字的一点。在大地測量工作中是没有什么顯著的區別，假如在一点開始時進行天文鐘讀數，則此諸在短划末端讀數是更為精確一些。

### 5.3.3 新国际式时号或改良后的 ONOGO 式时号

这种时号制式与上节所述的仅稍有不同，字母 O 是用六个点子来代替。(参看圖45)。

### 5.3.4 美国授时信号

美国式时号的播送时间为五分鐘平太陽时，这种制式是每一秒用一个响点来表示，其中有一些例外，如圖45所示。特别要注意的，是每分鐘末所播出的响点的数目，它是表示一組时号內所剩下的分数。<sup>①</sup>最后短划的时间延續 1<sup>s</sup>.3。

### 5.3.5 科学式、游标式或符合式时号

很明显，利用上面所述的各种时号，一般不能与时錶秒响相符合，而需要估計秒数的小数。結果使所测定的錶差只能达到中等的精度；視讀数的多少和观测者的技能，其中誤差可以减少到 0<sup>s</sup>.1—0<sup>s</sup>.05。

假如需要較高的精度，例如要达到 0<sup>s</sup>.01—0<sup>s</sup>.02，則必須采用科学式时号。它是用 306 个等間隔的时号所組成，播送时间为五分鐘，即等于 300 个平太陽时秒。这种时号除了第 1，第 62，第 123，第 184，第 245 和第 306 个时号（这几个时号落在整分开始的时刻）是用 0<sup>s</sup>.4 短划以外，其余的都是 0<sup>s</sup>.1 的响点。

很显然，这些时号把五分鐘內的每一分鐘（60<sup>s</sup> 平太陽时）分成 61 个相等間隔，这样对于每秒一响的平太陽天文鐘組成了五个連續的声响游标。每一个游标的起点由上述短划的前端表示。一秒平太陽时与游标每一間隔之差为  $\frac{1}{61} = 0^s.01639$  平太陽时，

这个声响的游标与一般讀数的游标相似；收听者必須讀出正在一短划之前的天文鐘秒数（起始秒数），并且确定这个短划与以后秒响相符合的响点之間的間隔数目。这个数目可以默数自短划到符合响点的点数来决定，更容易的方法是从符合秒数減去起始秒数来决定它。

按一般游标原理，我們知道在时号游标起点的錶面时（时数和分数是很容易讀取的）的秒数为：

$$c = a + (b - a)0^s.01639, \quad (\text{V.15})$$

式中：

$a$  = 起始秒数，

$b$  = 符合时候的秒数。

每一分鐘有一次符合，因此可以有机会确定五次  $b$  的数值，由于观测誤差，五个数值一般稍有不同（实际上天文鐘的錶速是很小的，不致于影响符合时的“位置”）。由于杂音与广播的干扰，可能有几次的符合时刻听不到。如果收到了  $n$  个結果，我們取其平均值，得到：

$$c = a + \left( \frac{[b]}{n} - a \right) 0^s.01639^{\text{②}}$$

或

$$c = a + [b - a] \cdot d$$

式中：

$$d = 0.01639 \text{ (一次符合)}$$

<sup>①</sup>例如圖45中，第一分鐘末的点子为四，即表示尚有四分鐘。又如第四分鐘末只有一个响点，即表示本組只有一分鐘了——譯者註。

<sup>②</sup>在这本書中我們用角括弧  $[ ]$  来表示数值之和；有时也用  $\Sigma$  符号。

$d=0.00820$  (二次符合)

$d=0.00546$  (三次符合)

$d=0.00410$  (四次符合)

$d=0.00328$  (五次符合)

在下面举出三个收听科学式时号的计算例子，并将计算所得的錶差系統記在表格中。时号开始預定的世界时与确定的世界时的区别和錶差將在 § 5.3.7 中加以說明。

在上面我們認為秒响是整秒数的。在半秒一响的天文鐘的情况下，每分鐘可以有二次符合——一次在整秒，另一次在半秒——相隔時間为半分鐘。收听五个整秒的符合，一般認為已經是足够了。

在应用恒星鐘的情况下，問題是比較复杂一些。恒星时秒和时号間隔相差的时间为：

$$1^s - \left( \frac{366.2422}{365.2422} \cdot \frac{60}{61} \right)^s = 0^s.01370 = \frac{1}{72.99}^s \text{ 恒星时。}$$

这就是說，相繼兩次符合之間有 72.99 个或大約 73 个时号間隔。假定第一次符合落在第  $P$  名时号上，那末第五次符合將落在第  $P+4 \times 73 = P+292$  名时号上。因为共有 306 个时号，第五次符合只能当  $P < 14$  时才会發現；当  $P > 14$  时，只能有四次符合。

因为相繼兩次符合之間有 73 个时号間隔，它們中間的間隔为 72 恒星时秒；換句話說，

收听科学式时号測定平时鐘的錶差

世界时日期	47年1月18日星期六			47年1月18日星期六			47年1月18日星期六		
授时站名称	罗格白(GIC)			旁托塞(FYA <sub>2</sub> )			旁托塞(FYA <sub>2</sub> )		
波長或頻率	34.72公尺			40.38公尺			40.38公尺		
計时錶名称和号码	納丁 2081			納丁 2081			納丁 2081		
觀測者姓名	N. N.			N. N.			N. N.		
收听情况	很好			良好			很好		
$a$ = 起始秒数	$a$	$b$	$b-a$	$a$	$b$	$b-a$	$a$	$b$	$b-a$
$b$ = 符合秒数	1	15	14	59	—	—	59	14	15
$c = a + [b-a]d$		15	14		41	42		13	14
		16	15		43	44		13	14
$d=0.01639$ (一次符合)		15	14		42	43		13	14
$d=0.00820$ (二次符合)		17	16		—	—		14	15
$d=0.00546$ (三次符合)	$[b-a]$			$[b-a]$			$[b-a]$		
$d=0.00410$ (四次符合)	73			129			82		
$d=0.00328$ (五次符合)									
时号开始的錶面时	h	m	s	h	m	s	h	m	s
时号开始預定的世界时	8	54	01.239 $c$	17	59	59.704 $c$	21	29	59.269 $c$
近似的錶差	9	55	00	20	01	00	22	31	00
确定的世界时	1	00	58.76	1	01	00.30	1	01	00.73
确定的錶差	9	54	59.976	20	01	00.012	22	30	59.994
	1	00	58.74	1	01	00.31	1	01	00.72

相繼的符合不落在每一分鐘相同的秒数上；而是每隔一分鐘向前推进  $12^s$ 。这种性質可以用来計算时号开始时的錶面时。采用上面同样的符号，我們有：

$$c = a + [b' - a] \cdot d \quad (V.16)$$

式中:

$a$  = 正在第一短划开始前錶面时的秒数 (起始秒数)

$b' = b - i \cdot 12^s$  ( $i=0, 1, 2, 3, 4$ , 分别表示第一, 第二, 第三, 第四或第五次符合)

$b$  = 符合秒数

$c$  = 第一短划开始时的錶面时

$d=0.01370$  (一次符合)

$d=0.00685$  (二次符合)

$d=0.00457$  (三次符合)

$d=0.00342$  (四次符合)

$d=0.00274$  (五次符合)

介紹讀者研究下面三个例子; 并請注意第二个例子, 它的第一次符合的秒数不在第一短划后的第一分鐘。

由于以上的解釋, 讀者不难理解这种現象。

收听科学式时号测定恒星时鐘的錶差

世界时日期 授时站名称 波长或频率 計时錶名称和号碼 观测者姓名 收听情况	43年5月25日星期二 罗格白(GIC)				43年5月26日星期三 罗格白(GIC)				48年5月26日星期三 莫斯科(RZI <sub>1</sub> )			
	34.72公尺				34.72公尺				29.85公尺			
	西明斯 660				西明斯 660				西明斯 660			
	N. N.				N. N.				N. N.			
	良好				良好				良好			
$a$ = 起始秒数	$a$	$b$	$b'$	$b' - a$	$b$	$b'$	$b' - a$	$b$	$b'$	$b'$	$b' - a$	
$b$ = 符合秒数	33	40	40	7	21			1	10	10	9	
$b' = b - i \cdot 12^s$		53	41	8	22	32	92		22	10	9	
$c = a + [b' - a] \cdot d$		04	40	7		45	93		35	11	10	
$d=0.01370$ (一次符合)		16	40	7		58	94		47	11	10	
$d=0.00685$ (二次符合)						09	93		58	10	9	
$d=0.00457$ (三次符合)												
$d=0.00342$ (四次符合)												
$d=0.00274$ (五次符合)												
	$[b' - a]$			29	$[b' - a]$			238	$[b' - a]$			47
时号开始的錶面时	h	m	s		h	m	s		h	m	s	
时号开始预定的世界时	2	05	33.099 <sup>e</sup>		2	09	21.985 <sup>e</sup>		6	16	01.129 <sup>e</sup>	
当日格林威治平子正的視恒星时	9	55	00		9	55	00		14	01	00	
一 (赤經章动短期項)	16	09	55.924		16	13	52.487		16	13	52.487	
恒星时化算值		+	0.764			+	0.756			+	0.756	
		1	37.743			1	37.743			2	18.155	
时号开始预定的格林威治平恒星时	2	06	34.431		2	10	30.986		6	17	11.398	
近似的錶差		1	1.33			1	9.00			1	10.27	
确定的世界恒星时	2	06	34.429		2	10	30.970		6	17	11.412	
确定的錶差		1	1.33			1	8.98			1	10.28	

假如天文鐘的某一秒数正好与某一时号相符合, 那么紧接着相鄰的秒数和相应的时号只相差  $0^s.016$  (平太陽时鐘) 或  $0^s.014$  (恒星时鐘), 所以正确的确定符合秒数是有些困难, 因此这种收听的实际經驗是非常需要的。在另一方面, 决定一次符合时的一秒之差,



只改变錶差  $0^s.016$  平太陽時或  $0^s.014$  恒星時。用另一种方法表示：假如收听一次符合的中誤差不超过  $1^s.36$  (平太陽時鐘) 或  $1^s.63$  (恒星時鐘)，那么从五次符合所得的錶差的中誤差將小于  $0^s.01$ 。这个結論是將誤差傳播理論应用到公式 (V.15) 和 (V.16) 而推导出来的。

一般的收听程序如下：收听者耳听时号和秒响声，并且为了要讀記所听到的起始秒数和符合秒数，同时必須目視錶面。但是这个方法有一个缺点：在第一次符合秒数被确定之后，收听者預知第二次符合是会發生在一定間隔之內，即在  $60^s$  (平太陽時鐘) 或  $72^s$  (恒星時鐘) 之內。由于許多收听者或多或少地有了这种偏見，他們就集中注意力于第一次符合的收听，因为这次符合是最具有独立性的，因而也是最可貴的。

較好的結果可以从下述方法得到：假如收听者在符合時刻，不看錶面時，而是在此時开动停錶，然后在某一整倍十秒的錶面時止动停錶，那末从整倍十秒的錶面時讀数减去停錶讀数 (取整秒数)，即可求得符合時的秒数。如果沒有停錶，也可以得到同样結果，即从符合瞬間开始随着天文鐘的秒响声，数出 0, 1, 2 ……，并在整倍十秒錶面時的時刻上停止。

庫克和汉尼曾于 1917 和 1923 年各自独立地研究出一个有趣而又实用的方法。天文鐘和耳机 (或播音器) 是接在收报机电路上。一个电容器和一个电阻器是插在电路中，以避免發生火花，从而减少嘈杂声。圖 46 表示綫路圖。

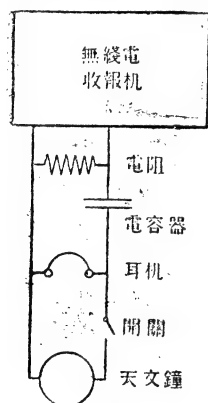


圖 46. 庫克法收录科学式时号。綫路圖

在每秒开始的时候，由于天文鐘接触，电路閉合，此时耳机中的时号消失。天文鐘接触的持續時間 (也就是通电的时间)，必須比科学式时号的响点 (响声) 为長，即須比 0.1 秒为長。当时号的响点落在接触之后，耳机中又可听到时号。因为两个时号的响点的間隔比天文鐘的一时秒为短，所以每秒的接触比时号响点逐渐推后，并且在一段時間之后，时号响点又逐渐靠近接触的时刻，当其重合时，耳机中的时号响点又趋消失 (圖 47a)。过了一些时候 (这个時間的長短視天文鐘接触的長短而定)，耳机中又开始听到了时号响点。在此瞬間，当耳机中第一个重新出現时号响点的瞬刻，天文鐘接触的開始 (即每秒开始) 显然与时号的响点的开始大約相重合。(圖 47b 及 47c)

二个極端的情况是可以区别开来的：

(1) 在第一个重新出現时号响点的前一个响声是真正符合的时

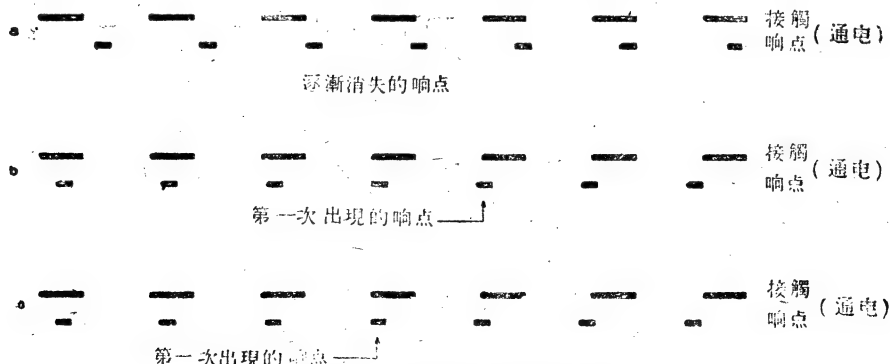


圖 47. 庫克法收听科学式时号



候，并且恰好沒有听到（圖 47b）；因此第一个出現响点的听到部分是迟了  $0^s.016$ （平太陽時）或  $0^s.014$ （恒星時）。显然，真正符合的秒数与第一次听到响点秒数相差为  $1^s$ 。

（2）第一个出現响点的听到部分是很短的（圖 47c）或是說該响点所表示的秒数就是（近似地）符合时的秒数。

这些極端情况和其它介于此二者中間的情况可以从第一次出現的响点的时间長短来加以判断。实际上將第一次响点出現的錶面时减去  $0^s.5$  就認為足够眞确了。在上述極端情况下，符合誤差不会大于  $0^s.5$ ，对于所求得的时鐘改正的眞正誤差为  $0.5 \times 0^s.016 = 0^s.008$ （平太陽鐘）或  $0.5 \times 0^s.014 = 0^s.007$ （恒星鐘）。当天文鐘的容許誤差大于  $0^s.008$  和  $0^s.007$  时，那末不必考虑减去  $0^s.5$ 。

圖 45 中的开关 S 是为了开始收听时号以前暂时切断天文鐘綫路之用，使得我們能够收听第一个短划并且从而决定第一个秒数。

### 5.3.6 美国国家标准局时号

美国华盛顿附近授时站“贝尔茲維尔”，日夜連續播送無線电时号，其頻率如下：

2.5	兆周；波長	120公尺
5	兆周；波長	60公尺
10	兆周；波長	30公尺
15	兆周；波長	20公尺
20	兆周；波長	15公尺
25	兆周；波長	12公尺
30	兆周；波長	10公尺
35	兆周；波長	8.6公尺

該时号是由每秒一次  $0^s.005$  的脉冲所組成。每分鐘第 59 秒脉冲被略去。

除了 30 和 35 兆周頻率以外，还用其他各頻率連續广播二种笛声。

恰好在整小时上或整小时后的每五分鐘，插入笛声一分鐘。就在此一分鐘內，授时站發播电台呼号 W. W. V. (•—•—•—•—)，在每小时及每半小时該电台用語言广播包括着时刻的詳細报告。

这种連續广播的时号对于天文大地工作是十分重要的，因为它们可以在天文观测开始和結束时正确的核对天文鐘的时刻。时辰公报(参看下节)对于这种时号在世界时  $3^h$  和  $15^h$  給出改正数。这种时号的間隔播發得十分均匀，所以对于中間时刻的改正数，可用內插法計算。

### 5.3.7 無線电时号的改正

在 § 5.31 中已經講过自动發出無線电时号的精度可以达到  $0^s.1$ 。如果需要較高精度，必須参考定期出版公报中所給出的改正数加以改正。例如，华盛顿海軍部天文台所印發的时号改正表可以免費函索。

在 § 5.3.1 中已經提到的国际时辰局的时辰公报，則每兩月出版一次，其中給出許多無線电时号的“确定时刻”和“半确定时刻”。“半确定时刻”是国际时辰局所收到的时号經巴黎天文台用天文观测所檢核过的世界时。在观测站所收到的世界时，是从这个檢核过的世界时减去播时站到巴黎中間电磁波傳播所需的時間，再加上播时站到观测站电磁波傳播所需的時間而得到的，其所用傳播速度对于短波（小于 60 公尺）为每秒 274,000 公里，对于

表 III

在国际时辰局登記的安那波利 (NSS<sub>1</sub>, 31<sup>m</sup>. 83 和 NSS<sub>5</sub>, 23<sup>m</sup>. 75), 邦都阿斯 (FYP, 3, 307<sup>m</sup>. 6, TMD, 23<sup>m</sup>. 34 和 FYA<sub>2</sub>, 40<sup>m</sup>. 38) 莫斯科 (RZI<sub>2</sub>, 55<sup>m</sup>. 76) 的时号

各項解釋請見 1945 年一月至四月頒行的“时辰公报”(第二类) 第 3 頁

世界时—“半确定時間”

NSS<sub>5</sub> FYP TMD FYA<sub>2</sub> FYP TMD FYA<sub>2</sub> NSS<sub>1</sub> NSS<sub>5</sub> RZI<sub>2</sub> RZI<sub>2</sub> FYP TMD FYA<sub>2</sub> FYP TMD FYA<sub>2</sub>

1947年

	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
一月	20.0	20.0	20.0	20.0	20.6	20.6	20.6	22.0	22.0	22.0	22.6	22.30	22.30	22.30	22.36	22.36	22.36
	d	d	d	d	m	m	m	d	d	d	m	d	d	d	m	m	m
	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
1	944	997	984	977	997	984	977	»	943	»	949	993	978	971	994	979	972
2	933	976	977	969	978	979	971	935	938	939	946	996	979	971	999	982	974
3	947	985	984	976	002	001	993	940	943	956	962	986	985	974	006	005	996
4	944	002	000	993	977	975	968	946	944	964	993	932	980	972	981	979	971
5	943	015	997	994	016	998	993	941	946	»	976	999	982	977	014	997	992
6	944	034	013	008	031	010	005	»	943	966	975	»	»	»	011	011	006
7	962	063	060	055	020	017	012	960	960	»	983	021	018	013	022	019	014
8	976	032	026	021	028	022	017	979	978	989	000	028	023	018	026	021	016
9	977	033	029	024	035	031	026	980	978	001	008	029	030	024	031	032	026
10	982	053	045	044	069	061	060	980	983	964	969	050	041	042	065	056	057
11	»	057	053	049	059	055	051	980	»	969	971	056	053	048	055	052	047
12	»	064	061	056	068	065	059	976	975	»	981	064	062	055	067	065	058
13	975	072	069	051	070	067	059	975	976	971	975	068	066	060	068	066	060
14	972	061	053	052	054	046	045	969	970	974	976	065	057	056	057	051	049
15	965	027	020	018	040	033	031	964	962	981	937	025	018	017	031	024	023
16	956	016	014	009	023	021	016	964	960	980	982	012	011	006	013	012	007
17	»	008	004	000	023	019	015	»	955	054	966	011	006	001	023	018	013
18	952	005	000	999	018	013	012	»	951	973	984	000	995	994	000	995	994
19	»	007	005	003	021	019	017	959	»	977	979	009	014	003	024	029	018
20	963	008	007	002	994	993	988	963	960	978	991	006	005	000	994	993	988
21	982	009	009	002	011	011	004	965	966	»	999	008	007	000	008	007	000
22	962	003	999	996	001	997	994	962	960	»	996	001	994	994	000	993	993
23	958	004	000	998	006	002	000	956	959	»	993	008	004	002	982	978	976
24	952	011	007	004	007	003	000	951	950	»	990	005	005	006	012	012	013
25	964	007	006	000	013	012	006	»	948	»	982	011	010	005	016	015	010
26	842	016	017	012	025	026	021	950	948	965	975	018	016	015	024	022	021
27	943	002	»	998	001	»	997	940	942	970	977	998	»	994	002	»	998
28	938	971	969	965	969	967	963	945	»	»	975	968	965	962	969	966	963
29	938	976	974	970	982	980	976	935	939	»	968	974	972	964	982	980	972
30	919	975	970	970	966	961	961	920	923	942	951	971	967	967	970	966	966
31	914	962	956	956	972	966	966	919	916	»	953	962	956	954	962	956	954

d 最后时号的时刻。

m 中央时号的时刻。

录自国际时辰局 1947 年时辰公报。

長波为每秒 250,000 公里（即环绕地球一次所需的时间各为  $0^{\circ}.148$  和  $0^{\circ}.159$ ）。这样求得的世界时可精确到  $0^{\circ}.02$ 。对于短波而言，可能有一些误差，因为电波不一定是沿着播时站和收听站间的最短路綫。

“半确定时刻”是在播发时号之后两个月内公佈。“确定时号”就是时号发出时的世界时，是在发出后六个月以后公佈的。它是综合全球上好些天文台所收到的世界时而计算出来，并且已加传播速度的改正数。在观测站所收到的世界时，可以从这种确定时刻加上播时站到观测站电磁波传播所需的时间计算出来，可以准确到千分之几秒。对于一般的测量工作，从上述的“半确定时刻”求出收到的世界时，已经足够精密了。78 頁给出了时辰公报中 1947 年一月某些無線电时号的“半确定时刻”的一部分摘录。

在每一縱行上面用大号粗体字写的时数和分数，是表示时号的最后时刻，縱行中用字母  $m$  表示的，是中央时号秒的小数，用  $d$  表示的是最末时号秒的小数。这些秒的小数可以使用到全部时号上。

在 74 頁上的第二和第三例中所用的确定的世界时，是从 78 頁上时辰公报摘录中查出的“半确定时刻”；例中电磁波传播速度改正是没有加以考虑。

可以指出，从“半确定时刻”计算确定的格林威治平恒星时，無需加以时的换算；只要从“半确定时刻”求出时号改正数，而将这改正数加到預定的格林威治平恒星时上。严格地说，这个改正数还須再加恒星时间隔改正，但是这个数值太小，可以不加考虑。

### 5.3.8 無線电时号的记录

簡單地在这里叙述一下用自动計时仪记录时号的方法，因为这种方法只用于特別高精度的工作中。必須十分注意来保证所收到的每个时号的真正开始点。如果碰到微弱的时号，或一点一划逐漸加强的时号发出来的时候，必須充分放大，否則記时仪的动作受到延迟（因为电力不够）。

如果收听科学式时号，就不需要自动记录了，因为庫克-汉尼方法 (§5.3.5) 用在收录有嘈音或受到干扰的授时站的时号时，其效果等于自动记录，甚至比它还好。还有另外一种优点，就是庫克的裝置比較簡單。

### 5.3.9 天文鐘的比較

在 §5.1.1 中曾經指出，有时候为了方便起見，我們使用一个主鐘和一个副鐘。在天文观测恰好开始或結束时，副鐘必須和主鐘比較。

假如主鐘和副鐘記着不同的时间，如前者記平太陽时而后者記恒星时，或是二者相反，則比較將是很容易的。由于 365.2422 秒平太陽时等于 366.2422 秒恒星时的緣故，主鐘和副鐘的秒响声大約在  $6^m 5^s$  平太陽時間內符合一次（或是用半秒响声計时錶时，大概在  $3^m 2^s.5$  恒星時間內符合一次）。比較程序如下：当将要符合之前，观测者开始默数主鐘的秒数，目視副鐘，同时連續默数，直到兩鐘秒响符合时为止。在这个时刻观测者停止默数。讀出最后默数的数目和副鐘秒数。

如果二个天文鐘計着同类的时间，它們的秒响可以相差十分之几秒。要估計到  $0^{\circ}.1$  是要相当的練習。利用停錶是比較容易并且可得到較为精密的結果，其比較方法是当主鐘为整十秒时，开动停錶，并在副鐘整十秒时停止停錶。从副鐘讀数減去停錶讀数，即得与主鐘相应的副鐘讀数。

假如副鐘是一个裝有停針的天文停錶，則比較时只需要將停針停在当主錶十秒整数时

就可以了。

比較時鐘須重复許多次(可能是 8—10)——不管用那種方法來比較，為了提高最後結果精度，和發現可能粗差，所有讀數必須記錄在觀測手簿上。

## 第六章 利用观测平均值的算法 及其附加的改正值

### § 6.1 概 述

在某些定位法中，往往要連續地观测当恒星经过数个天頂距时的相应錶面时。于此我們可以分成两种情形：

(1) 在望远镜的一位置上，恒星经过数根蛛絲。

設經緯仪的望远镜裝配有数根水平橫絲，今將其預先对准在星体进程的前面，等到星影恰好经过每根橫絲的瞬间时，記下或讀下相应的錶面时。其平均天頂距則自豎盤上讀取。

摆式等高仪 (§ 12.3) 及  $45^\circ$  稜鏡等高仪 (§ 12.4) 原則上就屬於这类範圍內。后一仪器沒有水平橫絲，因此，星体所到达的数个天頂距是順序地用其他方法来观测的，这两种仪器都沒有裝配豎盤，其平均天頂距(标准天頂距)为一常数( $30^\circ$  或  $45^\circ$ )。

通常計算的方法，是將平均天頂距加以改正，使其与平均錶面时相当，然后把它們視为一对虚拟的观测值。

(2) 在数个的望远镜的位置上，恒星经过一根蛛絲。

設經緯仪的望远镜仅裝配有一根水平橫絲，但連續的对准天体数次，每次的对准，可从豎盤上讀取当星影经过橫絲时的天頂距，并讀取或記錄錶面时刻。

計算方法有二：

(a) 設想每个天頂距及相应的錶面时刻为一对独立的观测值。

(b) 設想各天頂距的平均值及錶面时的平均值为一对虚拟的观测值，將前者加以改正，使其相当于后者。

下面各节將証明用于这些改正的公式。

### § 6.2. 在望远镜的一位置上，恒星经过数根蛛絲

#### 6.2.1 平均天頂距的第一改正值

錶面时的平均值  $\bar{T}$  及所量测的平均天頂距  $\bar{z}$ ：

$$\bar{T} = \frac{1}{N} [T'_K] \quad \bar{z} = \frac{1}{N} [z_K] \quad (K=1 \rightarrow N)$$

不能看做是一对虚拟观测值，因为时间与天頂距之間的关系  $T'_k = f(z_K)$  并非直綫的。

令：  $\bar{z}_K = \bar{z} + dz_K$

并按泰罗級数展开，所有数量均以弧度表示之，再略去三次以上的各项：

$$T'_K = f(\bar{z} + dz_K) = f(\bar{z}) + dz_K f'(\bar{z}) + \frac{1}{2} dz_K^2 f''(\bar{z})$$

由于  $[dz_K] = 0$

$$\bar{T} = f(\bar{z}) + \frac{1}{2N} [dz_K^2] f''(\bar{z})$$

复由于

$$\bar{T} = f(\bar{z} + \Delta z_1) = f(\bar{z}) + \Delta z_1 f'(\bar{z})$$

式中  $\Delta z_1$  为  $\bar{z}$  的改正数, 使其經改正后, 适为相当于  $\bar{T}$  的天頂距。比較上列兩式遂得 ( $\Delta z_1$  及  $dz_K$  以角秒为單位),

$$\Delta z_1 = C_1 \frac{[dz_K^2]}{2N\rho} \quad (\text{VI.1})$$

式中

$$C_1 = \frac{f''(\bar{z})}{f'(\bar{z})} \quad (\text{VI.2})$$

$C_1$  的公式可由下法求之: 按

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

于是当天文鐘为恒星时鐘, 其錶速为零时, 則有:

$$f'(z) = \frac{dT}{dz} = \frac{dt}{dz} = \frac{\sin z}{\cos \varphi \cos \delta \sin t} = \frac{-1}{\cos \varphi \sin a} \quad (\text{VI.3})$$

因此: 
$$f''(z) = \frac{1}{\cos \varphi \cos \delta \sin^2 t} \left( \sin t \cos z - \sin z \cos t \frac{dt}{dz} \right).$$

將上式代入(VI.2)式中, 遂得:

$$C_1 = \cot \bar{z} + \frac{\cot \bar{t}}{\cos \varphi \sin \bar{a}}$$

將下式代入:

$$\cot \bar{t} = \sin \varphi \cot \bar{a} - \frac{\cos \varphi}{\sin a} \cot \bar{z}$$

遂得

$$C_1 = \cot \bar{a} (\tan \varphi \cos \text{ec } \bar{a} - \cot \bar{a} \cot \bar{z}).$$

不难証明, 此公式亦可应用于当天文鐘具有微小的錶速, 或者它是一只平太陽时鐘。

設  $\bar{z} = 30^\circ$  (例如摆式等高仪中) 或

$\bar{z} = 45^\circ$  (例如  $45^\circ$  稜鏡等高仪中)

$C_1$  可以不难从列綫圖 6 (第 173 頁) 或列綫圖 7 (第 174 頁) 中分別讀出。①

此处必須着重指出的, 就是在(VI.1)式中的量  $\frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$  对于所用的仪器是一个常数。

例如对于威特 T3 型的經緯仪 (双中絲之外尚有四条附加的橫絲):

常数 =  $0.55''$ , 設用六条橫絲来平分星体;

常数 =  $0.66''$ , 設用附加的四根橫絲来平分星体, 并在双中絲間观测星体。

例如对于摆式的等高仪

常数 =  $0.22''$ ,

对于  $45^\circ$  稜鏡等高仪

常数 =  $0.23''$  (准确的数值附于每架仪器上)。

## 6.2.2 平均天頂距的第二改正值

应用經緯仪施行观测时, 必須在平均天頂距上加以第二种改正。观测者將望远鏡先对准在星体之前, 使得星影大約在視場的中央, 然后旋紧水平度盤及豎盤的止动螺旋。由于当星影經過諸水平橫絲时离开垂直豎絲有时較远, 有时較近, 其移动方向經常是与豎絲成

① 英国海軍部海道測量局所印行的圖表 (№0.5672), 亦适用于同样的目的  $\bar{z} = 45^\circ$ 。

斜交。这种情况通常也适用于中央水平横絲，因由于上述的瞄准欠精确。如图 48 所示， $ZI$  为豎絲在天球上的投影， $IS_1$  为横絲的投影。設星在錶面时  $T_K$  经过横絲其交点为  $S_1$ 。由于横絲的投影不是成水平的大圆，因此很显然， $S_1$  天頂距必略大于  $I$  的天頂距。所以在所量测的天頂距上必須考虑加以改正。

設  $S_2$  为星影过豎絲的交点。所有的量均以弧度表之。

則有：
$$S_1 S_2 = \Delta t \sin p = \Delta t \cos \delta$$

今將  $\Delta S_1 I S_2$  近似的視为一平面三角形，則有：

$$IS_1 = S_1 S_2 \cos q = \Delta t \cos \delta \cos q \quad (\text{VI.4})$$

从  $\Delta ZIS_1$  中有：

$$\cos(z_K + dz_K) = \cos z_K \cos IS_1$$

或將其展开为級数：

$$\cos z_K - dz_K \sin z_K = \cos z_K (1 - \frac{1}{2} IS_1^2)$$

代以(VI.4)式，并用所量测的平均天頂距  $\bar{z}$  作为  $z_K$  的近似值，并以其相应的視差角  $\bar{q}$  代  $q$ ，則得：

$$dz_K = \frac{1}{2} \Delta t^2 \cos^2 \delta \cos^2 \bar{q} \cot \bar{z}$$

令：

$$\frac{1}{2} \Delta t^2 \approx 2 \sin^2 \frac{1}{2} \Delta t$$

遂得以角秒为單位的  $dz_K$ ：

$$dz_K = C_2 \cdot 2\rho \sin^2 \frac{1}{2} \Delta t \quad (\text{VI.5})$$

上式中：

$$C_2 = \cos^2 \delta \cos^2 \bar{q} \cot \bar{z}$$

經簡化后：

$$C_2 = \frac{1}{2} \sin 2\bar{z} (\sin \varphi - \cos \varphi \cos \bar{z} \cot \bar{z})^2$$

計算  $\Delta t$  的数据，可以从观测恒星过豎絲(在  $S_2$ )的錶面时  $T_P$  而求得。設天文鐘为平太陽时，其錶速为  $\Delta_1 T$ ，則按 § 3.4 及 § 5.1.2 便有：

$$\Delta t = \frac{366.2422}{365.2422} (1 + \Delta_1 T) \tau_K \approx (1.00274 + \Delta_1 T) \tau_K.$$

上式中：

$$\tau_K = T_P - T_K$$

因此便可近似的得：

$$\sin^2 \frac{1}{2} \Delta t = (1.00548 + 2\Delta_1 T) \sin^2 \frac{1}{2} \tau_K \equiv Q \sin^2 \frac{1}{2} \tau_K$$

將上式代入(VI.5)中得：

$$dz_K = Q C_2 m_K,$$

而：

$$m_K = 2\rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau_K.$$

对于每根蛛絲的改正数的平均值，也就是加到天頂距观测值上的改正数为：

$$\Delta z_2 = Q C_2 \frac{[m_K]}{N}$$

上式中的  $m_K$  可以第 9 表(第 166—167 頁)中查取。設  $z=45^\circ$ ， $C_2$  可从列綫圖 8(第 175 頁)中讀出，因此，只要可能，以采用  $45^\circ$  的天頂距最为方便，如果所用的是恒星时，

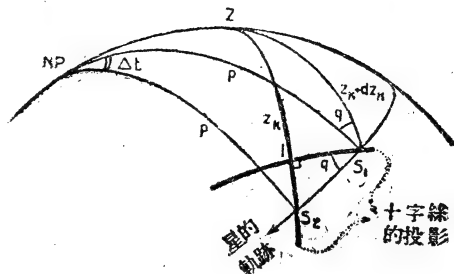


圖 48. 星过横絲与豎絲

則上述的因子  $Q$  变为  $(1+2\Delta_1 T)$ ，并載于下表中， $\Delta_1 T$  为以秒为單位的每小时的錶速。

表 5

$\Delta_1 T$	恒 星 时 鐘	平 太 陽 时 鐘	$\Delta_1 T$	恒 星 时 鐘	平 太 陽 时 鐘
0.00	1.00000	1.00548	0.00	1.00000	1.00548
+0.05	3	1.00551	-0.05	0.99997	.5
+0.10	6	4	-0.10	4	2
+0.15	8	6	-0.15	2	0
+0.20	1.00011	9	-0.20	0.99989	1.00537
+0.25	4	1.00562	-0.25	6	4
+0.30	7	5	-0.30	3	1
+0.35	9	7	-0.35	1	1.00529
+0.40	1.00022	1.00570	-0.40	0.99978	6
+0.45	5	3	-0.45	5	3
+0.50	8	6	-0.50	2	0

須注意以下的事实，在計算  $\Delta z_2$  时，錶面时的观测值既不加錶速改正，也不換算为恒星时(如果应用平太陽时鐘)；此时將  $C_2$  乘以因子  $Q$  便够了。

須注意者，当应用摆式等高仪或  $45^\circ$  稜鏡等高仪观测时，就不必应用改正数  $\Delta z_2$ 。对于第一种仪器，諸橫絲(或者宁可叫做綫)是弯曲的，以表示固定的天頂距。对于后一种仪器，总是对准在一定的方位上，使得所有的观测均非常接近于豎絲。

### § 6.3 在数个望远镜位置上，恒星經過一根蛛絲。平均天頂距的改正值

对于天頂距平均值应加上与 § 6.2.1 相类似的改正数。然而，在这种情形下，如將改正数用时刻之差：

$$\tau_k = T_k - \bar{T} \quad (k=1 \rightarrow n)$$

来表示，以代替天頂距之差，則更为方便。

按(Ⅴ.3)有：

$$dz_K^2 = \tau_K^2 \cos^2 \varphi \sin^2 a_k \approx \tau_K^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \bar{a}$$

近似的令：

$$\tau_K^2 = 4 \sin^2 \frac{1}{2} \tau_k = \frac{2}{\rho} m_k$$

式中

$$m_k = 2\rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau_k.$$

以角秒为單位表示  $dz_k$ ，遂得：

$$dz_K^2 = 2\rho m_k \cos^2 \varphi \sin^2 \bar{a}$$

將上式代入(Ⅴ.1)，并以  $k$  代  $K$ ，以  $n$  代  $N$ ，則有：

$$\Delta z_3 = C_3 \frac{[m_k]}{n}$$

其中：

$$C_3 = \cos^2 \varphi \cos \bar{a} (\sin \varphi - \cos \varphi \cos \bar{a} \cot \bar{z})$$

若  $z=45^\circ$ ，則因子  $C_3$  可从列綫圖 9 (第 176 頁)中讀取。所以我們建議，如果可能的話，以应用  $45^\circ$  天頂距为佳。如果錶速較大而不可忽略，或应用的是平太陽时鐘，則  $C_3$  必須乘以因子  $Q$ ，其值可从表中查得(第 84 頁)。

$m_k$  之值可以从書末所載的附表 9 中查得。



## 第七章 基本观测值的精度

下面几章將討論到測定方位角，緯度或經度的各种方法，以及估算可望达到的精度（此处的“精度”系指偶然誤差，至于系統誤差則將分別处理）。对于这些計算除有些数据已見于 §5.2.6 外，我們还將需要下列諸数据。

$m_1$  = 望远镜的豎絲瞄准星体的中誤差。就我們所知道的，只是在星体將过子午圈的情形下，也就是說当星体垂直地过豎絲的情况下，研究过这种誤差。

有些研究的人做出这样令人惊異的結論，即瞄准的精度几乎与星体視运动的速度無關，其中誤差为：

$$m_1 = \frac{4^s.7}{v} = \frac{70''}{v}$$

上式中  $v$  为望远镜的放大倍率。在沒有其他的証明之下，我們將此数值应用到星体偏离子午圈的情形，也就是当星体倾斜地通过豎絲的情形。

$m_2$  = 測定恒星与方位标之間的水平角的中誤差，略去瞄准星体的誤差。 $m_2$  包括两个度盤讀数的中誤差和瞄准方位标的中誤差。

$m_3$  = 用水平度盤上的水准器以整平經緯仪的中誤差，或讀跨水准器的中誤差。

$m_4$  = 略去望远镜瞄准星体的誤差后，量測星体高度角的中誤差。 $m_4$  包括度盤讀数的中誤差和整平豎盤水准器的中誤差。

$m_5$  = 將望远镜的水平橫絲瞄准星体的中誤差。

很明显，这些中誤差是与各种情况有关的：例如所用仪器的性能，观测者的技术，地区的气候条件等。这种情况特别适用于  $m_4$ ；此种中誤差是上述各种情况的复杂函数。它尚需进一步的研究。因此，我們仅能引用一些平均值（大部分的数据都已用特殊的研究确定了）；但这并不能包括所有的情况，而仅是对于估算方位角、緯度和經度的測定精度提供一个实用的基础。

現在我們設想有两种类型的經緯仪，例如

A 型——中等精度，以威特  $T_2$  为代表。

B 型——高精度，以威特  $T_3$  为代表。

根据我們的或別人的經驗，得出下表中的数据

中 誤 差	A 型	附 註	B 型	附 註
$m_1$	2''.5	$v=28$	1''.8	$v=40$ ①
$m_2$	2''.5		0''.8	
$m_3$	1''.5	用灵敏度为 20''/2mm 的水平度盤水准器整平仪器	0''.9	用 7''/2mm 的水平度盤水准器来整平仪器。
$m_4$	1''.0	讀 5''/2mm 的跨水准器		
$m_5$	1''.8		0''.4	
	2''.5	假設: $m_5=m_1$	1''.8	假設: $m_5=m_1$

① 威特  $T_3$  經緯仪附有三种不同的目鏡，其放大倍率各为：24、30及 40 倍。

如果观测星体经过许多蛛丝，然后取其平均观测时刻，则其最后瞄准中误差将减少到  $(m_1^2/N)$  或  $(m_2^2/N)$ ,  $N$  为蛛丝的数目。这是一个便宜的提高精度的方法，以后我们将于第十及十一两章中加以讨论。

## 第八章 方位角的測定

### § 8.1 概 述

为了确定联接地面上兩点的綫的方位角，可以在这两点中的任意一点上安置經緯仪并測出下列的量：

(a) 水平角  $\psi$ ，它是由包含該綫的垂直面和通过太陽或星体的垂直面所構成。

(b) 某些可以用来計算太陽或星体的方位角的量，这个量必須在將望遠鏡瞄准某星測定水平角  $\psi$  的瞬时量測出来。

很明显，將所測得的角度  $\psi$  加到所算得的方位角  $a$ ，即为所求的該綫的方位角  $A$ ；

$$A = a + \psi$$

为了要研究必須觀測那一个量，才能够从該量計算出方位角  $a$ ，讓我們考虑一下定位三角形（圖 49）。但是必須記住，方位角是从北向东計算的 (§ 2.9)，因此，在第 49 圖中所示的角度是  $(-a)$ 。

如果觀測者和星体的位置均为已知，則定位三角形的兩条边 ( $NP - Z = 90^\circ - \varphi$  及  $NP - S = 90^\circ - \delta$ ) 亦必固定。那末只需要再測定其他一个量，便可完全确定定位三角形，而方位角（即  $Z$  点上的角度）也就可以計算出来；这个量是：

(1) 星体的时角  $t$ ，或 (2) 星体的天頂距  $z$  或高度角  $h$ 。

在前一种情形中，叫做用时角測定方位角法；在后一种情形中，叫做觀測高度角測定方位角法。由于我們还可有觀測太陽和觀測星体的不同，因此我們共有四种測定方位角的方法，將分述于下列各节中。

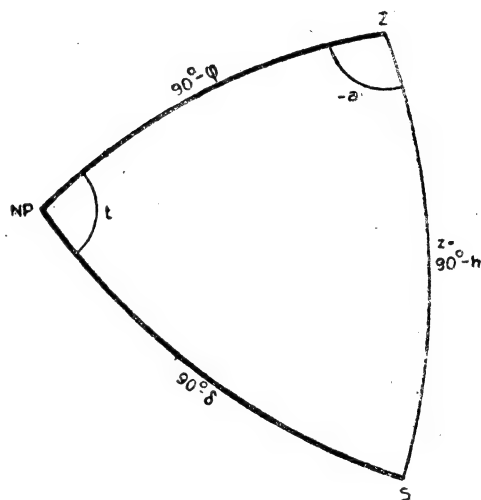


圖 49. 方位角的測定——定位三角形

設欲求得  $P$ 、 $Q$  兩点（例如用木樁標誌于地面上的点）联接綫的方位角，則可將經緯仪准确地安置于  $P$  点上，而將方位标設置于  $Q$  点上。在白天这种設置并不發生任何困难，但是在黑夜里則需特別注意加以練習。如果应用一根綫吊着垂球，將經緯仪对准  $P$  点上，則木樁及垂球均需用手电筒来照亮。如果經緯仪附有光学对准器，那末最好在木樁的中心釘上一个白色的圖釘，然后用手电筒来照亮，那末在光学对准器的視野中，將得到一个光亮的背景。若將背景加以放大，則更易对准中心。其法用一張白紙在其中央剪一个比圖釘略大些的小孔，將此白紙如圖 50 所示放在木樁上。

由于望遠鏡可能用相当大的仰角瞄准星体，因此必須十分謹慎地將仪器整平。通常只

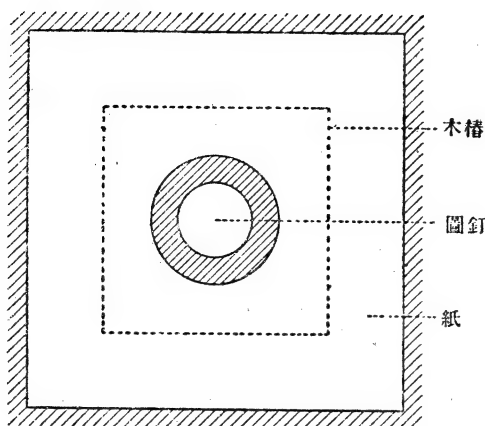


圖 50. 表示在黑暗中的地面方位标

作的目的，是要使得水平誤差具有偶然性質。如果每組間不重新整平而所得的成果又相当符合时，观测者千万不要为此現象所迷惑；因为各个結果内部誠然很接近，但平均值的精度則較低。

如果应用跨水准器，那末应在星体通过中豎絲之前讀水准泡讀数，然后将跨水准器轉  $180^\circ$ ，并在星体剛通过中豎絲之后，再讀取水准泡讀数。

安置在  $Q$  点上的方位标，可能是人們所熟知的用于三联脚架法中的、并裝有电灯設備的标誌。如果没有这种标誌，那末也可以用一个輕便的小匣子，匣子前面开一条小的狭縫，中間放一盞灯。但是要注意到小匣子安放的位置，須使得狭縫准确地对准木樁中心。狭縫的寬度約为  $PQ$  距离的万分之一。至于度盤及目鏡內的十字絲，当然也必須在晚上加以照明。如果望远鏡沒有特別的通电照明設備，那末也可以应用一只普通的手电筒；观测时将手电筒傾斜地拿在物鏡的前面，使其光綫射入于望远鏡內。

## § 8.2 恒星时角法測定方位角

### 8.2.1 观测与計算

星体的时角并非直接观测的，而是根据讀記星体經過中豎絲的时刻来求出的，就是从下列公式来計算时角：

$$G.M.S.T. = T + \Delta T \quad (\text{VIII.1})$$

$$G.A.S.T. = G.M.S.T. + n$$

$$L.A.S.T. = G.A.S.T. - \lambda \quad (\text{VIII.2})$$

$$t = L.A.S.T. - \alpha$$

上式中：  $T$  = 錶面时讀数

$\Delta T$  = 按無線电时号所求得的对于 G.M.S.T. 的錶差

$\alpha$  = 星体的赤經

$n$  = 赤經的章动

$t$  = 星体的时角

根据上述方法求出时角后，星体的方位角便可按下式进行計算：

有在观测星体时，望远鏡方有相当大的仰角，而在对准地面标誌时，望远鏡的位置則大致水平。水平誤差的影响与傾斜角的正切成比例，因此，在垂直于星体垂直面的方向上的水平，是特別重要的。虽然只要在观测开始之前整平仪器一次就够了，但由于这种緣故，更重要的是在每組观测之前，在上述的方向上将仪器整平。如果仪器是这样安置的，就是使得通过两个底脚螺旋的垂直平面大約与通过星体的垂直平面相一致，則垂直于上述平面的方向上的整平便就容易；因为在这个方向上的整平只要用第三个底脚螺旋就可以了。重复上述的整平操

$$\cot \alpha = \frac{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta}{\sin t} \quad (\text{VIII.3})$$

或

$$\tan \alpha = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta} \quad (\text{VIII.4})$$

时角  $t$  的三角函数可应用下列兩法之一求得之，惟第二法则更为便捷：

(1) 按 § 1.2 中所述的关系，將  $t$  从時間化为角度，然后应用一本普通的三角函数表。

(2) 应用一本以時間为單位的三角函数表，例如：“載有每一时秒的七位三角函数表”（英国皇家天文年历局出版，可以向倫敦 W.C.2, York House, Kingsway 英国皇家文献局購買）。

若用对数計算，則以下式为佳：

$$\cot \alpha = \frac{\sin(\varphi - x)}{\cos x \tan t}$$

而

$$\tan x = \frac{\tan \delta}{\cos t}$$

此处必須着重指出：上列公式仅在一組包含有两个观测值的情形下，才有便利之处；假使观测的数目增多（平常也是这样的情況），則公式(VIII.3)或(VIII.4)不論对于真数計算抑或对数計算均为适宜。对于这种利弊的評價，我們必須記着，这些公式中  $\cos \varphi \cdot \tan \delta$  一項对于所有的观测組均为常数。

經過星体的垂直面和通过  $PQ$  綫的垂直面之間所包含的水平角，可以从瞄准星体与瞄准方位标的水平度盤讀数中求得之。

最后，所求的  $PQ$  綫的方位角  $A$  可由下式計算：

$$A = \alpha + \psi$$

观测的程序如下：

- (1) 小心地將仪器整平。
- (2) 对准方位标，并讀取水平度盤的讀数。
- (3) 將望遠鏡大約对准星体，使得星体在望遠鏡的視野中，并向中豎絲移动。当星影恰好通过中豎絲时，讀取錶面时刻或按下电鍵（参考 § 5.2.5）；然后讀出跨水准的讀数（如果有的話）和水平度盤的讀数。
- (4) 重复第 3 步骤。
- (5) 重复第 2 步骤。

像这样的四个观测叫做一組。在重复观测了  $n/2$  組之后（ $n$  視所需要的最后成果的精度而定），將望遠鏡倒轉，并旋轉仪器  $180^\circ$ ，然后再观测  $n/2$  組。在每观测完一組之后，水平度盤应移动  $\frac{180^\circ}{n}$ ，以消除水平度盤系統性的刻划誤差。

### 8.2.2 系統誤差

系統誤差的主要来源为：

- (a) 假設的緯度含有誤差( $d\varphi$ )（这种假設的緯度是从地圖中讀取）。
- (b) 由于下列三种原因所引起的时角誤差( $dt$ )；
  - (b.1) 观测星体过豎絲时，錶面时所包含的常差，参考公式(VIII.1)；
  - (b.2) 錶差的誤差，参考公式(VIII.1)；

(b.3) 假設經度的誤差，參考公式(Ⅷ.2)。

今將公式(Ⅷ.3)加以微分，便得這些誤差對於星體方位角以及  $PQ$  綫的方位角計算值的影響的公式：

$$dA = da = \sin a \tan h d\varphi + \cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) dt \quad (\text{Ⅷ.5})$$

從上列公式我們可以得出結論：

(1) 如果星體的方位角為  $0^\circ$  或  $180^\circ$ ，也就是說如果在中天時刻觀測星體，那末所假設的緯度縱有微小的誤差亦無影響。

(2) 當  $\tan \varphi = \cos a \tan h$ ；這種情況發生於星體的星位角為  $90^\circ$  或  $270^\circ$ ，亦即在大距時觀測星體，則此時微小的時角誤差對於方位角無甚影響。

顯然，要想同時消除上述兩種誤差的來源是不可能的。

然而，我們將要證明，如果連續地觀測兩顆星，便可達到這個目的。 $PQ$  綫的最後方位角，將為從觀測每顆星所求得的方位角的平均值：

$$\bar{A} = \frac{1}{2} \{a_1 + \psi_1\} + (a_2 + \psi_2) \}$$

上式中的下指數 1, 2 表示所觀測的兩顆星。

因此，這些誤差的影響也就是每顆星方位角的影響的平均值。按公式(Ⅷ.5)則有

$$\begin{aligned} d\bar{A} = & \frac{1}{2} (\sin a_1 \tan h_1 + \sin a_2 \tan h_2) d\varphi + \\ & + \frac{1}{2} \cos \varphi (2 \tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 - \cos a_2 \tan h_2) dt \end{aligned}$$

因此，兩種誤差來源的影響可以同時消除掉，如果所觀測的兩星體是這樣的選擇與觀測，使得在觀測的瞬時：

$$\sin a_1 \tan h_1 = -\sin a_2 \tan h_2 \quad (\text{Ⅷ.6})$$

$$2 \tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 = \cos a_2 \tan h_2 \quad (\text{Ⅷ.7})$$

方位角與高度角能滿足上列兩方程式的星對有無限個，因此我們可以進行選擇這樣的星對組合，使其在顧及(Ⅷ.2)及(Ⅷ.3)的條件下，能令偶然觀測誤差對於方位角的影響為極小。這種方法將述於下節。

### 8.2.3 偶然誤差。顧及所假設緯度的可能誤差與時角的常差時的選星法。精度估算。

偶然誤差的主要來源為：

$m_T$  = 讀取錶面時或記時器的中誤差，包括錶速的平均變動，應用誤差傳播定律於公式(Ⅷ.5)中，便可得出此中誤差對於方位角的影響的公式：

$$\cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) m_T$$

$m_1$  = 瞄準星體的中誤差，亦為  $\psi$  角觀測值中誤差的一部分，瞄準誤差  $dP$  對於方位角的影響  $da$  表示於圖 51 中：今有：

$$da = dP \sec h$$

根據上式，應用誤差傳播定律便得平均影響：

$$m_1 \sec h$$

$m_2 = \psi$  角中誤差的剩餘部分，包含兩次水平度盤讀數的中誤差，以及瞄準方位標的中誤差，這些對於方位角的影響是  $m_2$ 。

$m_3$  = 經緯儀整平的中誤差或讀取跨水准器讀數的中誤差, 根据通常的公式, 此誤差对于方位角的影响为  $m_3 \tan h$ 。

將这些影响的平方相加起来, 并由  $\sec^2 h = 1 + \tan^2 h$ , 遂得每一星体每一次觀測的方位角中誤差的平方和:

$$\cos^2 \varphi (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 m_T^2 + (m_1^2 + m_2^2) \tan^2 h_1 + (m_1^2 + m_2^2)$$

很明显, 从兩組觀測 (每組包含正倒鏡的兩個單独的觀測) 所得到的方位角的中誤差的平方, 若按照 § 8.2.1 所建

議的方案, 則为上式数值的  $\frac{1}{4}$ 。

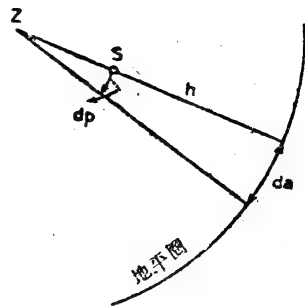


圖 51. 傍向瞄准誤差对于方位角的影响

从其他一顆星体的觀測所得到方位角的中誤差也是一样, 因此平均方位角  $\bar{A}$  的中誤差平方为:

$$m_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{16} \cos^2 \varphi \{ (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 + (\tan \varphi - \cos a_2 \tan h_2)^2 \} m_T^2 + \frac{1}{16} (m_1^2 + m_2^2) (\tan^2 h_1 + \tan^2 h_2) + \frac{1}{8} (m_1^2 + m_2^2) \quad (\text{VIII.8})$$

在上面一节中, 我們曾計劃觀測的一对星体, 应作如此的选择, 使得顧及条件 (VIII.6) 及 (VIII.7) 后, 中誤差  $m_{\bar{A}}$  为極小。

这个有条件的極小問題, 可以变为自由的極小問題, 只要按下法从公式 (VIII.8) 中消去  $a_2$  及  $h_2$  便可。

將 (VIII.6) 及 (VIII.7) 平方, 然后相加, 則得:

$$\tan^2 h_2 = 4 \tan^2 \varphi + \tan^2 h_1 - 4 \tan \varphi \cos a_1 \tan h_1 \quad (\text{VIII.9})$$

將上式及 (VIII.7) 代入 (VIII.8) 式中。經化簡后便得:

$$m_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{8} F m_T^2 + \frac{1}{8} (m_1^2 + m_2^2) \quad (\text{VIII.10})$$

式中:

$$F = \cos^2 \varphi (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 + \nu (2 \tan^2 \varphi + \tan^2 h_1 - 2 \tan \varphi \cos a_1 \tan h_1) \quad (\text{VIII.11})$$

$$\text{而} \quad \nu = \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_T^2}$$

按第七章載有:

A 型經緯儀:  $m_1 = 2''.5$ ;  $m_2 = 1''.5$

令  $m_T = 0''.1 = 1''.5$  (耳目法), 則有  $\nu = 3.78$ ;

B 型經緯儀:  $m_1 = 1''.8$ ;  $m_2 = 0''.9$

令  $m_T = 0''.07 = 1''.0$  (記時儀), 則有:  $\nu = 4.05$

可以看出, 当  $F$  为極小时, 則  $m_{\bar{A}}^2$  亦为極小。但欲使  $F$  达于極小值, 則必須使其导数  $F'_{a_1}$  及  $F'_{h_1}$  同时为零:

$$F'_{a_1} = 2 \cos^2 \varphi \sin a_1 \tan h_1 (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 + \nu \sec^2 \varphi \tan \varphi) = 0 \quad (\text{VIII.12})$$

$$F'_{h_1} = -2 \cos^2 \varphi \cos a_1 \sec^2 h_1 (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 + \nu \sec^2 \varphi \tan \varphi - \nu \sec^2 \varphi \sec a_1 \tan h_1) = 0 \quad (\text{VIII.13})$$

解上列联立方程式得:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0^\circ & h_1 &= +\varphi \\ a_1 &= 180^\circ & h_1 &= -\varphi \end{aligned}$$

我們可以容易証明(研究二次导数)上列極限值極小的。

由于  $h > 0$ , 故第一組之值很明显是指北極, 并且是对于北半球的測站而言; 而第二組之值則指南極, 并且对于南半球的測站而言。

$\alpha$  小熊星座(北極星)为近北極的一顆亮星, 其  $\delta \approx +89^\circ$ ,  $m = 2.12$ 。理論上必須觀測兩顆星, 以消除系統誤差, 但由于北極星非常接近北極(極距大約为  $1^\circ$ ), 因此在任何时角均可近似地有下列关系:

$$a \approx 0, h \approx \varphi$$

于是(从公式 VIII.6 和 VIII.7)系統誤差的影响近似为零。因此我們可以不必觀測兩顆星, 而在任意时角觀測這一顆北極星, 只要总的觀測数目沒有減少。

应当記着, 因为低層空气的透明度不佳, 故北極星必須在水平綫之上相当的高度, 才能清楚地看到。因此, 北極星任意时角法測定方位角不能应用于赤道上的測站。

同样地, 在南極附近也有一顆星:  $\sigma$  南極星座,  $\delta \approx -89^\circ$ , 這顆星可以視為类似于北極星, 作为單星在任意时角上觀測之。可惜這顆星相当微弱,  $m = 5.48$ ; 但若应用 B 型經緯仪, 也不难找到此星, 但要注意的, 它必須相当的高出地平綫上。

如果因为某些緣故, 不能觀測北極星或  $\sigma$  南極星座, 那末, 必須在高度  $h_1 \neq \varphi$  及  $h_2 \neq \varphi$  下觀測兩顆其他的星。

假設  $h_1$  暫为固定值, 而  $a_1$  变动, 那末当第一次导数  $F'_{a_1} = 0$  与第二次导数  $F''_{a_1} > 0$  时,  $F$  之值达于極大:

$$\begin{aligned} F''_{a_1} &= 2 \cos^2 \varphi \tan \varphi \cos a_1 \tan h_1 (1 + \nu \sec^2 \varphi) + \\ &+ 2 \cos^2 \varphi \tan^2 h_1 (\sin^2 a_1 - \cos^2 a_1) > 0 \end{aligned} \quad (\text{VIII.14})$$

下列  $a_1$  的三个数值, 显然均能滿足(VIII.12)

$$a_1 = 0^\circ; a_1 = 180^\circ; \cos a_1 = (1 + \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \cot h_1$$

將此等数值分別代入(VIII.14), 并經簡化后則得:

$$\tan h_1 < (1 + \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \quad (\text{VIII.15})$$

$$\tan h_1 < -(1 + \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \quad (\text{VIII.16})$$

$$\tan h_1 > (1 + \nu \sec^2 \varphi)^2 \tan^2 \varphi \quad (\text{VIII.17})$$

由于  $\tan h_1 > 0$ , 故(VIII.15)式显然必指在北半球上的測站, 而(VIII.16)式則系表示在南半球上的測站。

从最后的一式則有:

$$\tan h_1 > -(1 + \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \quad (\varphi > 0)$$

$$\tan h_1 > -(1 + \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \quad (\varphi < 0)$$

如果我們暫時規定  $\varphi > 0$ , 則有不列 I、II、III 的三种情况:

情况 I

$$a_1 = 0^\circ, \text{ 則按(VIII.6)有:}$$

$$a_2 = 0^\circ (\text{或 } a_2 = 180^\circ; \text{ 参考情况 II}).$$

將上列数值代入(VIII.7)及(VIII.11), 則得:



$$\tan h_1 + \tan h_2 = 2 \tan \varphi; \quad (\text{VIII.18})$$

$$\text{于是从(VIII.15)式有:} \quad \tan h_2 > (1 - \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \quad (\text{VIII.19})$$

$$F = \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan \varphi - \tan h_1)^2$$

$$\text{同理:} \quad F = \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan \varphi - \tan h_2)^2$$

可以看出,  $F$  随着  $(\tan \varphi - \tan h_1)$  的大小而变[同样的也随着  $(\tan \varphi - \tan h_1)$  之值]; 换句话说, 两颗星愈是接近天极, 则  $F$  之值愈小。

由于  $\nu \sec^2 \varphi > 1$ , 故条件(VIII.19)总是能够满足的。

情况 II 同样地我们可以导出:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0^\circ; \alpha_2 = 180^\circ \\ \tan h_1 - \tan h_2 &= 2 \tan \varphi \end{aligned} \quad (\text{VIII.20})$$

因此从(VIII.15)式:

$$\begin{aligned} \tan h_2 &< -(1 - \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi \\ F &= \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan \varphi + \tan h_1)^2 \end{aligned} \quad (\text{VIII.21})$$

情况 III

因此按(VIII.9)式:

$$\tan^2 h_1 - \tan^2 h_2 = 4 \nu \tan^2 \varphi \sec^2 \varphi \quad (\text{VIII.22})$$

将(VIII.17)式中的  $\tan h_1$  代以上式后, 则(VIII.17)式变为:

$$\tan h_2 > -(1 - \nu \sec^2 \varphi) \tan \varphi$$

如果我们最后将  $\cos \alpha_1$  代入(VIII.11)中, 并按(VIII.22)式将  $\tan^2 h_1$  代以  $\tan^2 h_2$  则得:

$$F = 3 \nu^2 \tan^2 \varphi \sec^2 \varphi + \nu \tan^2 h_2$$

公式(VIII.18)表示在情况 I 中,  $h_1 \leq \varphi$  或  $h_2 \leq \varphi$ 。最小的可能的高度角主要是与空气的透明度有关。设  $h_1$  或  $h_2$  的最小值为  $15^\circ$ , 则  $\varphi \geq 15^\circ$ 。

可以看出, 在情况 II 中,  $F$  值随  $h_2$  之值变小而减小。今再说  $h_2$  的极小值为  $15^\circ$ , 并将其代入(VIII.21)中, 则可算得  $\varphi > 5^\circ 30'$  (A 型经纬仪), 或  $\varphi > 4^\circ 58'$  (B 型)。

对于情况 III 就没有这种限制, 但是星体必须在子午圈之外观测。由于选星、观测的准备以及观测时的找星, 均有不便之处, 因此我们对这种情况便不加考虑了, 由于这个缘故, 我们便将第 II 种情况中纬度的界限放宽到  $0^\circ$ , 这样降低的精度是可以忽略的。

从(VIII.20)可以看出, 在第 II 种情况中, 当  $h_2 = 15^\circ$  时,  $h_1$  之值为最小。对于某一较小的  $h_1$  数值, 方位角便有一个不同于零的极限值, 而  $F$  便在此极限值中有其绝对的极小值。于此又将引起在子午圈外的观测, 而所增加的精度又不大显著, 因此我们将不加以考虑。兹扼要地重述要点, 并顾及南半球的测站, 我们得到以下的结论:

(1) 在纬度  $|\varphi| < 15^\circ$  的测站上, 应观测两颗星: 一颗星靠近南方 (若  $\varphi < 0$  则须靠近北方), 其高度  $h_2 = 15^\circ$ , 另一颗星靠近北方 ( $\varphi < 0$  时则为南方) 其高度  $h_1$  应为:

$$\tan h_1 = 2 \tan |\varphi| + \tan 15^\circ$$

有一实例(Nr.1), 附于本书之末。

最后得:

$$F = \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan |\varphi| + \tan 15^\circ)^2 \quad (\text{VIII.23})$$

(2) 在纬度  $|\varphi| > 15^\circ$  的测站上, 必须观测北极星或  $\sigma$  南极星座近似地得:

$$F = \nu \tan^2 \varphi \quad (\text{VIII.24})$$

如果在这些測站上不可能觀測北極星或 $\sigma$ 南極星座，那末必須在子午圈附近觀測兩顆星，各在極之上下，并尽量靠近極，并使：

$$\begin{aligned}\tan h_1 + \tan h_2 &= 2 \tan |\varphi| \\ h_1 > 15^\circ; h_2 &\geq 15^\circ\end{aligned}$$

于是：

$$F = \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan |\varphi| - \tan h_2)^2$$

或：

$$F(\text{極大}) = \nu \tan^2 \varphi + (\nu + \cos^2 \varphi)(\tan |\varphi| \tan 15^\circ)^2 \quad (\text{VII.25})$$

如果沒有像上述的星体可以觀測，那末这些測站必須視為 $|\varphi| < 15^\circ$ 的測站。

如果我們按(VII.10)式計算中誤差 $m_A$ ，利用上述的 $F$ 值并各令 $m_2 = 2''.5, 0''.8$ (第七章)，遂得：

$\varphi$	A 型			B 型		
	(VII.23)	(VII.24)	(VII.25)	(VII.23)	(VII.24)	(VII.25)
0°	1.3''	—	—	0.7''	—	—
15	1.4	1.3''	1.3''	0.9	0.7''	0.7''
30	1.7	1.3	1.4	1.1	0.8	0.8
45	2.2	1.7	1.8	1.4	1.1	1.1
60	3.1	2.2	2.7	2.1	1.5	1.8

此表的目的仅仅是給予讀者一个关于所能得到的精度的一般概念；因为很显然，实际的精度同許多因素有关，例如：仪器、方位标、時計、空气觀測者的技术等等。

#### 8.2.4 偶然誤差。容許有时角常差时的选星法。精度估算

如果我們知道所設緯度的誤差是非常微小，它对于方位角計算值的影响可以略而不顧，則唯一必須考虑的系統誤差就是时角誤差 $dt$ （参考§8.2.2），它对于方位角的影响按(VII.5)式为：

$$dA = \cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) dt$$

討論此公式时，我們已經說明过：設 $\tan \varphi = \cos a \tan h$ 时，也就是說当星体在其最大距被觀測时，則时角的誤差对于方位角不生影响。很显然，单独一顆星也就够了。然而，觀測在最大距的兩顆星是有一些好处的；任何辨認所觀測的星体的錯誤，都很容易找出来。

本書末附有实际算例N<sub>12</sub>。

从兩顆星的兩組觀測中所获得的方位角中誤差的平方可以公式(VII.8)表之。令：

$\tan \varphi = \cos a_1 \tan h_1 = \cos a_2 \tan h_2$ （大距）及 $h_1 = h_2 \equiv h$ ，則公式变为：

$$m_A^2 = \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2) \tan^2 h + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)$$

当高度尽可能小时，中誤差便为最小，也就是說，对于一顆在大距时候的星体，在理論上 $h = \varphi$ （参考§2.9）。

如前节所述，对于南北半球的測站，縱使在任意时角觀測 $\alpha$ 小熊星座（北極星）和 $\sigma$ 南極星座這兩顆星，也可以大致滿足这个要求。遂有：

$$m_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)\tan^2 \varphi + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)$$

根据上式求得  $m_{\bar{A}}$  之值载于上表中第三行与第六行。

在赤道附近的测站，由于低层空气的透明度欠佳，很少能或者永远不可能观测北極星，因此，我們必須观测在大距上或其附近的其他兩顆星，其高度  $h_{\min}$  愈低愈好。根据前节，同理我們令  $h_{\min} = 15^\circ$ 。

方位角的中誤差的平方为：

$$m_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)\tan^2 15^\circ + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)$$

应用第七章中  $m_1$ ,  $m_2$  及  $m_3$  之值，代入上式遂得可能的中誤差值：

$m_{\bar{A}} = 1''.3$  (A 型仪器)； $m_{\bar{A}} = 0''.7$  (B 型仪器)。

### 8.2.5 精度計算

設从單一观测所得的方位角以

$$A_i \quad (i = 1 \rightarrow \frac{1}{2}n; \text{ 盤左})$$

$$A_j \quad (j = \frac{1}{2}n + 1 \rightarrow n; \text{ 盤右})$$

表示之。我們計算得：

$$A_L = \frac{1}{\frac{1}{2}n} [A_i] \quad v_i = A_L - A_i$$

$$A_R = \frac{1}{\frac{1}{2}n} [A_j] \quad v_j = A_R - A_j$$

$$\bar{A}_1 = \frac{1}{2}(A_L + A_R)$$

遂有：

單一观测中誤差的平方：

$$m^2 = \frac{1}{n-2} [v_i^2 + v_j^2]$$

方位角平均值  $\bar{A}_1$  的中誤差的平方：

$$m_{\bar{A}_1}^2 = \frac{m^2}{n}$$

依同法，我們可以計算从第二顆星所求得的方位角平均值  $\bar{A}_2$  的中誤差的平方。

最后方位角为<sup>①</sup>：

$$\bar{A} = \frac{1}{2}(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)$$

其中誤差的平方則为：

$$m_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{4} (m_{\bar{A}_1}^2 + m_{\bar{A}_2}^2)$$

## § 8.3 太陽时角法测定方位角

### 8.3.1 观测与計算

时角并非直接观测的，而是从望远镜瞄准太陽的瞬间，讀取錶面时推算出来的；

§ 4.5 曾詳細的叙述了两个瞄准的方法。时角可从下列公式推导出：

① 理論上可以按权与中誤差的平方成反比的定理將  $\bar{A}_1$  与  $\bar{A}_2$  加上权，然后求其平均值。但是因为观测的数目太少，以致这些中誤差并不可靠，故最后的方位角  $\bar{A}$  的計算不考慮到权的問題。

$$\begin{aligned} \text{G.M.T.} &= T + \Delta T; & \text{G.A.T.} &= \text{G.M.T.} + e; \\ \text{L.A.T.} &= \text{G.A.T.} - \lambda; & t &= \text{L.A.T.} - 12^{\text{h}}. \end{aligned}$$

上式中:

$T$  = 表面时讀数,

$\Delta T$  = 对于从無線电时号得出的 G.M.T. 的錶差,

$e$  = 时差,

$t$  = 太陽的时角。

应用类似于(Ⅷ.3)式的公式, 可以推算太陽的方位角:

$$\cot a = \frac{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta}{\sin t}$$

式中  $a$  为太陽中心的方位角。于是地面上所需要的某綫的方位角为:

$$A = a + \psi$$

由于  $a$  是根据太陽的中心, 因此  $\psi$  角显然也必須根据太陽中心; 所以需要一個改正数加到偏心瞄准上, 按 § 4.5 其公式为:

$$\Delta a = \pm \frac{1}{2} d \sec h$$

或:

$$\Delta a = \pm 11'70'' \sec h$$

如果上述的归心改正需要精确到  $0'.1$ , 那么可以从列綫圖 4 (第 171 頁) 中讀取。否則, 这种归心改正 (第一式或第二式) 必須用上述公式加以計算。这些公式必須先知道太陽的高度  $h$ 。如果所需要的方位角的精度仅限于数秒, 則从列綫圖 5 (第 172 頁) 所讀出的高度角也够精确, 該列綫圖 5 是表示下列公式:

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(\text{L.A.T.} - 12^{\text{h}}) \quad (\text{Ⅷ.26})$$

例:

$$\begin{aligned} \varphi &= -15^\circ.3 & |\varphi + \delta| &= 8^\circ.4 \\ \delta &= +6^\circ.9 & |\varphi - \delta| &= 22^\circ.2 \end{aligned}$$

$$\text{L.A.T.} = 7^{\text{h}}35^{\text{m}}$$

于是可从列綫圖 5 中讀得  $h$  之值为  $20^\circ.6$ 。

如果所需要的方位角的精度达  $1''$ , 則不能应用列綫圖。在此情况下, 太陽的高度固然可按(Ⅷ.26)式計算, 但是最好在观测程序开始之前与結束之后讀出豎盤的讀数 (如果有的話), 而在中間的某些观测, 則可用內插法以求出其相应的高度角。通常不需要將这些高度角加以折光改正。

观测的次序与在 § 8.2.1 中所述的观测星体相似, 但必須注意, 不能用通常的瞄准器將望远鏡对准太陽。因为用肉眼观看太陽会引起严重的伤害, 最低的程度也要使得观测者眩暈, 致在数分鐘內無法进行精密的观测。最好的对准方法是用一張紙 (可用現成的手簿) 来寻找望远鏡的影子, 然后調節望远鏡的水平方向及傾斜角度, 使其影子为最小, 或使照准器 (如果有此装配) 的影子相合。若不用目鏡太陽鏡或物鏡太陽鏡而从望远鏡中直接观测太陽, 將給眼睛以致命的伤害。

### 8.3.2 系統誤差

假設的緯度誤差  $d\varphi$  与时角誤差  $dt$ , 对于方位角的影响, 可用(Ⅷ.5)式表示之

$$dA = \sin a \tan h d\varphi + \cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) dt \quad (\text{Ⅷ.27})$$

若在大距时 ( $\tan \varphi = \cos a \tan h$ ) 观测太阳, 则上式中第二项为零。然而这种情况是很少可能的, 因为太阳的大距的出现, 须满足下列条件的 (§ 2.9):

$$\delta > \varphi \quad (\text{北半球})$$

$$\delta < \varphi \quad (\text{南半球})$$

由于  $\delta$  变动于  $+23^\circ.5$  及  $-23^\circ.5$  之间, 因此, 只有在北回归线与南回归线之间的测站, 在一年之中的某一部分时间, 才有满足上列条件的机会。

在其他的情况下, 上式的第二项不为零。于是便发生一个问题: 此项能否并何时才能达到最小值? 此处不拟用代数分析法来解答这个问题, 因为这是一个繁重的方法。图 52 中

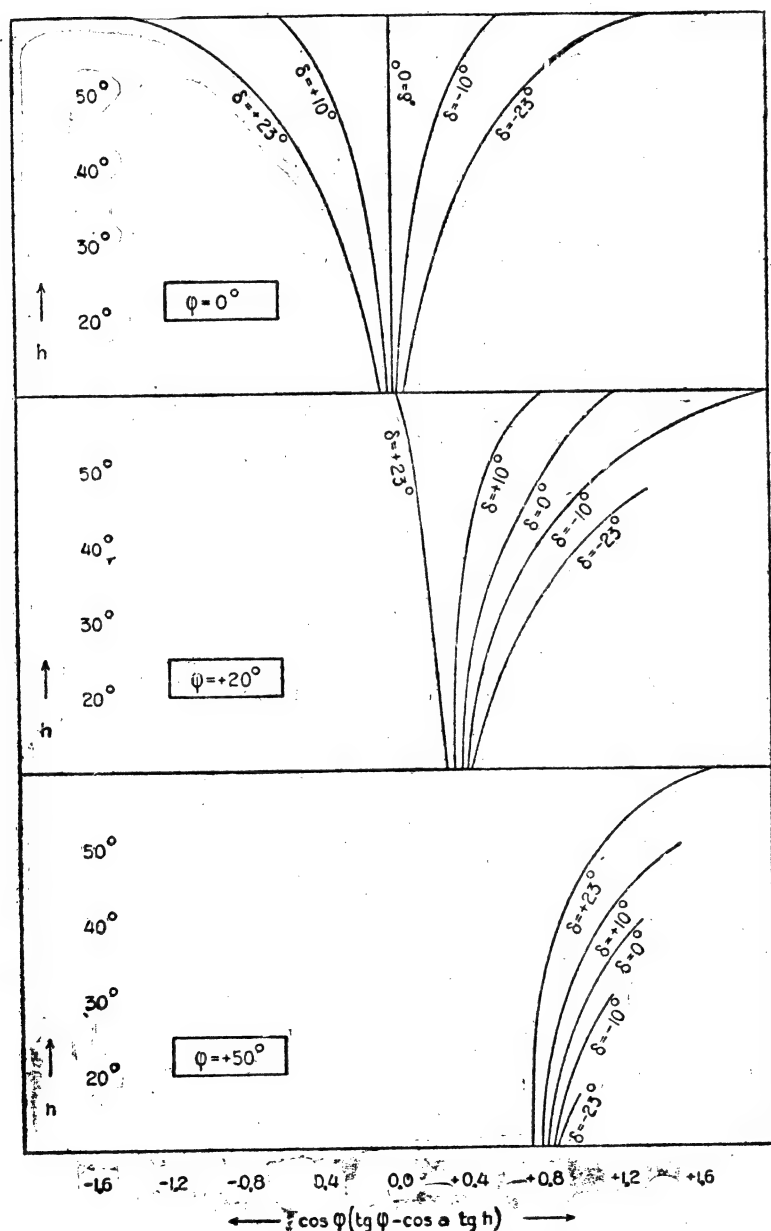


图 52. 太阳时角法测定方位角。时角误差的影响

按  $\varphi$  与  $\delta$  的某些組合將  $dt$  的系数:

$$\cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h)$$

的数值繪制曲綫, 这种方法較为方便。从圖上我們可以看出, 即使都有極小值, 也是不很明显的。如果不顧上述的情形, 我們可以認為: 时角誤差的影响是当 太陽 高度 越低 就越小。因此, 我們必須在早晨或傍晚观测太陽。

另一方面, 在太陽中天时( $\sin a = 0$ )进行观测, 則假設緯度的誤差  $d\varphi$  的影响为零[根据 (Ⅷ.27) 公式]。这样便与我們前面所导出的要求有矛盾之处, 因此必須应用 另外一种方法, 以消除  $d\varphi$  的影响。

其法为实施兩次观测程序: 一次在早晨而另一次則在同日的下午(如果气候有碍观测, 亦可隔数日)。兩次观测中的太陽平均高度須大約相等, 而方位角須相反, 若此, 則公式(Ⅷ.27)式中  $d\varphi$  的相当系数大約相等, 而符号相反, 于是  $d\varphi$  对于兩次观测平均值結果的影响將大約为零。

### § 8.3.3 偶然誤差. 精度估算

設地面上某一条綫的方位角是根据兩次程序測定的(一次在上午, 一次在下午)。每次均按 § 8.2.1 中所建議的程序进行兩組的观测, 那末它的中誤差, 可用类似于 (Ⅷ.8) 的公式来表示。令:

$$h_1 = h_2 \equiv h \text{ 及 } a_1 = -a_2 \equiv a$$

則有:

$$m_A^2 = \frac{1}{8} \cos^2 \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h)^2 m_T^2 + \frac{1}{8} (m_1^2 + m_2^2) \tan^2 h + \frac{1}{8} (m_1^2 + m_2^2)$$

在討論系統誤差时(参考上节), 得出的結論是: 我們必須在低高度角时观测太陽。从上列公式指出了这个結論对减少偶然誤差也是便利的。此式中  $m_T$  的系数等于圖 52 中所表示的系数, 当太陽的高度愈小时, 則其值也愈小。在此情况下, 公式中的第二項, 由于它和  $\tan h$  成正比, 故也同样的达到最小值。

我們最后的結論是: 为了要减少系統誤差与偶然誤差的影响, 太陽必須在低高度角时进行观测, 也就是在早晨或傍晚的时刻。如果預計到假設緯度的誤差还可能太大, 那末, 在早晨及傍晚均須进行观测。

本書未附有实际算例(Nr.3)。

今按上列公式計算出对于某些緯度所估計的中誤差, 从下式求得  $\cos a$ :

$$\cos a = \frac{\sin \delta - \sin \varphi \sin h}{\cos \varphi \cos h}$$

令  $h = 15^\circ$ , 引用第七章中  $m_1$ ,  $m_2$  及  $m_3$  之值(再参考 § 4.5(b)) 并設:

A 型仪器:  $m_T = 0^s.1 = 1''.5$  (耳目法)

B 型仪器:  $m_T = 0^s.07 = 1''.0$  (記时仪)

計算結果列于下表。

仪 器	A 型			B 型		
$\varphi$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$
12 月 22 日	$1''.3$	$1''.3$	—	$0''.7$	$0''.8$	—
3 月 22 日/9 月 22 日	1.3	1.3	$1''.4$	0.7	0.7	$0''.8$
6 月 22 日	1.3	1.3	1.4	0.7	0.7	0.8

根据最后的公式，則中誤差与太陽的赤緯有关（也就是与季节有关），但是从上表可以看出赤緯变化的影响是可以略去的。

## § 8.4 恒星高度法测定方位角

### 8.4.1 观测与计算

在 § 8.2 中，我們曾經討論过用恒星时角法测定方位角，其他可用以导出恒星方位角的量便是恒星的高度了。但是必須在望远镜对准恒星观测該星与地面綫（它的方位角就是我們所要求的）間所包含的水平角的同时来量測高度角。因此，望远镜便須在垂直方向与水平方向来对准星体。这个方法的实施已詳細解釋于 § 4.5 中，今仅簡述于下。

恒星的方位角  $a$  用下式計算：

$$\cos a = \frac{\sin \delta - \sin \varphi \sin h}{\cos \varphi \cos h} \quad (\text{VIII.28})$$

上式中  $h$  为减去折光影响后的高度角。有些观测者認為下列公式更适合于对数計算：

$$\tan^2 \frac{1}{2} a = \frac{\sin(s-\phi) \sin(s-z)}{\sin s \sin(s-p)}$$

其中  $s = \frac{1}{2}(\phi + z + p)$ 。

这是个人喜爱的問題，我們認為 (VIII.28) 式也可以用于对数計算。

設通过恒星的垂直面与通过地面綫的垂直面間所夾的水平角为  $\psi$ ；則該綫的方位角  $A$  为：

$$A = a + \psi$$

观测的程序如下：

- (1) 謹慎地將仪器整平。
- (2) 將望远镜对准方位标，并讀取水平度盤讀数。
- (3) 將望远镜对准恒星，用豎絲平分星影，并用水平微动螺旋徐徐移动仪器，使豎絲保持平分星影，直至星影过水平橫絲时为止。檢查豎盤水准器，先讀豎盤，后讀水平度盤。
- (4) 重复步骤 3。
- (5) 重复步骤 2。

重复这样的一組观测，直到完成了  $n$  組为止， $n$  視所需的最后成果的精度而定。第一个  $\frac{1}{4}n$  組用盤左进行观测，第二、三个的  $\frac{1}{4}n$  組用盤右，而最后的第四个  $\frac{1}{4}n$  組則又用盤左观测。如果仅观测兩組，則在观测程序的中間須倒轉望远镜。

### 8.4.2 系統誤差

主要的系統誤差来源为：

(a) 假設緯度的誤差  $d\varphi$ 。

(b) 折光的誤差。如果存在着这种誤差，它將引起經折光改正后的高度角的系統誤差，按 § 4.2 則有：

$$dh = -dr = -f(h, p, t) \quad (\text{VIII.29})$$

由假設緯度的誤差  $d\varphi$  以及高度角誤差  $dh$  而引起的方位角誤差  $da$ ，可以下式表示之，該式是將 (VIII.28) 式中的  $\varphi$  与  $h$  作为变数而进行微分，然后用 (VIII.29) 式代  $dh$ ：

$$da = \operatorname{cosec} a (\tan h - \cos a \tan \varphi) d\varphi - \operatorname{cosec} a (\tan \varphi - \cos a \tan h) f(h, p, t) \quad (\text{VIII.30})$$

上式表示:

(1) 如果  $\tan h = \cos a \tan \varphi$ , 亦即当时角为  $90^\circ$  或  $270^\circ$  时, 則微小的誤差  $d\varphi$  的影响为零。

(2) 如果  $\tan \varphi = \cos a \tan h$ , 亦即当星位角为  $90^\circ$  或  $270^\circ$  时, 再換一句話說, 即当星体在其大距时被观测, 則微小的高度角誤差無影响。

由于只有在假想的情形下, 在赤道上观测一顆在地平上的星的时候, 它的时角和星位角才会同时等于  $90^\circ$ , 因此很明显, 这两种誤差的影响不能同时消除。

然而, 我們可以观测兩顆选定的星体, 以使每个誤差的影响互相抵消, 这种情况只有当:

$$\operatorname{cosec} a_1 (\tan h_1 - \cos a_1 \tan \varphi) + \operatorname{cosec} a_2 (\tan h_2 - \cos a_2 \tan \varphi) = 0$$

及:

$$\begin{aligned} &\operatorname{cosec} a_1 (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1) f(h_1, p_1, t_1) + \\ &+ \operatorname{cosec} a_2 (\tan \varphi - \cos a_2 \tan h_2) f(h_2, p_2, t_2) = 0 \end{aligned}$$

时才有可能。

上兩式中, 下指数 1 及 2 是各指第一与第二顆星。

設  $p_1 = p_2$  及  $t_1 = t_2$ , 并顧及到  $f(h, p, t)$  的形式一般是未知的, 我們可以从此些公式推得:

$$h_1 = h_2 \text{ 及 } a_1 = 360^\circ - a_2$$

这也就是說, 我們必須相繼地观测兩顆对于观测者的子午圈成对称的星体。

#### 8.4.3 偶然誤差。星的选择。精度估算

偶然誤差的来源有下列几种(参考第七章):

$m_1$  = 瞄准星体水平方向的中誤差, 也就是量测的水平角  $\psi$  的中誤差的一部分, 它对于方位角的影响为  $m_1 \sec h$  (参考 § 8.2.3)。

$m_2$  =  $\psi$  的中誤差的剩余部分; 其影响为  $m_2$ 。

$m_3$  = 置平經緯仪或讀跨水准器的中誤差; 其影响为  $m_3 \tan h$  (参考 8.2.3)。

$m_4$  = 量测高度角的中誤差。应用誤差傳播定律于 (VIII.28) 式, 就得到它对于方位角的影响:

$$m_4 \operatorname{cosec} a (\tan \varphi - \cos a \tan h)$$

$m_5$  = 瞄准星体垂直方向的中誤差, 它对于方位角的影响与  $m_4$  相似:

$$m_5 \operatorname{cosec} a (\tan \varphi - \cos a \tan h)$$

$m_6$  = 在星影到达十字絲交点的瞬时, 停止望远镜在水平方向上轉动的中誤差。基本上它与記时誤差一样, 它对于方位角的影响与 § 8.2.3 所述  $m_T$  的影响一样:

$$m_6 \cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) \quad (\text{VIII.31})$$

$m_6$  为一种記时誤差, 与按电鐘的誤差相同: 假設这些誤差都是一样, 則按 71 頁逐有:

$$m_6 = 0.07^s = 1''.0$$

折光的中誤差 (§ 4.2) 远較其他誤差来源为小, 故可略而不顧。

將这些影响的平方相加起来, 使得由每一顆星的單一观测所得的方位角中誤差的平方。除以权 8, 逐得由兩顆星 (与子午圈相对称) 的兩組观测所测定的方位角中誤差的平方,



根据 8.4.1 所建議的程序，每組包含兩個單獨的觀測：

$$m_A^2 = \frac{1}{8}F + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2) \quad (\text{VIII.32})$$

式中：

$$F = b^2 \tan^2 h + (c^2 \operatorname{cosec}^2 a + d^2)(\tan \varphi - \cos a \tan h)^2$$

而：

$$b^2 = m_1^2 + m_3^2; \quad c^2 = m_4^2 + m_5^2; \quad d^2 = m_6^2 \cos^2 \varphi \quad (\text{VIII.33})$$

为要使  $F$  (同时也就是  $m_A^2$ ) 达于極限值，就必须使第一次导数  $F'_a$  及  $F'_h$  同时为零：

$$F'_a = 2(\tan \varphi - \cos a \tan h) \{ c^2 (\tan h - \tan \varphi \cos a) \operatorname{cosec}^3 a + d^2 \sin a \tan h \} = 0$$

$$F'_h = 2 \sec^2 h \{ b^2 \tan h - (c^2 \operatorname{cosec}^2 a + d^2)(\tan \varphi - \cos a \tan h) \cos a \} = 0$$

解上兩式得：

$$\sin^2 a = \frac{c(b-c)}{d^2}, \quad \tan^2 h = \frac{(c^2 + d^2 + bc)d^2}{(b^2 - 2bc + c^2 + d^2)^2 \tan^2 \varphi}$$

于是：

$$F(\text{極限值}) = \frac{b^2 d^2}{b^2 - 2bc + c^2 + d^2} \tan^2 \varphi$$

引入 (VIII.33) 式及 85 与 100 頁上所载的中誤差的数值，并限  $h \geq 15^\circ$ ，则可看出这个極限值 (極小) 仅对于 B 型經緯仪才存在，并适于  $18.9^\circ < |\varphi| < 55^\circ.3$  遂有：

$$F(\text{極小}) = \frac{4.05 \sin^2 \varphi}{0.03 + \cos^2 \varphi} \approx 4 \tan^2 \varphi \quad (\text{VIII.34})$$

現在，我們要研究对于各种不同的緯度  $\varphi$  或者应用 A 型的經緯仪，何时  $F$  为最小值？今有兩種情形必須加以区别：

情况 I

$F$  之值經化簡后可写为：

$$F = b^2 \tan^2 h + c^2 \sec^2 h \cot^2 q + d^2 \sin^2 a \sec^2 h \cot^2 q \quad (\text{VIII.35})$$

从上式可以看出，当  $q = 90^\circ$  或  $q = 270^\circ$  时  $\cot q = 0$ ， $F$  之值方可能最小，亦即恒星必須在其大距时进行觀測。

遂得：

$$F = b^2 \tan^2 h \equiv (m_1^2 + m_3^2) \tan^2 h$$

但是，此处有兩個限制：

$h \geq |\varphi|$  (参考 § 2.9 在大距时的星体)。

$h \geq 15^\circ$  (顧及在低高度角时，可能有折光異常以及低層空气的不良透明度)。

于是得  $F$  的極小值为：

当  $\varphi \geq 15^\circ$ ：

$$F = \frac{(m_1^2 + m_3^2) \tan^2 \varphi}{(h \approx |\varphi|; \text{北極星或 } \sigma \text{ 南極星座})} \quad (\text{VIII.36})$$

当  $\varphi \leq 15^\circ$ ：

$$F = \frac{(m_1^2 + m_3^2) \tan^2 15^\circ}{(h = 15^\circ)} \quad (\text{VIII.37})$$

## 情况 II

如果有人为了某些緣故（以后在本章将要再提）願意在高度：

$$h < |\varphi| \quad (|\varphi| > 15^\circ)$$

觀測星体，那就不易研究  $m_A$  是否能为極小，并且何时达于極小。为了簡化手續，当討論最小值时，我們对于 (Ⅷ.35) 的最后一項，將不加以考虑，但在最后的方程式中，我們当然不把它略去。不难証明，这种处理对于我們的結論不会有大的影响。于是当  $\cos q$  为極小时， $m_A$  便达極小之值。从正弦定律：

$$\sin q \cos h = \sin t \cos \varphi$$

可知当  $t=90^\circ$  或  $270^\circ$ ， $h$  假定不变，則  $\sin q$  为極大，因此  $\cot q$  为極小。

于是上式变为：

$$\sin q \cos h = \pm \cos \varphi$$

此外尚有（設  $t=90^\circ$  或  $270^\circ$ ）：

$$\cos a \tan \varphi = \tan h$$

將这些  $q$  与  $a$  之值代入 (Ⅷ.35) 中，并經化簡后，則得：

$$F = b^2 \tan^2 h + c^2 (\tan^2 \varphi - \tan^2 h) + d^2 \cot^2 \varphi (\tan^2 \varphi - \tan^2 h)^2$$

根据这个公式（暫不考虑前面曾討論过的情形：B 型經緯仪及  $18.9^\circ < |\varphi| < 55.3^\circ$ ）当  $h$  为最小时， $F$  也为最小，即  $h=15^\circ$ ：

$$F = b^2 \tan^2 15^\circ + c^2 (\tan^2 \varphi - \tan^2 15^\circ) + d^2 \cot^2 \varphi (\tan^2 \varphi - \tan^2 15^\circ)^2$$

或

$$F = (m_1^2 + m_3^2) \tan^2 15^\circ + (m_4^2 + m_5^2) (\tan^2 \varphi - \tan^2 15^\circ) + m_6^2 \cos^2 \varphi \cot^2 \varphi (\tan^2 \varphi - \tan^2 15^\circ)^2 \quad (\text{Ⅷ.38})$$

如果我們用上面  $F$  之值，并按 (Ⅷ.32) 式計算中誤差  $m_A$ ，則得：

$\varphi$	A 型			B 型			
	(Ⅷ.37)	(Ⅷ.36)	(Ⅷ.38)	(Ⅷ.34)	(Ⅷ.37)	(Ⅷ.36)	(Ⅷ.38)
0	1".3				0".7		
5	1.3				0.7		
10	1.3				0.7		
15	1.3	1".3	1".3		0.7	0".7	0".7
20		1.3	1.3	0".7		0.7	0.7
30		1.4	1.4	0.8		0.8	0.8
40		1.3	1.6	0.9		0.9	0.9
50		1.8	1.8	1.1		1.1	1.1
60		2.2	2.3			1.4	1.4

第 8 行为按 (Ⅷ.38) 式計算得的中誤差，即应用恒星当其时角各为  $t=90^\circ$  或  $270^\circ$  时的方位角的中誤差。这些中誤差，显然同第 5 行所示的均为同等級大小的極小值。

此外，第 3、4 行間或第 7、8 行間的中誤差，实际上几乎沒有差別，因此，我們可以这样总结：

(1) 在緯度  $|\varphi| < 15^\circ$  的測站上，应当在大距附近并以  $15^\circ$  的高度角觀測恒星。

本書末附有实际算例 (Nr.4)。

(2) 在緯度  $|\varphi| > 15^\circ$  的測站上，应在大距附近觀測北極星或  $\sigma$  南極星座，或觀測时角

約為  $90^\circ$  或  $270^\circ$ ，高度角為  $15^\circ$  的星體。

比較上表與 94 頁上的表，我們得出這樣的結論，恒星時角法與恒星高度法測定方位角，所得的精度相差不大，因此，第二法直到現在還是值得注意的，因為它不像第一法需要天文鐘和無線電收訊機。

#### 8.4.4 精度計算

觀測結果的精度可按 § 8.2.5 中的公式進行計算。

### § 8.5 太陽高度法測定方位角

#### 8.5.1 觀測與計算

用太陽高度法測定方位角的觀測方法，非常相似於恒星觀測 (§ 8.4.1)。望遠鏡在垂直方向同時又在水平方向對準太陽的特殊問題及其解答已詳見於 § 4.5。

太陽方位角  $a$  用下列公式計算之：

$$\cos a = \frac{\sin \delta - \sin \varphi \sin h}{\cos \varphi \cos h} \quad (\text{VIII.39})$$

(式中  $h$  為已加折光改正後的太陽中心高度)。對於對數計算，有些人認為下列的公式較為適宜：

$$\tan^2 \frac{1}{2} a = \frac{\sin(s-\phi) \sin(s-z)}{\sin s \sin(s-p)} \quad (\text{VIII.40})$$

式中：

$$s = \frac{1}{2}(\phi + z + p).$$

最後，所求的地面綫的方位角  $A$  為：

$$A = a + \psi$$

$\psi$  為通過太陽中心的垂直面與通過地面綫的垂直面之間所夾的水平角。

觀測的次序與 § 8.4.1 中所建議的程序一樣，讀者必須參考。

上式中的高度角  $h$  與水平角  $\psi$ ，均假設是根據太陽中心的；因此，必須加以垂直方向與水平方向的偏心瞄準的改正 (§ 4.5)。

在 (VIII.39) 式中或 (VIII.40) 式中的太陽的赤緯，顯然必須相應於觀測的瞬時。由於太陽赤緯的變化很快(每分鐘約變化  $1''$ )，因此觀測的時間(G.M.T.)必須準確到一分鐘。

設某測站的已知經度  $\lambda$  達到這樣的精確度，則觀測的瞬時可以借助於 § 8.3.1 所討論過的列綫圖 5 (172 頁)很容易加以計算。

例：

$$\begin{aligned} \varphi &= -15^\circ.3 & |\varphi + \delta| &= 8^\circ.4 \\ \delta &= +6^\circ.9 & |\varphi - \delta| &= 22^\circ.2 \\ h &= 20^\circ.6 \end{aligned}$$

從列綫圖得：

$$\text{L.A.T.} = 7^{\text{h}} 35^{\text{m}}$$

遂得：

$$\text{G.A.T.} = \text{L.A.T.} + \lambda$$

$$\text{G.M.T.} = \text{G.A.T.} - e$$

如果測站的經度尚不知道，則必須在第一次與最末次觀測時讀取錶面時  $T'$  (只要精確

到一分鐘)，對於首末間的各個觀測則進行內插，然後根據無線電時號測定錶差  $\Delta T$ 。

此處我們再一次警告，絕不能用經緯儀的照準器來對準太陽；妥當的觀測方法已敘述於 § 8.3.1 中。

### 8.5.2 系統誤差

假設緯度的誤差  $d\varphi$  與高度角系統誤差二者的影響相同於 (Ⅷ.30) 式，可用下式表示之：

$$da = \operatorname{cosec} a_1 (\tan h_1 - \cos a_1 \tan \varphi) d\varphi - \operatorname{cosec} a_1 (\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1) f(h_1, p, t)$$

如果太陽是在  $(a_2, h_2)$  的位置進行觀測，上式的兩項都要改變名號：

$$a_2 = -a_1 \text{ 及 } h_2 = h_1$$

因此，如果連續的在兩個位置觀測太陽，然後取其成果的平均數，便可消除這些誤差的影響。這兩次的太陽觀測，一次在早晨，一次在同日的下午（如果遇到有雲的天氣，也可以相隔幾天），與真中午 (L.A.T. = 12<sup>h</sup>) 相對稱。

上述的理由只有在上述系統折光誤差  $f(h, p, t)$  對於上、下午兩次觀測均相等時才正確。由於早晚觀測之間，空氣的情況可能有相當的變化，因此上述的理由也就有了問題。用太陽高度法測定方位角也就因此受了相當的系統誤差影響。除非所需要的精度不高，我們一般還是寧可用太陽時角法或恆星高度法或恆星時角法來測定方位角。

### 8.5.3 偶然誤差

偶然中誤差是用相似於 (Ⅷ.32) 的公式表示的：

$$m_A^2 = \frac{1}{8} (m_1^2 + m_3^2) \tan^2 h + \frac{1}{8} (m_1^2 + m_2^2) + \frac{1}{8} \{ (m_4^2 + m_5^2) \operatorname{cosec}^2 a + m_6^2 \cos^2 \varphi \} (\tan \varphi - \cos a \tan h)^2 \quad (\text{Ⅷ.41})$$

在以前討論用太陽時角法測定方位角的時候，我們已經遇到係數  $\cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h)$ 。在那裡我們曾經從圖 52 來表示出，如果不顧及可能的不明顯的極小值，則上述的係數將隨著高度角而縮小。

我們可以同樣地研究上列公式中的係數值：

$$\operatorname{cosec} a (\tan \varphi - \cos a \tan h) = \sec h \cot q$$

圖 53 也根據某些  $\varphi$  與  $\delta$  的組合給出了這個係數的數值。此處我們也可以理解到這個係數除掉了某些不顯著的極小值外，它是與高度角成正比地變小。如果顧及上述的兩個結論，以及公式 (1) 的第一項與  $\tan^2 h$  成正比，我們還可得出一種結論，那就是必須儘可能的在低高度時觀測太陽；因此我們建議在早晨或傍晚，當太陽的高度約 15° 時進行觀測。

本書末附有實際算例 (Nr.5)

## § 8.6. 方位角表

### 8.6.1 北極星的方位角

在 § 8.2.3 及 § 8.2.4 中曾已證明過，在某些情況下，如果用時角法測定方位角時，寧可用北極星而不願用其他的恆星。

由於北極星非常靠近北極，其方位角變化很慢，而且最大絕不超過  $\pm 1^\circ \sec \varphi$ ，因此可以算制一個簡要的北極星方位角表。

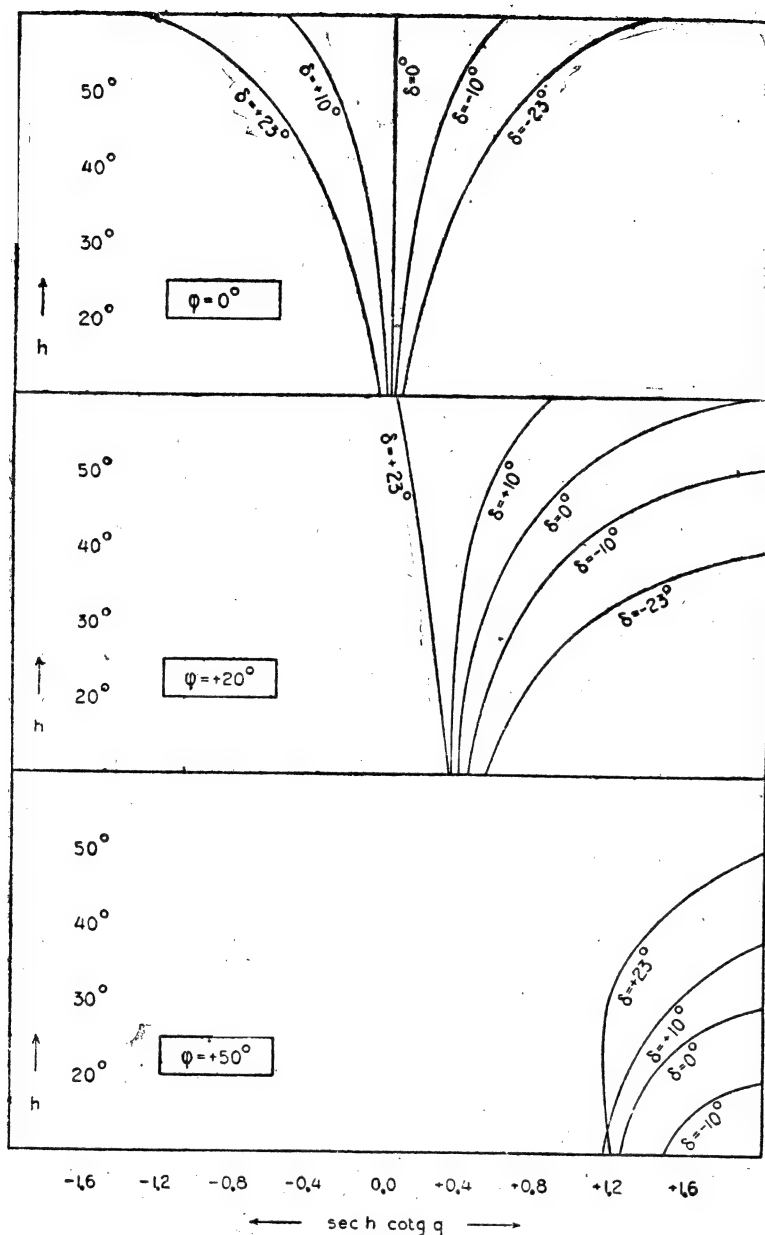


圖 53. 太陽高度法測定方位角。高度角誤差的影响

例如英国航海历書、美国天文年历及法国天文年历都有这样的表，其中每隔  $10^m$  的所有时角对于緯度  $10-60^\circ$ （法国天文年历）或  $10-70^\circ$ （英美的天文历書）載出北極星的方位角。这些方位角是按类似于 (Ⅷ. 4) 的公式并假設北極星的赤緯为某一固定值时計算的，其值达  $0'.1$ 。对于其他赤緯的方位角所应加的改正数，載于一个小的附加表中。

在美国天文年历的另外一表 (Ⅴ) 中，載有北極星在大距时的方位角，其赤緯的間隔为  $10''$ ，适用于緯度  $10-70^\circ$ （間隔为  $10'$  或  $20'$ ）。这些方位角計算到  $0''.1$ 。另外一个附加表 (Ⅴa)，載有在接近大距时刻 (从  $-25^m$  到  $+25^m$  范围，其間隔为  $1^m$ )，进行的观测归算到大距时所需要的改正数。

北極星在大距時的方位角表，遠較上述諸表為精確；它甚至可以應用於最精密的大地測量工作上。然而，此表假設北極星是在某一個固定的地方恆星時進行觀測的（在大距或其附近），而這個時刻未必是適合於觀測的時刻。

觀測者必須預先計算出在大距時的地方平時，以便知道何時開始觀測。我們可以利用美國天文年曆中的另一表(VII)，該表包含：

(1) 北極星在格林威治上中天的 G. M. T。

(2) 將 G. M. T. 歸化到某一測站子午圈上中天的 L. M. T. 所應加的每一小時的改正數。

(3) 東大距或西大距與上中天之間的時段。

### 8.6.2 太陽及恆星的方位角

華盛頓海道測量局出版的“適用於緯度從赤道到  $70^\circ$  的太陽及其他赤緯  $0^\circ$  到  $23^\circ$  的天體的方位角”表（1934年，第15版）中。載有從日出到日沒這一時段中 L.A.T. 每隔  $10^m$  的太陽方位角，赤緯與緯度的間隔為  $1^\circ$ 。若將該表 L.A.T. 代以時角  $+12^h$ ，則該表亦可作為尋找其他星體的方位角。

海道測量局還出版了一本類似的星表，叫做“天體的方位角，其赤緯從  $24^\circ$  到  $70^\circ$ ，適用於緯度  $0-70^\circ$ ”（1940年第七版）。這兩本表共包括了赤緯  $0-70^\circ$ 。

這些表僅適用於粗略的工作，其精確度僅限於  $1'$ 。

## 第九章 緯度的測定

### § 9.1 概 述

今若研究圖 54 中的定位三角形，則知所求的量便為緯度或余緯度，即  $Z-NP$  邊。假設觀測的星體為已知 ①，則  $NP-S$  邊為唯一的已知元素。因此還須用觀測方法來求其他兩個元素，以完全確定定位三角形，然後所求的一邊方可算出。

所需觀測的兩個元素為：

- (1) 星的高度及
- (2) 星的相應的時角。

按球面三角公式有：

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (\text{IX.1})$$

微分上式並加簡化後得：

$$d\varphi = dh \sec a - dt \cos \varphi \tan a$$

因此，若在子午圈上即中天時刻 ( $a=0^\circ$  或  $180^\circ$ ) 觀測星體，則微小的時角誤差  $dt$  將無影響，而微小的高度角誤差  $dh$  的影響也將為極小。根據這個原理便有一種方法叫做中天高度測定緯度法 (§ 9.2)：將經緯儀調整在子午圈上（也就是說當望遠鏡的仰角改變時，其視線僅在子午面內移動），量測一星當其過望遠鏡豎絲時的高度，或者最好繼續的觀測多星過子午圈時的高度。在觀測開始時經緯儀一經安置好方位，則其方向即須保持不變。

我們可以理解到，假如不是在星體恰好過子午圈的瞬時觀測的而是當星體非常接近中天的時候觀測的，那末上述的各種誤差的影響也不會有大的增加。因此又有一種方法叫做近子午圈高度測定緯度法 (§ 9.3 及 § 9.4)。在此法中，觀測每顆星在子午圈兩旁附近的一系列高度角及其相應的時角。

為了要求得這些時角，我們必須知道對於地方恒星時的錶差。如果不知道這個錶差，那末可以把它當做一個未知數的問題來解 (§ 9.5)

### § 9.2 恒星中天高度法測定緯度

#### 9.2.1 基本公式

恒星的中天高度、緯度與赤緯三者之間的关系非常簡單，因此是中天高度測定緯度法中的主要優點之一。

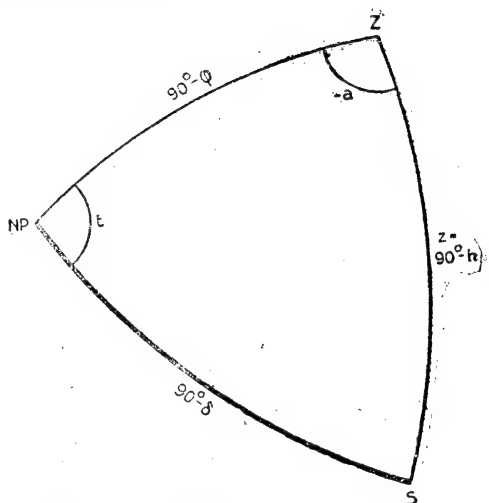


圖 54. 緯度的測定。定位三角形

①譯者註：此處所謂已知者即能確定此星并能从星表中查得其坐标。

設有一星  $S_1$  (南星) 在天頂  $Z$  与南方地平平面之間經過子午圈, 則从圖 55 得:

$$\varphi = z_1 + \delta_1 \quad \text{因此} \quad \varphi = -h_1 + \delta_1 + 90^\circ \quad (\text{IX.2})$$

設一星  $S_2$  在  $Z$  与  $NP$  之間過子午圈 (北星在上中天) 則有:

$$\Phi = z_2 + p_2 \quad \text{因此} \quad \varphi = h_2 + \delta_2 - 90^\circ \quad (\text{IX.3})$$

設一星  $S_3$  在北極下過子午圈 (北星在下中天) 則有:

$$\varphi = h_3 + p_3 \quad \text{因此} \quad \varphi = h_3 - \delta_3 + 90^\circ \quad (\text{IX.4})$$

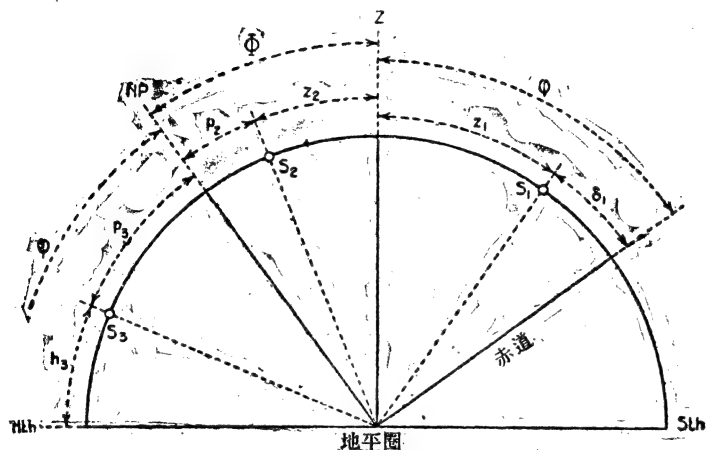


圖 55. 中天高度法測定緯度

上述諸公式适用于在北半球上的測站。若將上式中的  $\varphi$  及  $\delta$  變其符號, 并以南代北, 則可导出适用于在南半球上測站的公式:

北星:

$$\varphi = h_1 + \delta_1 - 90^\circ \quad (\text{IX.5})$$

在上中天的南星:

$$\varphi = -h_2 + \delta_2 + 90^\circ \quad (\text{IX.6})$$

在下中天的南星:

$$\varphi = -h_3 - \delta_3 - 90^\circ \quad (\text{IX.7})$$

### 9.2.2 系統誤差

主要的系統誤差来源为:

- (1) 豎盤上可能有指标誤差。
- (2) 系統折光誤差。
- (3) 經緯儀安置在子午圈上的誤差。

今順序討論這些誤差。

(1) 由于在观测程序時間內, 某一顆星仅經過子午圈一次, 因此在子午圈上仅能作一次观测, 于是便不可能应用平常的方法做正倒鏡兩次的观测以消除指标誤差。然而因为星体將要過子午圈时, 其高度在短時間內几乎保持不变, 于是便有可能在星体過子午圈之前数秒鐘观测一次, 然后即速將望遠鏡倒轉, 在恒星過中天之后作另一次的观测。

今有一法既簡單又較精确: 設自所观测的南星与北星的中天高度 (严格而言) 計算出緯度平均值  $\bar{\varphi}$ , 根据前节所述的公式則有:

$$\bar{\varphi} = \mp \frac{1}{2}(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) \quad (\text{IX.8})$$

或

$$\bar{\varphi} = \mp \frac{1}{2}(h_1 - h_3) + \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_3) \pm 90^\circ$$

(北半球的測站采用上面的符号, 而南半球的測站則取下面的符号)。

平均緯度显然是所观测的高度之差的函数。因此若观测南北兩星的高度虽用同一个望遠鏡位置, 而其可能發生的指标誤差仍不影响平均緯度值。于是在观测一顆星之后, 將望遠鏡水平也旋轉  $180^\circ$ , 再瞄准第二顆星。这种旋轉必須应用水平度盤的讀数来調节, 以便安置望遠鏡于新的子午圈上。如果 (像平常的情况) 观测的程序不仅包括一对星, 我們也



可以采用同样的方法在同一个望远镜位置观测所有的星。另外一个方法是只要在全部观测程序的中間倒轉望远镜，也就是說在观测了半数的星对之后改变望远镜的位置。这意味着从一对星所求得每个緯度虽受指标差的影响，而在两个的半程序中的符号則相反。因此，最后总的平均緯度就沒有指标誤差了。

(2) 根据§4.2, 可能發生的系統折光誤差的影响为:

$$dh = -dr = -f(h, p, t).$$

从公式(Ⅷ.8)可以看出系統誤差对于由一对星所求得平均緯度的影响將为:

$$d\bar{\varphi} = \pm \frac{1}{2} \{f(h_1, p_1, t_1) - f(h_2, p_2, t_2)\}$$

上式在下列的两种情形下为零:

(a) 設  $p_1 = p_2$  及  $t_1 = t_2$ , 即假設在两个观测时刻的大气情况相同。因此在两个观测之間的时段越短, 則获得相同情况的机会便越大。

(b)  $h_1 = h_2$ 。

所有我們必須这样选择星对, 使其在短時間內 (尽可能 < 15 分鐘) 并以同高度經過子午圈。

(3) 將經緯仪安置在子午圈上的誤差。这个誤差来源值得我們深入地研究, 以便解决在子午圈上安置仪器所需要的精度的实际問題。

先假設本問題內的安置仪器的誤差仅限于方位誤差, 而不管所采用的安置方法。則从余弦定律公式有:

$$\sin \delta = \sin \varphi \sin(h + dh) + \cos \varphi \cos(h + dh) \cos(a + da)$$

式中  $dh$  及  $da$  各为高度角及方位角的誤差, 今將  $\sin(h + dh)$ ,  $\cos(h + dh)$  及  $\cos(a + da)$  按級数展开, 便得:

$$0 = (\sin \varphi \cos h - \cos \varphi \sin h \cos a) dh - \cos \varphi \cos h (da \sin a + \frac{1}{2} da^2 \cos a)$$

对于北方的星 ( $a = 0^\circ$ ) 上式經改化后变为:

$$da^2 = 2\rho(\tan \varphi - \tan h) dh.$$

假設根据所需要的精度, 决定高度角的最大容許誤差(正或負)为  $dh$ , 則安置仪器的最大允許誤差便为  $da$ 。

上式表示当  $h$  趋近于  $\varphi$  时,  $da$  漸漸变小; 換一句話說, 假設  $\varphi > 0$ , 則对于愈接近北極經過子午圈的星体, 愈需要精确的安置仪器。

設:

(a) 極距在  $10^\circ$  內的星体不得进行观测 (这并不是一个严重的限制, 因为在这个区域内只有很少数的星体)。

(b) 高度角低于  $15^\circ$  (顧及可能的折光異常) 的星体不得加以观测, 則最小的  $da$  將为:

$$da_1^2 = +2\rho\{\tan \varphi - \tan(\varphi - 10^\circ)\} |dh| \quad \varphi \geq 25^\circ \text{ (星在北極之下)}$$

$$\text{或 } da_2^2 = -2\rho\{\tan \varphi - \tan(\varphi + 10^\circ)\} |dh| \quad \varphi \geq 5^\circ$$

$$\text{或 } da_3^2 = -2\rho\{\tan \varphi - \tan 15^\circ\} |dh| \quad \varphi < 5^\circ \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} da_2^2 \\ da_3^2 \end{matrix}} \right\} \text{ (星在北極之上)}$$

对于南方的星 ( $a = 180^\circ$ ) 則有:

$$da^2 = -2\rho(\tan \varphi + \tan h) dh$$

显然, 星体的中天高度越是低 (再設  $\varphi > 0$ ), 則安置在子午圈上所需的精度越高。最

小的  $da$  將为:

$$da_4^2 = +2\rho(\tan \varphi + \tan 15^\circ) |dh|.$$

不难看出,  $da_1^2 < da_2^2 < da_4^2$  ( $\varphi \leq 70^\circ$ ) 及  $da_3^2 \leq da_4^2$ , 因此安置仪器的最大允許誤差为:

$da_1$ , 当  $\varphi \geq 25^\circ$  时;

$da_2$ , 当  $5^\circ \leq \varphi \leq 25^\circ$  时;

$da_3$ , 当  $\varphi < 5^\circ$  时。

下表为对于某些緯度, 并令  $\pm dh = 0''.1; 0''.5; 1''.0$  計算,  $da_1, da_2$  及  $da_3$  的成果。

表 6

$\varphi$	安 置 仪 器 的 最 大 允 許 誤 差		
	$\pm dh = 0''.1$	$\pm dh = 0''.5$	$\pm dh = 1''.0$
$0^\circ$	105"	235"	332"
5	86" (86)	193" (193)	273" (273)
10	88	197	278
20	94	210	296
25	90" (98)	202" (220)	285 (311)
30	94	210	296
40	104	232	329
50	121	270	382
60	149	334	472

不难証明, 上表同样可以适用于在南半球上的測站。

### 9.2.3 选星

在上节所述的誤差理論中可得一結論: 星对应如此选择, 使其各在天頂的南北經過子午圈时:

(1) 应在很短的时段內。

(2) 应在大致相同的高度上。

今假設  $\varphi > 0$ , 然后将上述的这些条件化为选星的实用指南。

恒星中天的时角是  $0^h$  或  $12^h$ , 因此按公式(Ⅲ.2), 中天时刻为:

$$L.A.S.T._1 = \alpha_1 \quad (\text{南星})$$

$$L.A.S.T._2 = \alpha_2 \quad (\text{上中天的北星})$$

$$L.A.S.T._3 = \alpha_3 + 12^h \quad (\text{下中天的北星})$$

于是对于前一条件可以写为:

$$\text{或} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha_1 \approx \alpha_2 \\ \alpha_1 \approx \alpha_3 + 12^h \end{array} \right\} \quad (\text{IX.9})$$

从 §9.2.1 中所給出的基本公式可导得:

$$h_1 = -\varphi + \delta_1 + 90^\circ \quad (\text{南星})$$

$$h_2 = \varphi - \delta_2 + 90^\circ \quad (\text{上中天的北星})$$

$$h_3 = \varphi + \delta_3 - 90^\circ \quad (\text{下中天的北星})$$

对于后一条件可以写成下式:

$$\text{或 } \left. \begin{aligned} \delta_1 &\approx 2\varphi - \delta_2 \\ \delta_1 &\approx 2\varphi - 180^\circ + \delta_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.10})$$

对于在南半球上的测站则有:

$$\text{或 } \left. \begin{aligned} \delta_1 &\approx 2\varphi - \delta_2 \\ \delta_1 &\approx 2\varphi + 180^\circ + \delta_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.11})$$

方程式 (IX.9) 与 (IX.10) 或 (IX.11) 表示指导选星的简易形式; 进一步的说明将述于后。

设观测者预定开始观测的近似时间为 G.M.T.<sub>0</sub>。按时的换算可求得相应的 G.M.S.T.<sub>0</sub>。

此外:  $\text{L.M.S.T.}_0 = \text{G.M.S.T.}_0 - \lambda$

然后从天文年历上这样选星:

$$\alpha_1 \approx \text{L.M.S.T.}_0 \text{ 及 } \pm \varphi < \pm \delta < 80^\circ$$

或  $\alpha_1 \approx \text{L.M.S.T.}_0 + 12^h \text{ 及 } (90^\circ \mp \varphi) + 15^\circ < \pm \delta < 80^\circ$

上面的符号用于在北半球的测站; 下面的符号用于南半球的测站。

读者可以证明, 此星可以大约在观测者要开始的时候, 经过北子午圈 ( $\varphi > 0$ ) 或南子午圈 ( $\varphi < 0$ )。

然后根据公式 (IX.9 及 10 或 11) 选择相应的星。符号  $\approx$  表示问题中的量须大致相等。至于满足的程度则须视星体在天空分佈的情况与实际的数目而定。实际上, 我们如果能与 (IX.9) 式中相差  $15^m$  并与 (IX.10 或 11) 相差  $5^\circ$  或甚至还要差多些, 也认为可以满足。

必须记得, 当选择星体的时候, 在两颗顺序观测的星体过子午圈时刻的间隔必须足够 (例如  $\geq 2.5^m$ ), 以便观测者观测时不致太急促。

由于在拱极圈区域内中天的星较少, 所以总是按上述的顺序选择星对: 以一颗北星为主星 (如  $\varphi < 0$  时则为南星), 然后一颗适当的“配星”。

还可允许选择不同对的星而按顺序进行观测。

选择的結果, 不仅是一个列有观测的星名与星数的表, 而且还须载有每颗星的錶面时, 中天高度以及近似的豎盤讀数。这些数据在观测时是不可缺少的。

#### 9.2.4 將望遠鏡安置在子午圈上

將望遠鏡安置在子午圈上的方法很多, 此处仅略述几种。

##### (a) 控制星法

选择一颗亮的南星 ( $m \leq 2$ ) (或北星如  $\varphi < 0$ ) (如前节所述), 使其中天的高度低, 而中天时刻又为观测者所希望开始观测的时刻。

这颗控制星过中天的准确錶面时  $T_m$  可計算如下:

$$\text{L.A.S.T.} = \alpha$$

恒星鐘錶面时:

$$\text{G.A.S.T.} = \text{L.A.S.T.} + \lambda \quad T_m = \text{G.M.S.T.} - \Delta T$$

$$\text{G.M.S.T.} = \text{G.A.S.T.} - \lambda \quad (\Delta T \text{ 为对于 G.M.S.T.}$$

的錶差)

平太陽鐘錶面时:

$$\text{G.M.S.T.} \rightarrow \text{G.M.T.}$$

(时的换算)

$$T_m = \text{G.M.T.} - \Delta T'$$

( $\Delta T'$  为对于 G.M.T. 的錶差)

在時計所指示的这个計算時刻前几分鐘，观测者將望遠鏡对准控制星，并使星影保持在視場中。在到达中天時刻的前几秒鐘，观测者精确对准該星，并用水平微動螺旋使豎絲保持平分星影，直到所需要的准确錶面时听到記錄者喊“好”时为止。然后讀取水平度盤讀数，或將其对正在  $0^\circ$  上，这个方法于此完畢。

从上述公式可以看出，这种安置方法必須預知測站的經度。因此，便引起了一个問題，即經度的誤差  $dt$  可以允許多大，或者說最終的近似經度要知道得如何准确才够。

公式 (VIII.5) 表示誤差  $dt$  与方位角誤差  $da$  之間的关系。对于南方的星 (如  $\varphi < 0$  則为北星)，則公式变为：

$$da = \cos \varphi (\tan \varphi + \tan h) \cdot dt$$

$h$  之值愈小，則可以允許的經度誤差  $dt$  之值愈大。作为一个最不利的例子，我們假設沒有适当的控制星在中天时的高度低于  $30^\circ$ 。利用第 110 頁上所列的  $da$  之值算出下列  $dt$  之值：

表 7

$\varphi$	經 度 的 最 大 允 許 誤 差		
	$\pm dh = 0''.1$	$\pm dh = 0''.5$	$\pm dh = 1''.0$
$0^\circ$			
5	10 <sup>s</sup> (10)	22 <sup>s</sup> (22)	32 <sup>s</sup> (32)
10	8	18	25
20	7	16	22
25	6 <sup>s</sup> (7)	14 <sup>s</sup> (15)	20 <sup>s</sup> (22)
30	6	14	20
40	6	14	20
50	7	16	22
60	9	19	27

### (b) 北極星法

在北半球上的測站有一方便之处，可以观测北極星以安置望遠鏡于子午圈上，特别是当測站的經度仅知概值时。

其法如下：將望遠鏡对准北極星，并讀取錶面时及水平度盤讀数。应用測站的經度 (§8.2.1)，可以从錶面时观测值計算北極星的时角；然后从时角，最好应用方位角表 (§8.6.1) 以計算北極星的方位角。現在便可从此方位角算得子午圈的度盤讀数，然后水平地旋轉望遠鏡，直至到达該子午圈度盤讀数。

时角計算值与測站的經度有关，因此便發生經度誤差可以允許多大的問題。从航海历書的方位角表中可以看出，每隔  $10^m$  北極星方位角的最大变化  $da$  如下：

$\varphi = 10^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$
$da = 2.7'$	$2.9'$	$3.0'$	$3.1'$	$3.6'$	$4.3'$	$5.6'$

若將此值与第 110 頁上所載的安置仪器最大允許誤差值相比較，便可求得經度誤差最大允許值如下：

表 8 表示低标准的經度精度也將足够。因此，若測站的經度仅知概值，便可应用北極星法。

### (c) 控制星等高法

表 8

$\varphi$	經 度 的 最 大 允 許 誤 差		
	$dh=0''.1$	$dh=0''.5$	$dh=1''.0$
10°	5.4 <sup>m</sup>	12.2 <sup>m</sup>	17.2 <sup>m</sup>
20	5.4	12.1	17.0
25	5.0 <sup>m</sup> (5.4)	11.2 <sup>m</sup> (12.2)	15.9 <sup>m</sup> (17.3)
30	5.1	11.3	15.9
40	4.8	10.7	15.2
50	4.7	10.5	14.8
60	4.4	9.9	14.1

如果測站的經度不知道，則可按下法將望遠鏡調整在子午圈上。其基本思想是一顆星當其所在的位置與子午圈相對稱時，則此星必先後在此兩位置上到達同一高度。因此，該星在這兩個位置的方位角的平均值即為子午圈的方位角（即  $0^\circ$  或  $180^\circ$ ）。

實際程序如下：假設南北方向大略已知（例如可從羅盤讀得），可將望遠鏡對准一個略偏東南數度且為任意適當高度（ $h=15-30^\circ$ ）的明亮的南星（若  $\varphi < 0$  則為北星）。讀取水平及豎盤讀數。

時時檢查星的高度。當星體已過子午圈並將再到達同一高度時，將望遠鏡安置在相當於同一豎盤讀數的仰角位置，如必要可加折光變化的改正。這種望遠鏡位置須一直保持到星影經過十字絲交點時為止，于此讀取水平度盤的讀數。

兩個水平度盤讀數的平均值即為子午圈的讀數。

為使增加精度並資校核起見，最好不要僅做兩個觀測，而在中天之前迅速而順序地做三個觀測（一顆星），中天之後再做相對的三個觀測。

上述的方法顯然就是測定方位角的方法。由於下列原因，故在第八章中慎重地將其略去。該章中所需要的精度相當高，便使得星體的觀測在中天前後經歷很長的時間，並推遲了結果的獲得。而測定緯度時，望遠鏡安置在子午圈上的精度要求較低（參考第 110 頁表 6）；因此在中天前後觀測星體所需的時間不必太長。當星體大約在下列的南偏東方向時即可進行觀測：

南偏東：       $3^\circ$            $4^\circ$            $5^\circ$            $6^\circ$   
 $\varphi = 0^\circ-10^\circ$     $10^\circ-20^\circ$     $20^\circ-40^\circ$     $40^\circ-60^\circ$

即使整個操作僅進行半小時，其所得結果的精度對於我們測緯度的目的已經足夠。

如果每次對准星體均讀取錶面時，則上述方法不僅可給出子午圈的度盤讀數並且還可獲得對於地方平恒星時的錶差  $\Delta T'$  的概值。恒星中天的錶面時刻便是平均觀測錶面時。設此平均值為  $T'_m$ ，則有：

$$\text{L.A.S.T.} = \alpha, \quad \Delta T' = \text{L.M.S.T.} - T'_m \approx \text{L.A.S.T.} - T'_m$$

應用這個錶差便可大約估計觀測程序中下一顆星中天時刻的錶面時。

#### (d) 應用一條地面綫的方位角

如果測站上某一綫的方位角為已知，則從此便可求得子午圈的方向。

### 9.2.5 觀 測

儀器安置在子午圈上之後，觀測程序就直捷簡快了。記錄者給出預先計算的度盤讀

数, 当星体将要过子午圈时提醒观测者注意, 并于每一刻鐘讀記溫度与气压。观测者根据記錄者所給出的豎盤讀数来安置望远镜的仰角。正当星影接近視場的中央时, 观测者調整望远镜的仰角, 以便橫絲能保持平分星影, 直至星影到达十字絲的交点时为止。讀取豎盤讀数, 但不要忘記先使豎盤水准器气泡居中。

也許观测者由于云或其他事故而不能在适当的瞬刻平分星影。在此情况下观测者可以略迟一些平分星影(仪器仍保留在子午圈上), 但必須估計此时的星影离开豎絲的距离  $d$ , 例如可以視場的直徑的几分之几来表示, 而視場的角值則为已知。然后从圖 56 可求出加

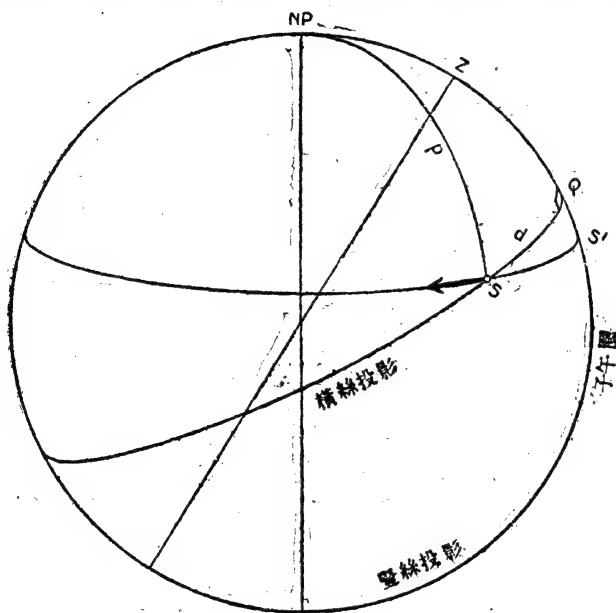


圖 56. 緯度測定。子午圈外的观测

于所量測的高度角上的改正值  $\Delta h$ 。

設  $S'$  为一顆南星在中天时的真正位置, 而  $S$  則为观测瞬时的位置。設仪器的安置無誤差, 則豎絲在天球上的投影將与子午圈相吻合。橫絲的投影  $SQ$  为在观测瞬时通过  $S$  并垂直于子午圈的非水平的大圓。

因为所量測的高度是  $Q$  点的高度。此高度与恒星子午高度之差  $\Delta h$  为:

$$\begin{aligned}\Delta h &= QS' = (NP - Q) - \\ &\quad - (NP - S') = (NP - Q) - p\end{aligned}\quad (\text{区.12})$$

由于

$$SQ = d = \text{估計的距离}$$

$$NP - S = p = \text{星体的極距}$$

故从直角三角形  $NP-S-Q$  中可得:

$$\cos p = \cos d \cos (NP - Q)$$

或代以(区.12)式:

$$\cos p = \cos d \cos (p + \Delta h)$$

由于  $d$  及  $\Delta h$  均較小, 故可写成:

$$\cos p = \left(1 - \frac{d^2}{2\rho^2}\right) \left(\cos p - \frac{\Delta h}{\rho} \sin p\right)$$

遂得:

$$\Delta h = -\frac{d^2}{2\rho} \cot p = -\frac{d^2}{2\rho} \tan \delta$$

不难証明, 当星体在北極与天頂之間过子午圈以及对于在南半球上的測站,  $\Delta h$  均变号。

茲再綜合如下:

$$\Delta h = \pm \frac{d^2}{2\rho} \tan \delta$$

上式中的正負号可決定于下:

$$\varphi > 0 \begin{cases} \text{南星; 下中天的北星: 用“-”号} \\ \text{在上中天的北星: 用“+”号} \end{cases}$$

$$\varphi < 0 \begin{cases} \text{北星; 下中天的南星: 用“+”号} \\ \text{上中天的南星: 用“-”号} \end{cases}$$

### 9.2.6 精度估算

消除折光影响之后, 單一高度观测值中誤差的平方为:

$$m_h^2 = m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h \quad (\text{IX.13})$$

式中:  $m_7 \cot h$  = 折光的中誤差。

$m_4$  = 讀取高度角的中誤差, 包含整平气泡或讀取气泡的中誤差以及讀豎盤的中誤差。

$m_5$  = 垂直方向瞄准星体的中誤差。

应用誤差傳播定律于(IX.8)式, 則得从一对星体所导出的緯度中誤差的平方:

$$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{4} m_{h_1}^2 + \frac{1}{4} m_{h_2}^2 = \frac{1}{2} m_h^2$$

因此从  $n$  对星体所导出的緯度中誤差的平方为:

$$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{2n} m_h^2 = \frac{1}{2n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h) \quad (\text{IX.14})$$

第七章載有  $m_4 = 1''.8$ ;  $m_5 = 2''.5$  (A 型仪器) 及  $m_4 = 0''.4$ ;  $m_5 = 1''.8$  (B 型仪器)。

設如§4.2, 令  $m_7 = 0''.045$ , 平均高度为  $60^\circ$ , 則緯度的中誤差可估計如下:

星对数目	=	2	4	6	8	10	12
A 型 $m_{\varphi}$	=	1''.5	1''.0	0''.8	0''.7	0''.7	0''.6
B 型 $m_{\varphi}$	=	0''.9	0''.7	0''.5	0''.5	0''.4	0''.4

### 9.2.7 精度計算

設从观测的各不同星对所导出的緯度为  $\bar{\varphi}_i (i=1 \rightarrow n)$ , 最后緯度为:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{n} [\bar{\varphi}_i]$$

其差为:

$$v_i = \bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}$$

遂有: 每一个緯度的中誤差的平方:  $m^2 = \frac{[v^2]}{n-1}$

最后緯度值的中誤差的平方:  $m_{\varphi}^2 = \frac{m^2}{n}$

本書末載有实际算例(Nr.6)。

## § 9 3 近子午圈高度法測定緯度(一)(已知地方恒星时的錶差)

### 9.3.1 概述

上数节所述的子午高度測定緯度法是一个很巧妙的方法, 因为它的观测与計算都很簡單。但該法的缺点是每顆星仅能观测一次。为了要得到足够精确的成果, 就必须选择相当数量的适宜的星体。

如果每顆星不仅在其中天时刻观测一次, 而在中天前后各观测数次, 則此困难可以克

服；目前所述的方法叫做：“近子午高度測定緯度法”。用此法則選星的數目可以減少到只要一對，但是另外不方便之處則為觀測及計算均較複雜。

操作程序如下：

(1) 當星體將近中天時量測高度角數次。

(2) 每一個子午圈外的高度可以經過計算化到子午圈上的高度。

(3) 取這些歸算後的子午圈高度平均值。

(4) 按 § 9.2.1 中所載的簡單基本公式，便可從這個子午圈高度平均值最後求得緯度。

為了要提供(2)款中計算所需的數據，觀測者必須記下每次觀測的錶面時。

### 9.3.2 計算

回到一般公式(Ⅸ.1)，用  $\tau$  代替符號  $t$ ，並令  $h = h_m - \Delta h$ ，其中  $h$  為星體的子午圈外的高度角， $h_m$  為星體的中天高度角， $\Delta h$  為化算到子午圈上的改正數。

遂有：

$$\sin(h_m - \Delta h) = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau$$

在近子午高度的情況中，由於觀測的星體非常接近子午圈，例如接近上中天，則  $\Delta h$  與  $\tau$  均為微小之值。

將  $\sin(h_m - \Delta h)$  展為級數，並用大家所熟悉的三角公式將  $\cos \tau$  改變，遂得：

$$\begin{aligned} \sin h_m - \frac{\Delta h}{\rho} \cos h_m - \frac{\Delta h^2}{2\rho^2} \sin h_m &= \\ = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta - 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{1}{2} \tau \end{aligned}$$

但

$$\sin h_m = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta$$

經化簡後得：

$$\Delta h = A \cdot m - \frac{\Delta h^2}{2\rho} \tan h_m$$

$$\text{式中：} \quad A = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\cos h_m} \quad m = 2\rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau \quad (\text{Ⅸ.15})$$

作為第一次漸近值可令：

$$\Delta h \approx Am$$

將此代入上式中的第二項則得：

$$\Delta h = A \cdot m - B \cdot n \quad (\text{Ⅸ.16})$$

$$\text{式中：} \quad B = A^2 \tan h_m \quad n = 2\rho \sin^4 \frac{1}{2} \tau$$

按同法可以導出對於接近下中天的星體的公式：

$$\Delta h = -Am - Bn \quad (\text{Ⅸ.17})$$

上數式中所出現的時角  $\tau$  是在觀測的瞬時讀取錶面時間接求得的。可以容易看出，若計時器為恒星鐘，且錶速為零，則錶面時觀測值  $T'$  與中天錶面時  $T_m$  之差便是時角。

如果錶速不為零，或所用的是一隻平太陽鐘，則上式中的量  $\tau$  仍然可以變為  $T'$  與  $T_m$  之差，只要將  $A$  乘以表 5（第 84 頁）中所載的因子  $Q$ 。如此則錶面時觀測值無需加以錶速改正或恒星時改正了。



$m$ -值可以取自本書末所附的表 9。 $Bn$ -值也不難从列綫圖 10 中算出 (第 177 頁)。

總結

總上所述有下列程序:

(1) 应用 § 9.2.4 中所述的任一方法可以計算恒星中天的錶面时  $T_{m0}$ 。

(2) 从每个觀測錶面时  $T_i$  与  $T_j$  ( $i=1 \rightarrow \frac{1}{2}n$  及  $j=\frac{1}{2}n+1 \rightarrow n$ ;  $i$  为倒轉望远镜之前所做的觀測;  $j$  为倒鏡之后的觀測) 减去  $T_{m0}$ 。

(3) 按公式 (Ⅸ.16 或 17) 計算中天高度改正值  $\Delta h_i$  及  $\Delta h_j$ 。

(4) 將高度角觀測值加以折光差改正, 然后归算到子午圈上;

$$h_{m,i} = h_i + \Delta h_i \quad \text{及} \quad h_{m,j} = h_j + \Delta h_j \quad (\text{Ⅸ.18})$$

取其平均值得;

$$h_{m,L} = \frac{1}{\frac{1}{2}n} \sum h_{m,i} \quad \text{及} \quad h_{m,R} = \frac{1}{\frac{1}{2}n} \sum h_{m,j} \quad (\text{Ⅸ.19})$$

因此正倒鏡的总的平均值为:

$$\bar{h}_m = \frac{1}{2} (h_{m,L} + h_{m,R}) \quad (\text{Ⅸ.20})$$

(5) 应用 § 9.2.1 中基本公式之一, 以  $\bar{h}_m$  代替  $h_1$ ,  $h_2$  或  $h_3$  便可算得緯度。

一个实例 (Nr. 7) 附于書末。

### 9.3.3 限 差

在导出公式 (Ⅸ.16) 时, 所有包含  $\sin \frac{1}{2}\tau$  的六次及更高次方項均略去不顧。这仅能在这样的情况下才可以允許, 就是所略去的数量不应超过依所需精度而規定的某些限值。

如果规范限定所略去的数量不得大小  $0''.1$ , 則  $\tau$  須限到数分鐘, 其值可从列綫圖 11 (第 178 頁) 中立即讀出。此列綫圖适用于在北半球觀測南星; 如果觀測的时段不太大, 則相应的北星 (按 § 9.2.3 所選擇者) 不必加以考虑, 因为在計算中所略去的数量对于北星來說, 其值較南星为小。若將  $\varphi$  及  $\delta$  均变其符号, 則列綫圖也可以应用于在南半球測站上所觀測的北星。有兩種不同的应用方法, 茲举例如下。

例一。

設測站的緯度  $\varphi = +38^\circ$ ,

星体的赤緯  $\delta = +2^\circ$

列綫圖查得  $\tau$  (極大)  $= 24.5^m$

在此情况下觀測者能決定在中天前后多長的时段內可以觀測某一星体。

例二。

設測站的緯度  $\varphi = +50^\circ$

在中天前或后可以利用的觀測时段  $\tau = 15^m$

列綫圖查得  $\delta$  (極大)  $= +34^\circ.0$

应用列綫圖可以帮助选星。下表列載适用于緯度  $0^\circ$  与  $60^\circ$  之間的最大与最小的赤緯, 最小赤緯考慮到了星体的高度应不小于  $15^\circ$ , 以减少折光誤差。在第四与第八行中載有相当于  $\delta$  (極大) 的  $\Delta$  的極大值, 可參考 § 9.3.5。

表 10

$\varphi$	$\delta$ 極 小	$\delta$ 極 大	$A$ 極 大	$\varphi$	$\delta$ 極 小	$\delta$ 極 大	$A$ 極 大
$0^\circ$	$-75^\circ$	$-22^\circ$	2.5	$+30^\circ$	$-45^\circ$	$+9^\circ$	2.4
$+5$	$-70$	$-16$	2.5	$+35$	$-40$	$+15$	2.3
$+10$	$-65$	$-12$	2.6	$+40$	$-35$	$+20$	2.1
$+15$	$-60$	$-7$	2.6	$+45$	$-30$	$+27$	2.0
$+20$	$-55$	$-2$	2.5	$+50$	$-25$	$+33$	1.8
$+25$	$-50$	$+3$	2.4	$+55$	$-20$	$+41$	1.8
$+30$	$-45$	$+9$	2.4	$+60$	$-15$	$+48$	1.6

必須再着重的指出：列綫圖 11 与上表 10 均指在北半球測站上所觀測的南星。但將上表中  $\varphi$  与  $\delta$  的符号改变后，亦可应用于在南半球測站上的北星。

### 9.3.4 系統誤差

系統誤差的主要来源为：

(1) 豎盤的指标差。

(2) 系統的折光誤差。

(3) 中天时刻錶面时計算值  $T_m$  的誤差。

誤差(1)的影响可以在一組觀測的中間倒轉望远镜以消除之。誤差(2)可以用§9.2.3 中所述的选择一对星来抵消。誤差(3)值得一番考虑。从 §9.2.4 中所載的公式可知  $T_m$  的誤差是由于所假設的測站經度的誤差或錶差改正的誤差所引起。

設  $T_m$  的誤差为  $dT_m$ 。則  $d\tau = -dT_m$ 。  $\Delta h$  的总誤差  $d\Delta h$  可以將(Ⅸ.15及16)式微分后求得。略去第二項遂有：

$$d\Delta h = -A \sin \tau_{15} dT_m$$

或近似写成：

$$d\Delta h = C \tau dT_m$$

其中：

$$C = \frac{15^2 \cdot 60}{\rho} A.$$

$d\Delta h$  以角秒表之。 $dT_m$  及  $\tau$  各以时秒与时分表示之。

从(Ⅸ.18及20)式則有：

$$d\bar{h}_n = \frac{1}{n} [d\Delta h_i + d\Delta h_j]$$

或將上式中  $d\Delta h_i$  及  $d\Delta h_j$  之值代入：

$$dh_m = \frac{C}{n} [\tau_i + \tau_j] dT_m$$

如  $\tau_i + \tau_j = 0$  时，則上式为零。

如果能使觀測的时段相等并与  $T_m$  成对称，那末这种条件可以近似地得到保証；因此在  $T_m$  之前( $\tau_i < 0$ )用盤左(或盤右)觀測；而在  $T_m$  之后( $\tau_j > 0$ )則用盤右(或盤左)觀測。

由于依次的量  $h_{m,i}$  与  $h_{m,j}$  之間的差別而引起  $T_m$  的微小誤差是系統的，而不是偶然的。当此誤差变为当相大时，則宜应用 §9.5 中所述的方法。

### 9.3.5 偶然誤差。精度估算

近子午高度法測定緯度較之中天高度法多觀測一個元素，也就是在每次對準星體的時候加讀錶面時  $T$ 。

今將誤差傳播定律應用於(Ⅹ.15及16)上，略去第二項，並設  $m_T \equiv m_\tau$ ，則得：

$$m_{\Delta h}^2 = (A \sin \tau_{15} m_T)^2 \approx C^2 \tau^2 m_T^2$$

式中：

$m_T$  = 讀錶面時的中誤差，以時秒為單位。

$m_{\Delta h}$  =  $\Delta h$  結果的中差誤，以角秒表示之。

$$C = \frac{15^2 \cdot 60}{\rho} A.$$

將誤差傳播定律應用於公式(Ⅹ.18,19及20)中，則有：

$$m_{h_m}^2 = \frac{1}{n^2} [m_{h_i}^2 + m_{\Delta h_i}^2 + m_{h_j}^2 + m_{\Delta h_j}^2]$$

將(Ⅹ.13)式( $h$ 換為 $h_m$ )和前式代入上式，並注意到從 § 9.2.1 中所載的基本公式，

令  $m_{h_m} = m_\varphi$ ：

$$m_\varphi^2 = \frac{1}{n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m) + \frac{C^2}{n^2} [\tau_i^2 + \tau_j^2] m_T^2 \quad (\text{Ⅹ.21})$$

本公式的第二項與  $C$ ， $\tau_2$  及  $\tau_j$  諸量有關，或者換一句話說：

(1) 與測站的緯度及星的赤緯有關， $C$  是這些量的函數；

(2) 與進行觀測的時刻有關。

因此嚴格的說，預估的中誤差  $m_\varphi$  應在每個單獨情形下加以計算。今舉一例，此例對於上述第二項的重要性可給與讀者一個一般的概念，今按下列假設計算該項平方根：

(1) 所觀測的星體的赤緯是  $\delta$  極大，根據第 118 頁上的附表；因此  $A$  便為該表上所載的  $A$  極大。

(2) 恒星在中天前及中天后各相隔 2.5 分鐘的等時段觀測六次 ( $n=12$ )，但中間的時段由於倒轉望鏡所需的時間假設是 3 分鐘。這是一個熟練的觀測者應用一架近代的經緯儀所達到的正常觀測速度。

於是：

$$\tau_i = -1.5^m - (i-1)2.5^m$$

$$\tau_j = +1.5^m + (j-1)2.5^m$$

(3) 錶面時刻讀到一秒，因此最大的讀數誤差為  $\pm 0.5^s$  而平均的讀數誤差  $m_T$  為  $0.3^s$ 。

今將所討論的第二項的平方根之值列表如下：

緯 度	$\varphi =$	$0^\circ$	$20^\circ$	$40^\circ$	$60^\circ$
(Ⅹ.21)式第二項的平方根		$0''.12$	$0''.12$	$0''.11$	$0''.08$

至於第一項的平方根則為  $0''.84$  (A 型儀器) 或  $0''.53$  (B 型)。

因此：

(1) 讀錶面時的精度無需高於  $1^s$  (此值為上例所假設的精度)。

(2) 若略去(Ⅹ.21)的第二項，則有下列近似公式：

$$m_{\varphi}^2 \approx \frac{1}{n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m)$$

因此，从兩顆星的环子午高度所求得平均緯度的中誤差的平方为：

$$m_{\varphi}^2 \approx \frac{1}{2n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m)$$

將上式与 (Ⅸ.14) 式相比較，我們可以得出这样的結論：用中天高度法与用近子午高度法測定緯度，如果在此兩種情况中观测的数目相同，則其精度几乎相等。

### 9.3.6 精度計算

計算中天高度  $h_{m,i}$  与其平均值  $\bar{h}_{m,L}$  之差：

$$v_i = h_{m,i} - \bar{h}_{m,L} \quad (i = 1 \rightarrow \frac{1}{2}n)$$

同样：

$$v_j = h_{m,j} - \bar{h}_{m,R} \quad (j = \frac{1}{2}n + 1 \rightarrow n)$$

單个高度观测值中誤差的平方为：

$$m^2 = \frac{1}{n-2} [v_i^2 + v_j^2]$$

从一顆星求出緯度的中誤差的平方为：

$$m_{\varphi_1}^2 = \frac{m^2}{n}$$

依同法計算出从其他星体所求得的緯度的中誤差  $m_{\varphi_2}$  的平方。最后的緯度为兩個緯度計算值的平均数，其中誤差的平方为：

$$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{4} (m_{\varphi_1}^2 + m_{\varphi_2}^2)$$

## § 9.4 北極星高度法測定緯度

### 9.4.1 概 述

北極星（小熊座  $\alpha$  星）为一單星，由于它的極距很小（約为  $1^\circ$ ），所以它的高度在任一时刻約为近子午高度。因为它的时角并没有像前章所述的恒星近子午高度法中要限制到微小数值，所以必須作不同的数学处理，故專辟一节来討論北極星高度測定緯度法。

但是这并不意味着仅仅观测北極星以定緯度，因为这样便不能消除系統誤差。所以亦应根据 § 9.2.3 選擇其他星体进行近子午高度法，以与北極星的观测相配合。

### 9.4.2 計 算

令  $\varphi = h + \Delta h$  并以  $(90^\circ - p)$  代  $\delta$ ，則 (Ⅸ.1) 式变为：

$$\sin h = \sin(h + \Delta h) \cos p + \cos(h + \Delta h) \sin p \cos t$$

將上式中某些微小的量展为級数 ( $\Delta h$  及  $p$  很小)，

$$\begin{aligned} \sin h = & (\sin h + \Delta h \cos h - \frac{1}{2} \Delta h^2 \sin h) (1 - \frac{1}{2} p^2) + \\ & + (\cos h - \Delta h \sin h - \frac{1}{2} \Delta h^2 \cos h) p \cos t \end{aligned}$$

經某些簡化后，略去所有含有  $p$  及  $\Delta h$  的三次方及高次方的項，遂得：

$$\Delta h = -p \cos t + \frac{1}{2} \Delta h^2 \tan h + \frac{1}{2} p^2 \tan h + p \Delta h \tan h \cos t$$

第一次漸近為：

$$\Delta h = -p \cos t$$

將此代入上式中，略去  $\Delta h$  及  $p$  的三次方及高次方的各項，則得：

$$\Delta h = -p \cos t + \frac{1}{2} p^2 \tan h \sin^2 t$$

在此式中  $\Delta h$  及  $p$  以弧度表示之。為了要求得當  $p$  為角秒時  $\Delta h$  也為角秒，我們將上式改寫為：

$$\Delta h = -p \cos t + \frac{1}{2\rho} p^2 \tan h \sin^2 t \quad (\text{Ⅹ}.22)$$

如果有一個方便的方法以加速第二項的計算，則上式較(Ⅹ.1)式有實用上的方便。列綫圖 12 (第 179 頁) 就有這種便利，它列載第二項之值到十分之几秒，以與公式本身的精度相一致。設緯度需要精確到  $0''.1$ ，則須用精確的公式(Ⅹ.1)。此公式中所有的時角  $t$  是從所觀測的錶面時  $T'$  計出算來：

$$\text{G.M.S.T.} = T' + \Delta T' \quad (\text{Ⅹ}.23)$$

$$\text{G.A.S.T.} = \text{G.M.S.T.} + n$$

$$\text{L.A.S.T.} = \text{G.A.S.T.} - \lambda \quad (\text{Ⅹ}.24)$$

$$t = \text{L.A.S.T.} - \alpha$$

### 9.4.3 系統誤差

從(Ⅹ.24)式可以看出，如果測站的已知經度有了誤差，則時角亦將引起相等的誤差。這個誤差對於  $\Delta h$  計算值的影響可以下式表示之，該式是將(Ⅹ.22)加以微分並略去微小的第二項而得到的，

$$d\Delta h = -p \sin t \frac{15 dt}{\rho}$$

式中  $d\Delta h$  及  $p$  係以角秒表示，而  $dt$  則以時秒來表示。當  $\sin t = 1$  時， $d\Delta h$  達到最大值。如果我們規定此極大值不得超過  $0''.1$ ，並令  $p = 1^\circ = 3600''$ ，則有：

$$|dt| \leq 0.43^s$$

因此，如果已知的測站經度能精確到  $0.43^s = 6''.45$ ，則北極星可在任意時角進行觀測。

根據同樣的理由也可以來考慮錶差  $\Delta T'$  所需要的精度，因為從(Ⅹ.23)、(Ⅹ.24)式可以看出它的誤差將引起相等的時角誤差。

為了消去存在於高度觀測值中的可能的系統誤差(由於豎盤上的指標差、折光差等等)，可以在觀測程序中間倒轉望遠鏡，或者觀測一顆其他經適當選擇的恆星，以配合北極星。

### 9.4.4 偶然誤差。精度

應用誤差傳播定律於(Ⅹ.22)式，略去第二項，遂得  $\Delta h$  的中誤差：

$$m_{\Delta h} = p \left| \sin t \right| \frac{15 m_t}{\rho}$$

$m_{\Delta h}$  及  $p$  以角秒為單位而  $m_t$  則以時秒為單位。當  $|\sin t| = 1$  時， $m_{\Delta h}$  顯然為最大：

$$m_{\Delta h}(\text{極大}) = p \frac{15 m_t}{\rho}$$

設錶面時讀到  $1^s$ ，最大的讀數誤差為  $\pm 0.5^s$  及平均讀數誤差約為  $m_t = 0.3^s$ 。將此值代入上式并令  $p = 1^\circ = 3600''$ ，則得：

$$m_{\Delta h}(\text{極大}) = 0''.08$$

此值與其他不精確性（如瞄准望遠鏡，讀度盤讀數等等）相比，簡直可以忽略。因此可以斷言，讀取錶面時的精度勿須高於  $1^s$ 。

更進而知道，最後成果的精度絕不會低於中天高度法所得者。

最後成果精度的計算參考 § 9.3.6。

## § 9.5 近子午圈高度法測定緯度(二)(未知地方恒星時的錶差)

### 9.5.1 概述

在 § 9.3.4 中已經證明過所設的測站經度誤差對於  $\Delta h$  產生的誤差可以下式表之：

$$d\Delta h = C \tau dT_m$$

因此改正后的中天高度為：

$$\bar{h}_m = h_m \pm I - C \tau dT_m \quad (\text{IX.25})$$

式中：  $h_m = h \pm \Delta m - Bn$

$h$  = 經折光改正后的高度觀測值。

$I$  = 豎盤的指標差。(IX.25)式中的正負號各指盤左與盤右的觀測。

$\tau = T - T_m$ ； $T_m$  此處為中天錶面時的近似值。

如果  $dT_m$  不知道，便不可能計算  $\bar{h}_m$ 。設使我們知道  $dT_m$  之值很小，那末也許可以略去（參考 § 9.3），如果  $dT_m$  之值不是很小的話，便須把它視為一個未知數。其結果是指標差  $I$  不能像在  $dT_m$  可以忽略的簡單情形下 (§ 9.3.4) 將其消除，而必須同樣的把它當做一個未知數。

因此本問題含有三個未知數：

中天高度  $\bar{h}_m$ ，

指標差  $I$ ，

經度誤差  $dT_m$ 。

此處必須考慮到中天高度是“主要”的未知數，而指標差及經度誤差則僅是“附帶”的非我們所感興趣的未知數。可以容易證明，上述的後面的未知數雖然只能用近似方法來解，也是不關重要的。

### 9.5.2 計算

如果我們用下指數  $i$  (盤左) 及  $j$  (盤右) 以區別一組中的每個的觀測，則公式 (IX.25) 變為：

$$\bar{h}_m = h_{m,i} + v_i + I - \tau_i C dT_m \quad (i = 1 \rightarrow \frac{1}{2}n) \quad (\text{IX.26})$$

$$\bar{h}_m = h_{m,j} + v_j - I - \tau_j C dT_m \quad (j = \frac{1}{2}n + 1 \rightarrow n) \quad (\text{IX.27})$$

$v_i$  及  $v_j$  各為應用最小二乘法加於  $h_{m,i}$  及  $h_{m,j}$  的改正數。嚴格來說， $\tau_i$  及  $\tau_j$  也應當加以

改正, 但是这些可以略掉, 因为在 § 9.3.5 中已証明过, 它們 ( $T_m$  的誤差在外) 的精确度是相当高。今令:①

$$\bar{h}_m - I = \frac{2}{n} \sum h_{m,i} + \Delta_1 \quad \text{及} \quad C dT_m = \Delta_3$$

其中  $\Delta_1$  及  $\Delta_3$  是新的未知数, (Ⅸ.26) 式变为:

$$v_i = \Delta_1 + \tau_i \Delta_3 - h'_{m,i} \quad (\text{Ⅸ.28})$$

式中:

$$h'_{m,i} = h_{m,i} - \frac{2}{n} \sum h_{m,i}$$

取这一組方程式的算术平均值, 并顧及  $\sum v_i = 0$  及  $\sum h'_{m,i} = 0$ , 則有:

$$0 = \Delta_1 + \left( \frac{2}{n} \sum \tau_i \right) \Delta_3 \quad (\text{Ⅸ.29})$$

將此式和前式相减后, 得:

$$v_i = \tau'_i \Delta_3 - h'_{m,i} \quad (\text{Ⅸ.30})$$

式中:

$$\tau'_i = \tau_i - \frac{2}{n} \sum \tau_i$$

令:

$$\bar{h}_m + I = \frac{2}{n} \sum h_{m,j} + \Delta_2$$

依同法我們可以从 (Ⅸ.27) 式导出:

$$0 = \Delta_2 + \left( \frac{2}{n} \sum \tau_j \right) \Delta_3 \quad (\text{Ⅸ.31})$$

及:

$$v_j = \tau'_j \Delta_3 - h'_{m,j} \quad (\text{Ⅸ.32})$$

从 (Ⅸ.30) 及 (Ⅸ.32) 得法方程式:

$$\Delta_3 = - \frac{[\tau' h'_m]}{[\tau'^2]}$$

將此值代入 (Ⅸ.29 及 31) 中以求  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$ 。

$$\text{最后得: } 2\bar{h}_m = (\bar{h}_m + I) + (\bar{h}_m - I) = \frac{2}{n} \sum h_{m,i} + \frac{2}{n} \sum h_{m,j} + \Delta_1 + \Delta_2 \quad (\text{Ⅸ.33})$$

于是从 § 9.2.1 中任一基本公式, 以  $\bar{h}_m$  代  $h_1$ ,  $h_2$  或  $h_3$  便可算得緯度。

如果將这个計算与 § 9.3.2 中所討論者相比較, 便可看出这个計算仅仅略为复杂一些。

实际算例 (Nr. 8) 載于書末。

$T_m$  的近似值可計算如下, 假設指标差  $I$  是很小:

若某一高度  $h_i$  碰巧大約等于另一高度  $h_j$ , 則  $T_m$  就仅是相应的观测錶面时  $T_i$  与  $T_j$  的算术平均值。

否則我們必須应用內插法計算出中天之后相当于某一高度的錶面时, 此高度等于在中天之前的某一观测高度  $h_i$ 。  $T_m$  便为計算的錶面时与观测的錶面时  $T_i$  的平均数。

①本章內符号  $\sum$  为用指数  $i$  所表示的  $\frac{1}{2}n$  个数量之和或用  $j$  所表示的  $\frac{1}{2}n$  个数量之和, 而  $\square$  则为以  $i$  或  $j$  表示的  $n$  个数量之和。为了簡化的緣故, 在  $\square$  內的数量不再标以下指数。

無論在哪一種情況， $T'_m$  都应当從那些離開子午圈較遠的觀測來求出。

### 9.5.3 圖解平差

將下列諸點的坐標繪到方格紙上：

$$\begin{aligned}x_i &= -\mu_1 \tau_i & y_i &= \mu_2 h'_{m,i} \\ y_j &= +\mu_1 \tau_j & x_j &= \mu_2 h'_{m,j}\end{aligned}$$

上式中  $\mu_1$  與  $\mu_2$  為某一比例尺因子，例如  $\mu_1 = 2 \text{ mm}/10''$  及  $\mu_2 = 2 \text{ mm}/1''$ 。

將上式代入(Ⅸ.28)經化簡後得：

$$\mu_2 v_i = \mu_2 \Delta_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} x_i \Delta_3 - y_i$$

同樣：

$$\mu_2 v_j = \mu_2 \Delta_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} y_j \Delta_3 - x_j$$

从上式可明显看出：

(a)  $\mu_2 v_i$  為一點  $(x_i, y_i)$  與一直線： $0 = \mu_2 \Delta_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} x \Delta_3 - y$  在縱坐標方向上的距離。

(b)  $\mu_2 v_j$  為一點  $(x_j, y_j)$  與一直線： $0 = \mu_2 \Delta_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} y \Delta_3 - x$  在橫坐標方向上的距離。

此兩條直線互相垂直，也就是說它們是互相正交的。

不難證明，這些線與坐標軸的交點為：

(A)  $x=0$  ,  $y=\mu_2 \Delta_1$

(B)  $y=0$  ,  $x=\mu_1 \frac{\Delta_1}{\Delta_3}$  或按(Ⅸ.29)： $x=-\mu_1 \frac{2}{n} \sum \tau_i$

(C)  $y=0$  ,  $x=\mu_2 \Delta_2$

(D)  $x=0$  ,  $y=-\mu_1 \frac{\Delta_2}{\Delta_3} = +\mu_1 \frac{2}{n} \sum \tau_j$

在圖紙上繪了 B 點與 D 點之後，則 A 與 C 點便可求之如下：在一透明紙上畫兩條成正交的直線，將此透明紙在圖紙上移動，直到這兩直線包含 B 與 D，並盡量接近通過  $(x_i, y_i)$  與  $(x_j, y_j)$  點。 $y_A$  及  $x_C$  便可讀出，於是：

$$\Delta_1 = \frac{y_A}{\mu_2} \quad \Delta_2 = \frac{x_C}{\mu_2}$$

將此值代入于(Ⅸ.33)中以求  $h_m$ 。最後用 § 9.2.1 中所載的基本公式之一計算緯度。  
詳細說明可參考本書末所附實際算例 9。

### 9.5.4 精度估算

參考(Ⅸ.27)，不難証得：

$$\Delta_3 = \frac{[\tau' h'_m]}{[\tau'^2]} = \frac{[\tau' h_m]}{[\tau'^2]}$$

從(Ⅸ.29及31)，可得：

$$\Delta_1 + \Delta_2 = -\frac{2}{n} [\tau] \Delta_3$$

將上兩式代入(Ⅸ.33)並經一些簡化後得：

$$2 \bar{h}_m = \frac{2}{n} [h_m] - \frac{2}{n} [\tau] \frac{[\tau' h_m]}{[\tau'^2]}$$



或:

$$\bar{h}_m = \frac{1}{n} \left[ \left( 1 - \tau \frac{[\tau]}{[\tau^2]} \right) h_m \right]$$

应用誤差傳播定律得:

$$m_{h_m}^2 = m_{\varphi}^2 = \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \frac{[\tau]^2}{[\tau^2]} \right) m_{h_m}^2 \quad (\text{区.34})$$

此公式表示, 当  $[\tau]$  之值小时, 則中誤差  $m_{\varphi}$  也小。然而我們并不可能預先拟定 觀測計劃, 使  $[\tau] = 0$ , 因为在本章內恒星中天的鐘面时假設是不知道的。

茲介紹觀測步驟如下。

觀測者必須早些开始觀測, 俾在中天之前至少能完成十个觀測。我們建議当恒星与子午圈間方位角之差大約等于下表中所載的数值时开始觀測。按这些数据用罗盤安置仪器。

每一緯度內的第一行是指:

$\varphi > 0$  时的南星; 或  $\varphi < 0$  时的北星。

每一緯度內的第二行是指北星或南星 (視  $\varphi > 0$  或  $\varphi < 0$ ) 。

所有的觀測須以等时段連續进行, 直到从豎盤的讀数上可以看出該星恰好过中天时为止。然后倒轉望远镜再做六个觀測。

表 11

$h$ \ $\pm \varphi$	$0^\circ$		$15^\circ$		$30^\circ$		$45^\circ$		$60^\circ$	
$15^\circ$	$1^\circ.5$	$1^\circ.5$	$3^\circ.0$	—	$4^\circ.5$	$2^\circ.0$	$5^\circ.5$	$3^\circ.0$	$6^\circ.0$	$4^\circ.5$
$30$	$3.5$	$3.5$	$5.0$	$2^\circ.0$	$6.0$	—	$6.5$	$2.0$	$7.0$	$3.5$
$45$	$6.0$	$6.0$	$7.5$	$4.0$	$8.0$	$2.5$	$8.5$	—	$8.0$	$2.5$
$60$	$10.5$	$10.5$	$11.5$	$8.5$	$12.0$	$6.5$	$11.5$	$3.0$	$10.5$	—
$65$	$13.0$	$13.0$	$14.0$	$11.0$	$14.0$	$8.0$	$13.5$	$5.4$	$11.5$	$1.5$
$70$	$16.5$	$16.5$	$17.5$	$14.5$	$17.5$	$11.5$	$16.0$	$7.5$	$13.5$	$3.0$
$75$	$22.5$	$22.5$	$25.0$	$20.0$	$22.5$	$16.5$	$20.0$	$11.5$	$16.5$	$6.0$

从恒星过中天之前所做的觀測中, 只要选出六个, 以使  $[\tau]$  能尽量的小。

按 (1) 式有:

$$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{n} m_{h_m}^2 + (\text{微小量})$$

代入:

$$m_{h_m}^2 = m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m$$

得:

$$m_{\varphi}^2 \approx \frac{1}{n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m)$$

从兩顆星的觀測算出的平均緯度, 其中誤差的平方为:

$$m_{\varphi}^2 \approx \frac{1}{2n} (m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m).$$

从 (区.14) 式可得結論: 本法所得緯度的中誤差仅比中天高度法略大一些。

### 9.5.5 精度計算

單个高度觀測值中誤差的平方可按下列公式計算:

$$m_{h_m}^2 = \frac{[v^2]}{n-3}$$

式中  $v$  是按 (Ⅸ.30) 及 (Ⅸ.32) 兩式計算。

求得  $m_{h_m}$  后，便可进而計算从上述一恒星所导出的緯度中誤差的平方，

$$m_{\varphi_1}^2 = \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \frac{[\tau]^2}{[\tau'^2]} \right) m_{h_m}^2.$$

最后的緯度  $\bar{\varphi}$  是从兩顆按 §9.2.3 所选的星求得的緯度的平均值。从其他一恒星求得的緯度  $\varphi_2$  其中誤差的平方，也是按与上面相类似的公式来計算的。最后 緯度中 誤差的平方为：

$$m_{\bar{\varphi}}^2 = \frac{1}{4} (m_{\varphi_1}^2 + m_{\varphi_2}^2).$$

## 第十章 經度測定

### § 10.1 概 述

在 § 3.2 中曾有过 簡單方程式:

$$\lambda = \text{G.M.S.T.} - \text{L.M.S.T.} \quad (\text{X.1})$$

从上式可知某一測站对于格林威治子午圈的經度  $\lambda$ , 可以由測定格林威治平恒星时与同一瞬刻的地方平恒星时而求得; 这种时刻也便是目前所要討論的进行天文观测的时刻。

設  $T$  为在那一瞬刻的錶面时, 則有:

$$\text{G.M.S.T.} = T + \Delta T$$

式中  $\Delta T$  为对于 G.M.S.T. 的錶差。按 § 5.1.2, 这个錶差可以从錶差  $\Delta T_0$  及  $\Delta T'_0$  求出, 而  $\Delta T_0$  及  $\Delta T'_0$  則为在  $T_0$  及  $T'_0$  的瞬刻用無線电时号所測定, 时刻  $T$  当然必須包括在  $T_0$  及  $T'_0$  的时段內。

L.M.S.T. 是由星体的时角  $t$  导出, 而  $t$  則用天文观测求得:

$$\text{L.M.S.T.} = \text{L.A.S.T.} - n = \alpha + t - n$$

將上式与前式代入 (X.1) 式中遂得:

$$\lambda = T + \Delta T - \alpha - t + n \quad (\text{X.2})$$

測定某一測站經度的步驟显然包括着两个过程:

1. 在观测之前与观测之后收听时号。
2. 天文观测。

測定的方法甚多, 但下节中將选择一个方便的适合于地形測量的方法加以叙述。

### § 10.2 恒星天頂距法測定經度

#### 10.2.1 概 述

測站的緯度  $\varphi$ , 被观测的星体的赤緯  $\delta$ , 構成了定位三角形的兩边 (圖 57), 因此再需要一个元素便可完全确定該三角形, 也就是天頂距  $ZS$  边。

我們有:

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} \quad (\text{X.3})$$

在 § 8.2.1 中曾提到过一种方便的以时秒来表示的三角函数表。如果应用对数計算, 則可采用下式:

$$\tan^2 \frac{1}{2} t = \frac{\sin(s - \Phi) \sin(s - p)}{\cos s \cos(s - z)} \quad (\text{X.4})$$

式中:

$$s = \frac{1}{2} (\Phi + p + z)$$

(此式以后还要加以討論)

在算得  $t$  之后便可从 (X.2) 求  $\lambda$ :

$$\lambda = T' + \Delta T' - \alpha - t + n \quad (\text{X.5})$$

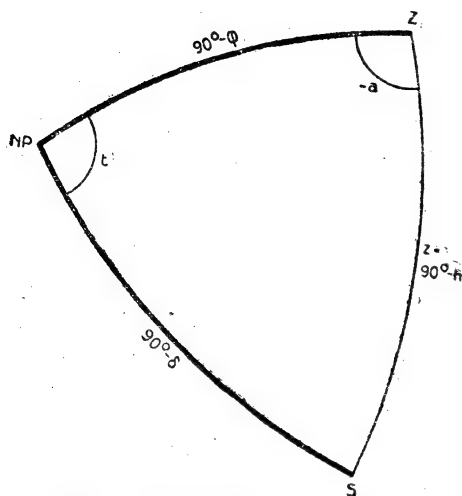


圖 57. 經度的測定。定位三角形

在实际作業上, 观测一星体通常总是不止一次, 而是很快地順序观测几次, 这样可以校核观测, 并增加最后成果的精度。

### 10.2.2 系統誤差。星的选择

系統誤差的主要来源为:

測站的假設緯度的誤差  $d\varphi$ ;

星体天頂距观测值的系統誤差  $dz$ ;

錶面时观测值的系統誤差  $dT'$ ;

錶差的常差  $d\Delta T'$ 。

誤差  $d\varphi$  及  $dz$  影响于星体时角的計算值;

今以  $dt$  表示对时角由此發生的誤差。

微分 (X.3) 及 (X.5) 式, 并經一些簡化后得:

$$d\lambda = dT' + d\Delta T' - dt = dT' + d\Delta T' - \frac{\sec \varphi}{\tan \alpha} d\varphi - \frac{\sec \varphi}{\sin \alpha} dz.$$

当  $\alpha = 90^\circ$  或  $270^\circ$  时, 也就是說如果在卯酉 (东西) 圈上观测星体, 則  $d\varphi$  的影响为零。

于是上式变为:

$$d\lambda = dT' + d\Delta T' \mp \sec \varphi \cdot dz \left( \frac{\text{东}}{\text{西}} \text{星} \right)$$

对于單个天頂距观测, 可以在东西方向各观测一星, 然后按每星所算得的經度取其平均值, 这样便消除了这种系統誤差的影响。

平均經度的誤差为:

$$d\bar{\lambda} = dT' + d\Delta T' - \sec \varphi \cdot (dz_1 - dz_2)$$

上式中下指数 1 及 2 各表示东星和西星。

§ 8.4.2 中所提及的誤差  $dz$ , 系由大气折光而引起的誤差:  $f(h, p, t)$ 。將其代入上式便得:

$$d\bar{\lambda} = dT' + d\Delta T' - \sec \varphi \{f(h_1, p_1, t_1) - f(h_2, p_2, t_2)\}$$

上式括弧內之值在下列情形中將为零:

$h_1 = h_2$  或  $z_1 = z_2$ , 即当等高观测星体的时候;

$p_1 = p_2$  与  $t_1 = t_2$ , 即当决定折光影响的大气情况相同的时候。

由于上述的誤差很小, 所以这些要求無須完全滿足。因此我們观测恒星时, 可以稍离卯酉圈, 并且天頂距也可以略为不同。事实上, 如果观测多星时, 这也是不可能避免的。

从这些的考虑便得到下列的結論: 当观测星体的天頂距以决定經度的时候, 必須靠近卯酉圈, 在很短的时段內, 大約以相等的天頂距观测兩顆星, 一顆在东, 一顆在西。观测結果的算例 (Nr. 10) 附于本書后面。

很明显的可以看出, 用任何的选星方法都不可能消除掉  $dT'$  与  $d\Delta T'$  的影响。因此在

測定經度時，它們是嚴重的誤差來源。在 § 5.2.6 中曾提過  $dT$  的主要成分是：

計時鐘的常差；

停錶與記時儀的常差；

人差。

應用一種特殊的方法（超人差測微器）幾乎可以全部消除人差，但是平常土地測量師的儀器沒有這樣的配備，所以下列的步驟是必需的。

在進行某地區的外業觀測之前與結束之後，觀測者用同樣的儀器與方法測定某一參考站的經度。假設該參考站的經度  $\lambda_0$ 。已經從一等觀測中求得，那末這個經度和觀測者在外業前後所測定的經度  $\lambda_b$  及  $\lambda_a$  之差，即系於上述的人差，

$$d_b = \lambda_0 - \lambda_b \text{ (外業之前)}$$

$$d_a = \lambda_0 - \lambda_a \text{ (外業之後)}$$

將改正數：

$$d_i = d_b + \frac{N_i}{N} (d_a - d_b)$$

加在外業期間所測定的每站經度  $\lambda_i$  上去。上式中：

$N_i$  = 外業前測定人差的日期與外業中一經度站的測定日期之間的日數。

$N$  = 在外業前後舉行人差測定之間相隔的總日數。

很明顯的，用這樣的方法，則上述的常差以及人差的常數部分與均勻變化部分便可消除（參考 § 5.2.6）。

如果參考站的經度不能從一等觀測中求得，則可採用某些適當的數值（例如  $\lambda_0 = \lambda_b$ ）。這個數值的誤差顯然對於所有測站的經度的影響是相同的，但是它對於這些測站與參考站的經度差卻沒有影響。

人差的偶然部分不能用土地測量師的平常儀器來消除的。這就是為什麼一個測站的經度比它的緯度略為不可靠的主要原因。

### 10.2.3 計 算

在 § 10.2.1 中曾提起過，通常在實際上多次觀測一星以增加精度。此法可按下述方法之一以完成之：

(1) 設望遠鏡僅裝有一根水平橫絲：將望遠鏡連續地瞄準星體幾次，每次都讀取天頂距與錶面時。

(2) 設望遠鏡裝有幾根水平橫絲：將望遠鏡對準星體僅讀取一次天頂距，但觀測星影每次過每根橫絲的時刻。視橫絲的數目與所需要的精度而可任意地重複此法數次。

(1) 單獨一根水平橫絲

在此情形下有兩種計算方法：

(a) 從每個單獨的天頂距及其相應的錶面時用 § 10.2.1 中所述的公式以計算經度值。最後的經度便是這些數值的算術平均值。

此處必須着重指出在 (X.3) 式中所出現的量  $(\sin \varphi \sin \delta)$  與  $(\cos \varphi \cos \delta)$  在整個一系列的觀測中為一常數。這個公式與 (X.4) 相比較，便有着很大的實用上的方便，因為它不但可以適用於計算機的計算，而且也可以適合於對數的計算。

按上述的方法從每個觀測中可算出一經度值，於是對於所獲得的精度便可有一清楚的

概念。但如果采用方法(b)便沒有这种的便利了。

(b)用所观测的天頂距与錶面时的平均值按 § 10.2.1 的公式計算經度:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} [z_k] \text{ 及 } \bar{T} = \frac{1}{n} [T_k] \quad (k=1 \rightarrow n)$$

如果按前节所建議, 在卯酉圈上观测星体 ( $\alpha=90^\circ$  或  $270^\circ$ ), 則在 § 6.3 内所述的改正值  $\Delta z_3$  將为零。因此, 由于  $\cos \bar{\alpha}=0$ , 而  $C_3=0$ 。平均天頂距与平均錶面时便可設想为一对的虚拟观测。

## (2) 几根橫絲

应用經  $\Delta z_2$  改正后的天頂距与錶面时平均值按 § 10.2.1 中的公式計算經度:

$$z + \Delta z_2 \text{ 及 } \bar{T} = \frac{1}{N} [T_K] \quad (K=1 \rightarrow N)$$

改正数  $\Delta z_1$  (§ 6.2.1) 为零, 因为  $C_1=0$  ( $\cot \bar{\alpha}=0$ )。在 § 6.2.2 中我們对  $\Delta z_2$  已导出—公式:

$$\Delta z_2 = Q C_2 \frac{[m_K]}{N}$$

式中:

$N$  = 橫絲的数目

$$m_K = 2 \rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau_K$$

$$\tau_K = T_V - T_K$$

$T_V$  = 星体經過垂直豎絲时的錶面时刻

$T_K$  = 星体經過水平橫絲时的錶面时刻 ( $K=1 \rightarrow N$ )

$$C_2 = \frac{1}{2} \sin 2z (\sin \varphi - \cos \varphi \cos \alpha \cot z)^2$$

由于我們必須在卯酉圈上或靠近卯酉圈上观测星体, 因此  $C_2$  的公式便可化簡为:

$$C_2 = \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \sin 2z$$

$m_K$  可从本書后面附表 9 中查取, 而因子  $Q$  也可从附表 5 (第 84 頁) 查取。

如果在天頂距  $z=45^\circ$  的位置观测星体, 則有:

$$C_2 = \frac{1}{2} \sin^2 \varphi$$

$C_2$  是不难算得的。另外一个方法, 便是从列綫圖 8 (175 頁) 中令  $\alpha=90^\circ$  或  $270^\circ$  以讀取  $C_2$ 。

## 10.2.4 觀 測

設望遠鏡仅裝配一根水平橫絲:

1. 將望遠鏡大致对准星体, 使星影在視場中处于这样的位置, 即其移动方向指向視場中央。

2. 必要时, 用水平微动螺絲使豎絲随着星影移动, 使得星影在視場的中央过橫絲, 但在它过橫絲前数秒鐘, 即停止旋轉水平微动螺絲。

3. 在星影过橫絲的瞬刻, 立即讀記錶面时。

#### 4. 檢查豎盤的水准器，讀記天頂距。

在實際上，習慣于觀測八次為一組，望遠鏡在一組的中央可以倒鏡，也可以不倒鏡。如果不倒鏡的話，則整置豎盤水准器的誤差（指標差）必須在觀測之前測定（在白天），然後在計算中加以改正。

我們建議望遠鏡最好是不要倒轉，因為這樣觀測可以更加方便和更加迅速。就在每組的前後（如果需要時，也可以再在每組的中間讀記溫度和氣壓。

設望遠鏡裝配有几根橫絲

1. 與前同。

2. 在星影過豎絲與每根橫絲時讀記每次相應的錶面時刻。

3. 檢查豎盤水准器，並讀記天頂距。

如果需要，這個步驟可以重複幾遍，視所用的儀器所裝配橫絲的數目以及所需要的精度而定。根據同樣的考慮，可以決定是否要倒轉望遠鏡的問題。

在觀測之前與其後讀記空氣的溫度與壓力。

#### 10.2.5 精度計算

如果按 § 10.2.3 所述(1a)的方法計算觀測的結果，那末便有可能計算所能達到的精度（最好要計算）。這個計算與 § 8.2.5 所述者非常相似，可以參考；僅需要以  $\lambda$  代替  $A$  而已。所求得的中誤差  $m_\lambda$  即為經度的內中誤差；按 § 5.1.4 則外中誤差可按下式导出：

$$M_\lambda^2 = m_\lambda^2 + (q_m^2 + q'_m{}^2)m_{\Delta T_0}^2$$

#### 10.2.6 精度估算

設將誤差傳播定律應用於(X.5)，則按一組的單星多次觀測所測定的經度的內中誤差的平方為：

$$m_\lambda^2 = \frac{1}{n}(m_T^2 + m_i^2)$$

至於觀測其他一星體測定經度的中誤差也是一樣的，因此，最後成果  $\lambda$  的內中誤差的平方為：

$$m_\lambda^2 = \frac{1}{2n}(m_T^2 + m_i^2)$$

于是從 § 5.1.4 可知外中誤差的平方為：

$$M_\lambda^2 = \frac{1}{2n}(m_T^2 + m_i^2) + (q_m^2 + q'_m{}^2)m_{\Delta T_0}^2 \quad (\text{X.6})$$

式中：

$m_T$  = 讀取時計或記時器的中誤差，包括時計錶速的平均變化，

$m_{\Delta T_0}$  = 按無線電時號測定錶差的中誤差，

$m_i$  = 星體時角的中誤差。

應用誤差傳播定理於(X.3)式，則上述的最后一中誤差可以用觀測高度的中誤差表示之：

$$m_h^2 = m_z^2 \frac{\sec^2 \varphi}{\sin^2 \alpha} = \left( m_4^2 + \frac{1}{N} m_5^2 \right) \frac{\sec^2 \varphi}{\sin^2 \alpha}$$

式中:

$m_4$  = 讀取天頂距的中誤差,

$m_5$  = 垂直瞄准星体的中誤差,

$N$  = 水平橫絲的数目。

將此代入(X.6)式, 并令  $\alpha = 90^\circ$  或  $270^\circ$  (星体在卯酉圈上), 然后乘以  $\cos^2 \varphi$ , 最后便得:

$$M_{\bar{\lambda} \cos \varphi}^2 = \frac{1}{2n} m_1^2 \cos^2 \varphi + \frac{1}{2n} \left( m_4^2 + \frac{1}{N} m_5^2 \right) + (q_m^2 + q'_m{}^2) \cos^2 \varphi m_{\Delta T_0}^2$$

下表系用第七章中所給出的数据計算的, 并假設:

$n = 8$  (每顆星观测八次)

$N = 1$  (只有一根橫絲)

$m_T = 0.07^s = 1''.0$  (記时仪)

$q_m = q'_m = \frac{1}{2}$  (在兩次收听时号之間的平均观测時間)

$m_{\Delta T_0} = 0.03^s = 0''.45$ :

$\varphi$	A 型		B 型	
	$M_{\bar{\lambda} \cos \varphi}$	$M_{\bar{\lambda}}$	$M_{\bar{\lambda} \cos \varphi}$	$M_{\bar{\lambda}}$
$0^\circ$	$0''.9$	$0.06^s$	$0''.06$	$0.04^s$
15	0.9	0.06	0.6	0.04
30	0.8	0.07	0.5	0.04
45	0.8	0.08	0.5	0.05
60	0.8	0.09	0.5	0.07

令:

$n = 1$  (瞄准星体仅一次)

$N = 9$  (九根橫絲)

其他数据同上, 則有:

$\varphi$	B 型	
	$M_{\bar{\lambda} \cos \varphi}$	$M_{\bar{\lambda}}$
$0^\circ$	$0''.9$	$0.06^s$
15	0.9	0.06
30	0.8	0.06
45	0.7	0.07
60	0.6	0.08



## 第十一章 經度与緯度的測定

### § 11.1 概 述

某一星体的天頂距，为該星的坐标、測站的坐标以及觀測的格林威治时刻等的函数。因此，我們便有可能从觀測兩顆以上星体的天頂距以及每次觀測的相应格林威治时刻来求出測站的坐标（緯度与經度）。至于每次觀測的相应格林威治时刻，可間接的从目測或用仪器記錄觀測錶面时以及用無線电时号所确定的对于格林威治时刻的錶差来求得。

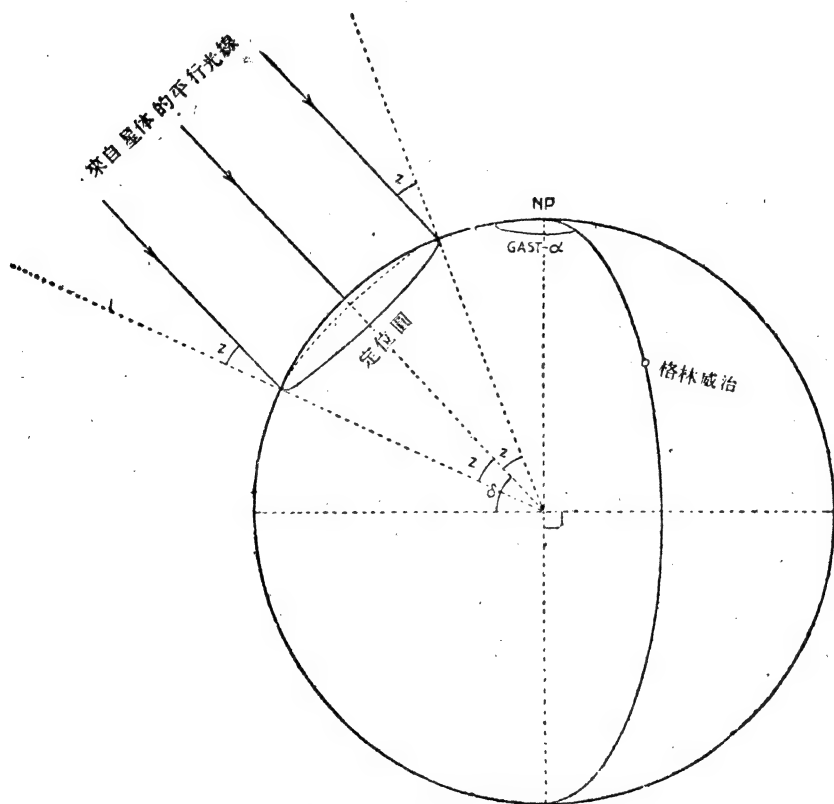


圖 58. 經緯度的測定。定位圓

圖 58 說明這個問題。在某一特別時刻，某一顆星對於地面上任意一點具有某一一定的天頂距，則這些在地面上的點子的軌跡為一小圓，名為定位圓。此圓心名為在地球上的星下點①，也就是緯度等於該星的赤緯以及經度等於 G.A.S.T. 減去該星的赤經的點子。此圓的半徑等於該星的天頂距。

顯然，兩顆星的定位圓便可確定天文觀測站的位置，此測站必為兩圓交點之一。由於在

①此系譯者按航海天文學上常用的名詞“Substellar point”附加上去的——譯者註。

实际計算中总是知道測站的近似坐标，而且所觀測的星体也多于兩顆，因此便沒有困难決定这两个交点中哪一个是所求的。

这个方法叫做多星天頂距測定經緯度法。

如果以相等的天頂距觀測諸星（在此情形中，当每顆星到达某一固定天頂距时，觀測者确定其相应的格林威治时刻）就無需知道准确的天頂距，我們可以把它看作是加入于問題中的一个附加的未知数，于是总共有三个未知数，因此必須至少觀測三顆星。

这个方法为高斯所發明，并名为多星等高測定經緯度法，或測定經緯度的高斯方法。

这两种方法將分述于下列各节中。基本的公式为：

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (\text{XI.1})$$

$$t = \text{L.A.S.T.} - \alpha = \text{L.M.S.T.} + n - \alpha$$

或

$$t = t^G - \lambda \quad (\text{XI.2})$$

其中：

$$t^G = \text{G.M.S.T.} + n - \alpha = T' + \Delta T' + n - \alpha$$

$T'$  为觀測的錶面时， $\Delta T'$  为对于 G.M.S.T. 的錶差。

將 (XI.2) 式代替 (XI.1) 式中的  $t$ ，遂得：

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t^G - \lambda)$$

## § 11.2 觀測多星的天頂距同时測定經緯度法

### 11.2.1 觀測值的化算

上节末的公式証实了 § 11.1 中所述的关于觀測兩顆星的天頂距是必要而充分的定理。因此就有了两个解得  $\varphi$  及  $\lambda$  的方程式。

如果觀測了兩顆以上的星，并且对于每顆星进行  $N$  次的觀測 ( $N > 1$ )，那末精度可以提高。詳細的方法已載于 § 10.2.3 中，今再重述如下：

(1) 設望遠鏡仅裝置一根橫絲：將望遠鏡对每顆星順次地照准几次，并于每次照准时讀取天頂距及錶面时。

(2) 設望遠鏡裝配有几根橫絲：对于每顆星望遠鏡仅照准一次，且亦仅讀一次天頂距，但是要觀測星影經過每根橫絲的各个相应时刻。如果需要，可重复此法，直至达到所需要的精度为止。

我們認為望遠鏡不必倒轉，这样可以加速觀測，也無需重新找星。在此情形中，豎盤指标差必須在觀測前測定（最好在白天），然后在計算中加以改正。

#### (1) 一根橫絲

測站的位置，是从每顆星經  $\Delta z_3$  改正后的天頂距的平均值及錶面时的平均值計算出来；

$$\bar{z}' = \frac{1}{n} [z_k] + \Delta z_3 \quad \bar{T} = \frac{1}{n} [T_k] \quad (k=1 \rightarrow n) \quad (\text{XI.3})$$

在 § 6.3 中我們导出  $\Delta z_3$  的公式：

$$\Delta z_3 = C_3 \frac{[m_k]}{n}$$

$n$  = 觀測星体的次数

$$m_k = 2 \rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau_k$$

$$\tau_k = T'_k - \bar{T}$$

$$C_3 = \cos^2 \varphi \cos \bar{a} (\tan \varphi - \cos \bar{a} \cot z)$$

設  $z = 45^\circ$ ，則因子  $C_3$  可以从列綫圖 9（第 176 頁）中讀取，因此，建議以采用此天頂距為方便。

## (2) 几根橫絲

測站的位置可从經  $\Delta z_1$  及  $\Delta z_2$  改正后的各天頂距及其相应的錶面時平均值中算得：

$$\bar{z}' = z + \Delta z_1 + \Delta z_2 \quad \bar{T} = \frac{1}{N} [T_K] \quad (K=1 \rightarrow N)$$

$\Delta z_1$  及  $\Delta z_2$  的公式已在 § 6.2.1 及 § 6.2.2 中导出：

$$\Delta z_1 = C_1 \frac{[dz_K^2]}{2N\rho} \quad \Delta z_2 = QC_2 \frac{[m_K]}{N}$$

設  $z = 45^\circ$ ，則因子  $C_1$  及  $C_2$  可从列綫圖 7（174 頁）或列綫圖 8（175 頁）中讀取，于此我們再度建議按  $45^\circ$  的天頂距觀測星體。

必須注意到  $\frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$  对于所用的仪器为一常数（第六章）。 $m_K$  可以从附表 9 中查取（166, 167 頁）。

如果觀測的程序重复几次，如第一法所述。在此情形中，显然所有的三个改正数  $\Delta z_1$ ， $\Delta z_2$  及  $\Delta z_3$  都加入計算，同时：

$$\bar{T} = \frac{1}{nN} [T_{K,k}] \quad (\text{XI.4})$$

## 11.2.2 解析平差法（数值平差法）

参照上节所得的結果，(XI.1)式可写成下列形式：

$$\cos \bar{z}' = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (\bar{t}^G - \lambda)$$

$$\text{式中:} \quad \bar{t}^G = \bar{T} + \Delta T + n - \alpha \quad (\text{XI.5})$$

由于直接解算不切实用，故上列方程式須化为直綫形式。今假設經緯度的近似值各为  $(\lambda_0)$  及  $(\varphi_0)$ ，該值可从地圖上讀取，或者用临时的天文或大地的觀測来測定。

$$\begin{aligned} \text{令:} \quad \varphi &= \varphi_0 + \Delta\varphi \\ \lambda &= \lambda_0 + \Delta\lambda \end{aligned}$$

$\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$  可設想为問題中的新未知数。將此式代入上列公式中，將其展开为級数，并略去二次以上的各項，遂得：

$$\cos \bar{z}' = \cos z' + \Delta\varphi \sin z' \cos \alpha' - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin z' \sin \alpha' \quad (\text{XI.6})$$

$$\text{上式中令:} \quad \cos z' = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (\bar{t}^G - \lambda_0) \quad (\text{XI.7})$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha' \sin z' &= \cos \varphi_0 \sin \delta - \sin \varphi_0 \cos \delta \cos (\bar{t}^G - \lambda_0) \\ -\sin \alpha' \sin z' &= \cos \delta \sin (\bar{t}^G - \lambda_0) \end{aligned} \quad (\text{XI.8})$$

显然  $(z')$  及  $(\alpha')$  为球面三角形的元素，該三角形的兩边为  $(90^\circ - \varphi_0)$  及  $(90^\circ - \delta)$ ，而此兩边的夾角便是  $(\bar{t}^G - \lambda_0)$ 。此三角形与該星平位置的三角形（圖 59）相差很小，因此差数：

$$z' - \bar{z}' = \Delta \bar{z} \quad (\text{XI.9})$$

为一微小之量，故可写出下式：

$$\cos \bar{z}' = \cos(z' - \Delta \bar{z}) = \cos z' + \Delta \bar{z} \sin z'$$

將上式代入(Ⅺ.6)中, 經簡化后得:

$$\Delta\varphi \cos \alpha' - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin \alpha' = \Delta\bar{z}$$

$\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$  可以从两个这样的方程式中解出, 每个方程式相当于观测一顆星。

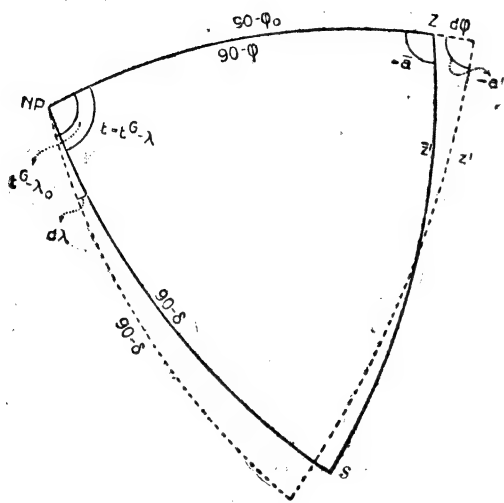


圖 59. 經緯度的測定。近似經緯度

实际上, 常是观测兩顆以上的星体( $s > 2$ )以資校核, 提高成果的精度, 并消除某些系統誤差。在这种情况下,  $\Delta\bar{z}$  必須視為虚拟的观测值应用最小二乘法进行平差。令  $v$  为这些虚拟观测值的改正数, 对以下指数  $i = 1 \rightarrow s$  以表示所观测的每顆星, 則有:

$$\Delta\varphi \cos \alpha'_i - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin \alpha'_i = \Delta\bar{z}_i + v_i \quad (\text{Ⅺ.10})$$

上述虚拟观测值的权可导出如下。今考虑最普遍的情形:  $N > 1$ ,  $n > 1$ , 若令  $N$  或  $n$  为 1, 則所得的公式可应用于其他情形。

將誤差傳播定律应用于 (Ⅺ.9 及 7) 同 (Ⅺ.3) 諸式中, 則得:

$$m_{\Delta\bar{z}}^2 = m_z^2 + m_{z'}^2$$

$$m_{z'}^2 = m_i^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \alpha'$$

$$m_{z'}^2 = \frac{1}{n} m_z^2$$

因此:

$$m_{\Delta\bar{z}}^2 = m_i^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \alpha' + \frac{1}{n} m_z^2 \quad (\text{Ⅺ.11})$$

將誤差傳播定律应用于 (Ⅺ.5 及 4) 兩式中, 并按 § 5.1.4 略去  $\Delta T$ , 則得:

$$m_{iG}^2 = m_T^2 = \frac{1}{nN} m_T^2.$$

此外另有:

$$m_z^2 = m_4^2 + \frac{1}{N} m_5^2 = m_4^2 + \frac{4900}{Nv^2}$$

上式中:  $m_4$  = 讀天頂距的中誤差, 包括豎盤水准泡居中的誤差。

$m_5$  = 垂直对准●星体的中誤差。

$v$  = 望遠鏡的放大倍数。

今引进一个数量  $v'$ , 名为虚拟放大率, 其理由將述于后。令

$$m_z^2 = m_4^2 + \frac{4900}{Nv'^2} = \frac{4900}{Nv'^2} \quad (\text{Ⅺ.12})$$

將这些結果代入(Ⅺ.11)式中, 令  $m_T = 0.07'' = 1''.05$ , 并附加下指数  $i$ , 遂得:

$$m_{\Delta\bar{z}_i}^2 = \frac{1}{nN} \left( 1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \alpha'_i + \frac{4900}{v'^2} \right)$$

因此  $\Delta\bar{z}_i$  的权为:

●垂直对准是指上下方向的对准——譯者註。

$$g_i = \frac{m^2 n N}{1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'_i + \frac{4900}{v'^2}}$$

上式中  $m^2$  为一自由因子，权是与中误差的平方成反比的。若用  $v'$  代替  $v$ ，便不难自列綫圖 13（180 頁）讀出該权之值。如果虚拟放大率之值，則各权之間的差別显然也变小，在很多的情形中，可以允許近似地应用等权 ( $g_i = 1$ )。

列綫圖是按  $m^2 = \frac{10}{nN}$  而繪的。

从 (Ⅺ.12) 式可导出：

$$v'^2 = \frac{4900 v^2}{4900 + N_4^2 v^2}$$

对于 A 型 ( $m_4 = 1''.8$ ,  $v = 28$ ) 或 B 型 ( $m_4 = 0''.4$ ,  $v = 40$ ) 的仪器，虚拟放大率 ( $v'$ ) 按各种  $N$  值計算出来，并列于右表：

从改正方程式 (Ⅺ.10) 导出法方程式：

$$\begin{aligned} A \Delta \varphi - B \Delta \lambda \cos \varphi_0 &= G \\ -B \Delta \varphi + C \Delta \lambda \cos \varphi_0 &= -H \end{aligned}$$

上式中：

$$\begin{aligned} A &= [g_i \cos^2 a'_i] & G &= [g_i \Delta \bar{z}_i \cos a'_i] \\ B &= [g_i \cos a'_i \sin a'_i] & H &= [g_i \Delta \bar{z}_i \sin a'_i] \\ C &= [g_i \sin^2 a'_i] \end{aligned}$$

类 型	A.	B				
$N$	1	1	3	5	7	9
$v'$	23	39	37	36	34	33

解上列法方程式則得：

$$\Delta \varphi = \frac{CG - BH}{AC - B^2}; \quad \Delta \lambda \cos \varphi_0 = \frac{BG - AH}{AC - B^2} \quad (\text{Ⅺ.13})$$

最后：

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta \varphi \text{ 及 } \lambda \cos \varphi_0 = \lambda_0 \cos \varphi_0 + \Delta \lambda \cos \varphi_0$$

在上列諸方程式中的方位角 ( $a'_i$ ) 可按 (Ⅺ.8) 式計算：

$$-\sin a'_i = \frac{\cos \delta_i \sin (\bar{t}^G - \lambda_0)}{\sin z'_i}$$

本書末附有实际算例 (Nr. 11)。

### 11.2.3 精度計算

在求出  $\Delta \varphi$  与  $\Delta \lambda$  之后，按 (Ⅺ.10) 式計算  $v_i$ 。从而計算單位权虚拟觀測值的中误差的平方：

$$m^2 = \frac{[g_i v_i^2]}{n - 2}$$

緯度  $\varphi$  中误差的平方与  $\lambda \cos \varphi_0$  的內中误差的平方为：

$$m_\varphi^2 = m^2 Q_{11}; \quad m_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m^2 Q_{22}$$

在这些公式中的权数，可以下列的权方程式中解出：

$$\begin{aligned} A Q_{11} - B Q_{12} &= 1 & A Q_{12} - B Q_{22} &= 0 \\ -B Q_{11} + C Q_{12} &= 0 & -B Q_{12} + C Q_{22} &= 1 \end{aligned}$$

其解答为:

$$Q_{11} = \frac{C}{AC - B^2}; \quad Q_{12} = \frac{B}{AC - B^2}; \quad Q_{22} = \frac{A}{AC - B^2}.$$

根据 § 5.1.4.  $\lambda \cos \varphi_0$  的外中误差的平方为:

$$M_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m_{\lambda \cos \varphi_0}^2 + (q_m^2 + q'_m{}^2 \cos^2 \varphi_0) \cdot m_{\Delta T_0}^2.$$

#### 11.2.4 图解平差法 (定位线法)

设令:

$$\Delta \varphi = \frac{y_c}{\mu} \text{ 及 } \Delta \lambda \cos \varphi_0 = -\frac{x_c}{\mu} \quad (\text{XI.14})$$

上式中  $\mu$  为一参量, (XI.10) 式可写为:

$$x_c \sin a'_i + y_c \cos a'_i = \mu (\Delta \bar{z}_i + v_i)$$

将此式与下式相比较:

$$x \sin a'_i + y \cos a'_i = \mu \Delta \bar{z}_i$$

若  $x$  与  $y$  为直角坐标, 则此方程式在解析几何学中代表一条直线。因此共有  $s$  条线, 每条线相当于所观测的一颗星。在计算了  $a'_i$  与  $\Delta \bar{z}_i$ , 并选择了一对坐标轴之后, 便可 (最好在方格线上) 绘上这些线。①

从上述公式可知, 若观测无误差, 则坐标为  $x_c$  及  $y_c$  的  $C$  点必位于每条线上; 理论上说,  $C$  必为所有这些线的交点。但实际上观测误差不会为零 ( $v_i \neq 0$ ), 因此这些线不会相交在一个点上。所以  $C$  点必须用目估法在这些线之间来找出。按此法确定  $C$  点位置之后, 其坐标  $x_c$  与  $y_c$  可读出, 并按 (XI.14) 式计算  $\Delta \varphi$  与  $\Delta \lambda$ 。

为便利起见, 在所有  $\Delta \bar{z}_i$  上加一自由常数  $c$ ; 此值须选得够大, 以便所有  $(\Delta \bar{z}_i + c)$  之值为正。

显然, 这些线 (定位线):

$$x \sin a'_i + y \cos a'_i = \mu (\Delta \bar{z}_i + c)$$

将平行于原定位线, 并与其相距  $c$ 。它们也大约与一圆相切, 此圆的半径为  $c$ , 圆心在  $C$  处。当这些定位线绘上之后, 便不难用目估法确定该圆的位置。

简易的方法, 便是在另一张的透明纸上绘一圆, 其半径为  $c$ , 然后将此透明纸放在绘有定位线的图纸上移动, 直至所有的定位线尽量与此圆相切为止。

如果觉得此圆对于所有的定位线均不适合, 嫌大或嫌小, 这便说明有天顶

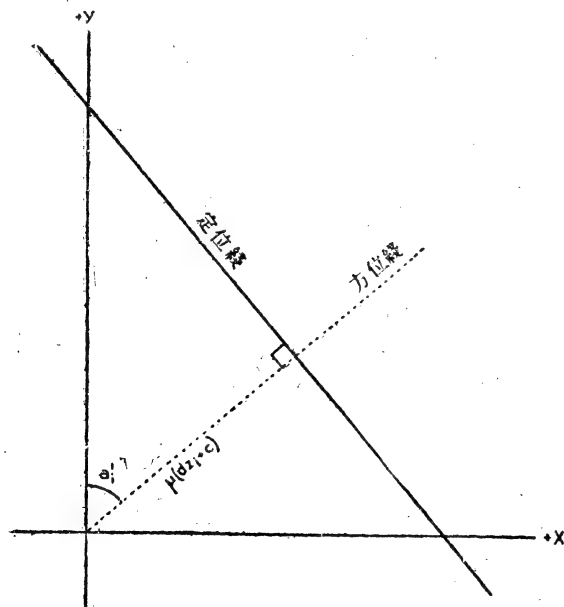


图 60. 经纬度的测定。方位线与定位线

①可以看出这些线原来就是 § 11.1 中所述的定位圆的微小弧段, 这些弧段的曲率被忽视。

距的常差。然而，平常天頂距的誤差不会过大，所以仍然可以用該圓来定位，否則必須改变圓的大小。

在繪上一对坐标軸之后（圖 60），画一条細的虛綫与  $y$  軸夾成  $\alpha'_i$  角（所謂方位綫），在每根方位綫上截取相应的長度  $\mu(\Delta \bar{z}_i + c)$ ， $\mu$  数值的選擇，以能使作圖的比例尺方便为宜，例如  $\mu = 1 \text{ mm}/1''$  或  $\mu = 2 \text{ mm}/1''$ 。在截取的長度端点上做一根定位綫垂直于方位綫。

本書末附有实际算例(Nr.12)。

圖解法的精度当然受着不可避免的作圖誤差的影响，根据大量观测成果比較之后，我們得出結論認為：由于圖解誤差而获得的經緯度 ( $\lambda, \varphi$ ) 的中誤差，等于由观测誤差而得到的經緯度的中誤差（作圖比例尺  $1 \text{ mm}/1''$ ）。

### 11.2.5 星的选择。精度估算

关于用等高观测确定經緯度的选星理論，詳述于 § 11.3.6 中，可資參考。这个理論也可以适用于任意天頂距測定經緯度法，只要將  $v$  代以  $v'$ ，將  $N$  代以  $nN$ （参考 149 頁上的脚註）。从这个理論得到一个特殊的应用，茲扼要叙述如下：

§ 11.3.6 中規定选星时应每組选四顆，每組中的星体又須与子午圈及卯酉圈成对称。因此，一組中应在子午圈和卯酉圈之間每象限包含一顆星。其方位角各为：

$$\alpha_1, 180^\circ - \alpha_1, 180^\circ + \alpha_1, 360^\circ - \alpha_1$$

$\alpha_1$  为第一象限內（北与东之間）星体的方位角，名之为一組的方位幅。

关于所需要观测的星体数目的估算方法以及寻找出滿足上述情况的星体的方法，亦將述于 § 11.3.6 中。

如果用任意天頂距法測定經緯度，則問題較為簡單，在許多情形中，观测一組（包括四顆星）也就够了，因为在理論上可以对每顆星进行很多次数的观测。

下表列載每一單獨观测組的方位幅限度，这是根据上述理論来計算的， $m_p$  为測站位置的允許誤差。

表 12a

單獨一組的方位幅限度			
A 型			$m_p = 1.0''$
$\varphi_0$	$N$	$n$	$\alpha'$
0°	1	6	$46^\circ \pm 3^\circ$
60			$45 \pm 5$
B 型			$m_p = 1.0''$
$\varphi_0$	$N$	$n$	$\alpha'$
0	1	3	$45 \pm 10$
60			$45 \pm 13$
0	3	1	$45 \pm 8$
60			$45 \pm 11$

表 12b

單獨一組的方位幅限度					
B 型			$m_p = 0.5''$		
$\varphi_0$	$N$	$n$	$\alpha'$	$n$	$\alpha'$
0°	3	4	$52^\circ \pm 2^\circ$	5	$50^\circ \pm 8^\circ$
60			$46 \pm 10$		$45 \pm 15$
0				3	$50 \pm 6$
37	5	2	$49 \pm 0$		
60			$46 \pm 4$		$46 \pm 13$
0	7	2	$51 \pm 2$	3	$49 \pm 12$
60			$46 \pm 10$		$46 \pm 17$
0	9	2	$50 \pm 7$		
60			$46 \pm 14$		

例：

設測站的近似緯度  $\varphi_0 = 52^\circ$ ，应用 B 型仪器，水平絲的数目  $N = 5$ ，測站精度要求为

$m_p = 0.5''$ 。

由表查得每顆星的观测数目为  $n=2$  或  $n=3$ 。

当  $n=2$  时: 若  $\varphi_0 = 37^\circ$ , 則  $\alpha' = 49^\circ \pm 0^\circ$

若  $\varphi_0 = 60^\circ$ , 則  $\alpha' = 46^\circ \pm 4^\circ$

因此按內插法, 若  $\varphi_0 = 52^\circ$ , 則  $\alpha' = 47^\circ \pm 3^\circ$ 。

当  $n=3$  时: 若  $\varphi_0 = 0^\circ$ , 則  $\alpha' = 50^\circ \pm 6^\circ$

若  $\varphi_0 = 60^\circ$ , 則  $\alpha' = 46^\circ \pm 13^\circ$

因此按內插法, 若  $\varphi_0 = 52^\circ$ , 則  $\alpha' = 47^\circ \pm 12^\circ$ 。

显然, 在第二种情况中, 方位幅限度的間隔 ( $24^\circ$ ) 比第一种情况大 ( $6^\circ$ ); 也就是說便于选星。

### 11.2.6 系統誤差

系統誤差的主要来源是:

(a) 由于異常的折光而引起的天頂距系統誤差  $d\bar{z}$ 。

因为  $d\bar{z}$  与  $\bar{z}$  之間的关系通常是不知道的, 最好的方法就是观测大約等高的星体; 此时天頂距的系統誤差將固定不变。

(b) 由于人差等等而引起的錶面时的常差  $dI'$ 。

不难算出这些誤差对于  $\Delta\bar{z}_i$  的影响  $d\Delta\bar{z}_i$ 。

由于:

$$\Delta\bar{z}_i = z'_i - \bar{z}_i$$

遂有:

$$d\Delta\bar{z}_i = dz'_i - d\bar{z}$$

將(Ⅺ.7及5)式加以微分, 并改化后得:

$$dz'_i = -dT' \cos \varphi_0 \sin \alpha'_i$$

將此式代入上式, 遂得:

$$d\Delta\bar{z}_i = -dT' \cos \varphi_0 \sin \alpha'_i - d\bar{z} \quad (\text{Ⅺ.15})$$

如果根据 § 11.2.4 进行选星, 則可近似地得:

$$B = [g_i \cos \alpha'_i \sin \alpha'_i] = 0$$

$$[g_i \sin \alpha'_i] = [g_i \cos \alpha'_i] = 0$$

將前一式代入(Ⅺ.13)中, 并將其結果加以微分; 參看前式, 遂得:

$$d\Delta\varphi = \frac{[g_i d\Delta\bar{z}_i \cos \alpha'_i]}{[g_i \cos^2 \alpha'_i]}$$

$$d\Delta\lambda \cos \varphi_0 = \frac{[g_i d\Delta\bar{z}_i \sin \alpha'_i]}{[g_i \sin^2 \alpha'_i]}$$

將(Ⅺ.15)式代入, 最后得:

$$d\varphi = d\Delta\varphi = 0$$

$$d\lambda \cos \varphi_0 = d\Delta\lambda \cos \varphi_0 = -dT' \cos \varphi_0$$

因此遂有:

(1) 天頂距的系統誤差既不影响緯度, 也不影响經度。

(2) 記时的常差全部影响到經度上去, 但对于緯度則無影响。



## § 11.3 多星等高法測定經緯度(高斯方法)

### 11.3.1 解析平差法

高斯曾設計一个不同于上节所述的方法；他不观测各星体的天頂距及其相应的錶面时，而观测当所选择的各星体到达了某一固定但屬未知的天頂距的瞬刻，讀記其相应的錶面时，这个天頂距便当做一个未知数加入到計算的程序中。因此共有三个未知数：測站的經度、緯度和天頂距；所以最少必須观测三顆恒星。

高斯方法的实际应用需要一架配备有某一固定天頂距的仪器。显然，一架附有豎盤的普通經緯仪也适合于这个目的；我們可以把它安置在任何我們所需要的天頂距上。然而如果应用一架特殊的仪器，例如一架  $30^\circ$  或  $45^\circ$  天頂距的等高仪，可能更加方便些。

我們从公式(Ⅺ.9)开始：

$$\Delta z = z' - \bar{z}$$

其中：

$$\bar{z}' = \bar{z} + \Delta z_1$$

因此：

$$\Delta \bar{z} = z' - \bar{z} - \Delta z_1 \quad (\text{Ⅺ.16})$$

$z'$  为相当于所設的經緯度  $\lambda_0$  及  $\varphi_0$  的天頂距：

$$\cos z' = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos(\bar{t}^G - \lambda_0) \quad (\text{Ⅺ.17})$$

上式中：

$$\bar{t}^G = \bar{T} + \Delta T + n - \alpha \quad (\text{Ⅺ.18})$$

$$\bar{T} = \frac{1}{N} [T_K] \quad (K=1 \rightarrow N) \quad (\text{Ⅺ.19})$$

$\bar{z}$  为等高仪的标准天頂距，而  $\Delta z_1$  为加于标准天頂距上的改正值，使其相当于  $\bar{T}$ 。

在 § 6.2.1 中載有  $\Delta z_1$  的公式：

$$\Delta z_1 = C_1 \frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$$

式中：  $N$  = 每顆星的观测数目。

$dz_K$  = 标准天頂距与恒星在某一观测瞬刻的天頂距之差 ( $K=1 \rightarrow N$ )。

$$\rho = 206265''$$

$$C_1 = \cot a (\tan \varphi \operatorname{cosec} \bar{a} - \cot \bar{a} \cot \bar{z})$$

$C_1$  可以从下列的列綫圖中讀取：

对于摆式等高仪可用列綫圖 6 (第 173 頁)，

对于  $45^\circ$  等高仪可用列綫圖 7 (第 174 頁)，

量  $\frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$  对于所用的仪器为一常数，对于摆式等高仪其值为  $0''.22$ ，对于稜鏡等高仪則为  $0''.23$ ，精确的数值附載于上述的仪器中。

本节的概述中曾提到將  $\bar{z}$  視为一未知数。但若假設天頂距为  $z_0$ ，它与  $\bar{z}$  仅略有一些不同，則 (Ⅺ.16) 式可以写为：

$$\Delta \bar{z} = \Delta z' + \Delta z$$

式中：

$$\Delta z' = (z' - z_0) - \Delta z_1, \quad (\text{Ⅺ.20})$$

$$\Delta z = z_0 - \bar{z}$$

將上式引进 (Ⅺ.10) 式中，則得：

$$\Delta\varphi \cos a'_i - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin a'_i - \Delta z = \Delta z'_i + v_i \quad (\text{X.21})$$

$\Delta z'_i$  視為虛拟觀測值，按最小二乘法原理， $v_i$  為其改正值。

為要確定這些虛拟觀測值的權，則必須先考慮那一個是真實的觀測量：很显然，這就是儀器所表示的天頂距與恒星的天頂距之間的零差( $dz$ )<sup>①</sup>。相對於零差的時角，

$$dt = \frac{1}{\cos \varphi_0 \sin a'} dz.$$

將此零差加到 (X.17) 式中的時角，則得：

$$\cos z' = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (\bar{t}^G + dt - \lambda_0)$$

從這些公式，我們應用了誤差傳播定律後，便導得：

$$m_{dt}^2 = \frac{1}{\cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'} m_{dz}^2$$

$$m_{z'}^2 = (m_{t^G}^2 + m_{dt}^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'$$

因而：

$$m_{z'}^2 = m_{t^G}^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a' + m_{dz}^2.$$

從 (X.18 及 19) 及 (X.20) 諸式，我們求得：

$$m_{t^G}^2 = \frac{1}{N} m_T^2 \text{ 及 } m_{\Delta z'}^2 = m_{z'}^2,$$

將上式代入前式，並令

$$m_{dz}^2 = \frac{1}{N} m_5^2 = \frac{1}{N} \left( \frac{70''}{v} \right)^2$$

$$m_T = 0.07^s = 1'' \ 05$$

遂得(附加下指數  $i=1 \rightarrow s$ ):

$$m_{\Delta z'_i}^2 = \frac{1}{N} \left( 1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'_i + \frac{4900}{v^2} \right)$$

故 ( $\Delta z'_i$ ) 的權為：

$$g_i = \frac{m^2}{m_{\Delta z'_i}^2} = \frac{m^2 N}{1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'_i + \frac{4900}{v^2}} \quad (\text{X.22})$$

式中  $m$  為一自由常數，而權則與中誤差的平方成反比。

若  $g_i = 1$  則有： $m^2 = m_{\Delta z'_i}^2$

這就證明了  $m$  可以作為單位權虛拟觀測值的中誤差。

這些權的數值可以從列綫圖 13 (第 180 頁) 中直接讀出，該列綫圖系根據  $m^2 = \frac{10}{N}$  而繪制的。

令  $\varphi_0 = 0^\circ$ ， $a'_i = 90^\circ$  及  $0^\circ$  為例，則得：

當  $v = 28$  時： $g_i = 1.34$  及  $1.58$

當  $v = 80$  時： $g_i = 5.3$  及  $12.9$

① 設觀測某二量之差，若其值為零，則此特殊的數值名為零差。零差僅近似為零，因為它受觀測誤差的影響——譯者註。

由此可知，如果放大率小时，可以采用等权（通常实用上  $g_i=1$ ），但若望远镜的放大率很大时，则必须应用不同的权了。

法方程式为：

$$\begin{aligned} A\Delta\varphi - B\Delta\lambda \cos \varphi_0 - D\Delta z &= G \\ -B\Delta\varphi + C\Delta\lambda \cos \varphi_0 + E\Delta z &= -H \\ -D\Delta\varphi + E\Delta\lambda \cos \varphi_0 + F\Delta z &= -K \end{aligned}$$

上式中：

$$\left. \begin{aligned} A &= [g_i \cos^2 a'_i] & D &= [g_i \cos a'_i] & G &= [g_i \Delta z'_i \cos a'_i] \\ B &= [g_i \cos^2 a'_i \sin a'_i] & E &= [g_i \sin a'_i] & H &= [g_i \Delta z'_i \sin a'_i] \\ C &= [g_i \sin^2 a'_i] & F &= [g_i] & K &= [g_i \Delta z'_i] \end{aligned} \right\} \quad (\text{X.24})$$

消去  $\Delta z$  后我们便得到所谓约化方程式：

$$\begin{aligned} A'\Delta\varphi - B'\Delta\lambda \cos \varphi_0 &= G' \\ -B'\Delta\varphi + C'\Delta\lambda \cos \varphi_0 &= -H' \end{aligned}$$

式中：

$$\begin{aligned} A' &= A - \frac{D^2}{F} & G' &= G - \frac{DK}{F} \\ B' &= B - \frac{DF}{F} & H' &= H - \frac{EK}{F} \\ C' &= C - \frac{E^2}{F} \end{aligned}$$

从上式可以看出，约化法方程式的系数可以由下法自动地写出：

(1)略去(X.21)改正方程式中的  $(-\Delta z)$  项，并

(2)在这些改正方程式上附加下列方程式：

$$\Delta\varphi D - \Delta\lambda \cos \varphi_0 E = K$$

并给以一个虚拟的权  $-\frac{1}{F}$ 。

解约化法方程式得：

$$\Delta\varphi = \frac{C'G' - B'H'}{A'C' - B'^2}; \quad \Delta\lambda \cos \varphi_0 = \frac{B'G' - A'H'}{A'C' - B'^2}.$$

总结：

计算：从观测的錶面时计算  $\bar{T}$ ；

假设：近似值  $\varphi_0$ 、 $\lambda_0$  及  $z_0$ ；

解算： $\bar{t}_i^G = \bar{T}_i + \Delta T + n - \alpha_i$

$$\cos z'_i = \sin \varphi_0 \sin \delta_i + \cos \varphi_0 \cos \delta_i \cos(\bar{t}_i^G - \lambda_0)$$

$$\Delta z'_i = z'_i - z_0 - \Delta z_1$$

$$\sin a'_i = -\frac{\cos \delta_i}{\sin \bar{z}} \sin(\bar{t}_i^G - \lambda_0).$$

另一方面，方位角  $a'_i$  可从列綫圖 14 ( $\bar{z}=30^\circ$ ) 或列綫圖 15 ( $\bar{z}=45^\circ$ ) (第 181 頁或 182 頁) 上讀取；

組成：約化法方程式，并从約化法方程式

解出： $\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$ ；

最后:  $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$ ,  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ .

如果所設的数值  $\varphi_0$  及  $\lambda_0$  不大可靠 (例如地圖質量不佳, 因而所讀得的近似值也不精确), 那末最好先从所观测的一组四颗星 (最好方位幅为  $45^\circ$  的一组) 初步算出  $\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$ , 以增进  $\varphi_0$  及  $\lambda_0$  的精度, 然后用此修正值进行整个的平差计算。

本書末附有实际算例(Nr. 13)。

### 11.3.2 精度計算

从約化法方程式解出  $\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$  之后, 計算:

$$\Delta\varphi \cos a'_i - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin a'_i - \Delta z'_i = v_i + \Delta z \equiv v'_i$$

上列公式基本上与(Ⅸ.21)式相同。將所求得的  $v'_i$  各乘以  $g_i$ , 然后相加, 便得:

$$[g_i v'_i] = [g_i (v_i + \Delta z)]$$

又由于  $[g_i v_i] = 0$ :

$$[g_i v'_i] = [g_i] \Delta z \quad \text{故} \quad \Delta z = \frac{[g_i v'_i]}{[g_i]}.$$

按上式求出  $\Delta z$  之后, 再計算:  $v_i = v'_i - \Delta z$ .

于是虚拟观测值的单位权中误差的平方为:  $m^2 = \frac{[g_i v_i^2]}{n-3}$

緯度  $\varphi$  的中误差的平方,  $\lambda \cos \varphi_0$  的内中误差的平方, 以及  $\varphi$  与  $\lambda \cos \varphi_0$  之间的关联量为:

$$m_\varphi^2 = m^2 Q_{11}, \quad m_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m^2 Q_{22}, \quad m_{\varphi, \lambda \cos \varphi_0} = m^2 Q_{12}$$

权系数  $Q_{11}$  及  $Q_{22}$  可从約化权方程式中解出:

$$\begin{aligned} A'Q_{11} - B'Q_{12} &= 1 & A'Q_{12} - B'Q_{22} &= 0 \\ -B'Q_{11} - C'Q_{12} &= 0 & -B'Q_{21} + C'Q_{22} &= 1 \end{aligned}$$

于是:  $Q_{11} = \frac{C'}{A'C' - B'^2}$ ;  $Q_{12} = \frac{B'}{A'C' - B'^2}$ ;  $Q_{22} = \frac{A'}{A'C' - B'^2}$

至于  $\lambda \cos \varphi_0$  的外中误差的平方則按 § 5.1.4 为:

$$M_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m_{\lambda \cos \varphi_0}^2 + (q_m^2 + q'_m{}^2) \cos^2 \varphi_0 m_{\Delta T_0}^2$$

### 11.3.3 图解平差法(定位綫法)

按 § 11.2.4 之理, 令:

$$\Delta\varphi = \frac{y_c}{\mu}, \quad \Delta\lambda \cos \varphi_0 = -\frac{x_c}{\mu}. \quad (\text{Ⅹ.25})$$

式中  $\mu$  为一任意的量, 改正方程式(Ⅹ.21)变为:

$$x_c \sin a'_i + y_c \cos a'_i = \mu(\Delta z'_i + \Delta z + v_i).$$

此式可与下列的按解析几何原理表示的直线方程式( $i=1 \rightarrow n$ )相比較:

$$x \sin a'_i + y \cos a'_i = \mu \Delta z'_i.$$

如果我们画出这些定位綫, 那末它們必定与一点  $C(x_c, y_c)$  相距  $\mu(\Delta z + v_i)$ 。如果观测無误差( $v_i=0$ ), 那末所有的定位綫均与  $C$  点相距  $\mu \Delta z$ 。在这种情况下 可以作一个圆与所有的定位綫相切, 該圆的圆心便是所求的  $C$  点。

由于观测在实际上不能沒有误差, 因此所画的定位綫也不能完全恰好相切于一圆。所以我们只能用目估的方法在这些定位綫之間画一个平均的圆以求  $C$  点。如果我们預先在許多

張透明紙上畫了各種不同大小的圓，便可利用以加速平均圓的確定。

在選擇了一張最適合的圓之後，然後把它放在繪有定位綫的圖紙上，並移動透明紙，使該圓盡量與所有的定位綫都能恰當而平均的相切。用此法確定了  $C$  點之後，便可讀出坐標，然後按(Ⅸ.25)式計算  $\Delta\varphi$  與  $\Delta\lambda$ 。

$\mu$  的數值確定圖紙的比例尺，通常令  $\mu=1\text{ mm}/1''$  或  $2\text{ mm}/1''$ 。在 § 11.2.4 末段已經提到  $\varphi$  與  $\lambda$  的圖解中誤差大約與觀測的中誤差相等。

本書末附有實際算例(Nr 14)。

#### 11.3.4 系統誤差

主要的系統誤差就是由於記時儀的機件遲滯、人差等等所引起的錶面時的常差  $dT'$ 。在 § 11.2.6 中已指出：

$$d\Delta z'_i = -dT' \cos \varphi_0 \sin \alpha'_i$$

欲求此誤差對於  $\Delta\varphi$  及  $\Delta\lambda$  的影響，可以微分(Ⅸ.24)式中的相應式子，然後將  $d\Delta z'_i$  代以上式，遂得：

$$dG = (g_i d\Delta z'_i \cos \alpha'_i) = -B dT' \cos \varphi_0$$

$$dH = (g_i d\Delta z'_i \sin \alpha'_i) = -C dT' \cos \varphi_0$$

$$dK = (g_i d\Delta z'_i) = -E dT' \cos \varphi_0$$

因此

$$dG' = dG - \frac{D}{F} dK = -B' dT' \cos \varphi_0$$

$$dH' = dH - \frac{E}{F} dK = -C' dT' \cos \varphi_0$$

最後

$$d\varphi = d\Delta\varphi = \frac{C' dG' - B' dH'}{A' C' - B'^2} = 0$$

$$d\lambda = d\Delta\lambda = \frac{B' dG' - A' dH'}{A' C' - B'^2} \sec \varphi_0 = -dT'$$

結論：記時的常差  $dT'$  對於緯度沒有影響；而對於經度則不管如何選擇星體，均有全部影響。

其他系統誤差的來源可能是氣溫與氣壓的變化；這就引起了折光的變化，因此便不是固定的天頂距了。這些誤差是可以消除的，只要在觀測之中讀幾次氣壓與氣溫，然後從這些觀測值  $\Delta P$  或  $\Delta P'$  以及  $\Delta t$  或  $\Delta t'$  按 § 4.2 的公式來計算相應的折光變化。

$$\Delta r_1 = +0.075 \Delta P \tan z \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.90 \Delta P' \tan z$$

$$\Delta r_2 = -0.200 \Delta t \tan z \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.111 \Delta t' \tan z$$

$\Delta P$  以公厘為單位， $\Delta t$  以攝氏度為單位； $\Delta P'$  以吋為單位， $\Delta t'$  以華氏度為單位； $\Delta r_1$  及  $\Delta r_2$  則以角秒為單位。這些公式又可化簡為：

當  $z=30^\circ$  時：

$$\Delta r_1 = +0.04 \Delta P \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.1 \Delta P'$$

$$\Delta r_2 = -0.12 \Delta t \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.06 \Delta t'$$

當  $z=45^\circ$  時：

$$\Delta r_1 = +0.08 \Delta P \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.9 \Delta P'$$

$$\Delta r_2 = -0.20 \Delta t \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.11 \Delta t'$$

將這些改正數加到  $\Delta z'_i$  上去時應注意到正負號。

儀器的系統誤差來源以後將於第十二章中討論。

### 11.3.5 星的初步選擇

用于高斯的觀測方法中的選星工作，如果沒有現成的特殊工具（如星表，列綫圖或其他類似的工具），就非常的繁重。

最簡易的工具就是一本適當的星表。現在我們從一本大家所知道的星表中的一頁，提要摘錄一段作為例證：

“60° 等高觀測定位法星表”（本星表從北緯 60° 到南緯 60°，每隔一度列載着恒星過 60° 高度圈時的近似地方恒星時及方位角）

（美國哈佛大學地理勘察研究所）。

從本書名稱就說明了這些星表是作為觀測 30° 天頂距的星體之用。

星表各行依次列載：

方位角，精確到 0.25°；

地方恒星時(L.S.T.)，精確到 1<sup>m</sup>；

星等；

星號與星座；

赤經到 1<sup>m</sup>；

備考（A=美國年曆；B=英國航海年曆；C=法國年曆——事實上，所有星表上的星都可以在英國出版的基本星的視位置表 FK 3 中找到；參考 § 2.81）。

由於方位角，地方恒星時以及時角均從 1925 年的平均天文坐標計算出來，因此這些數據僅是近似的，除掉南北緯 20° 以內的星體外，這些數值與實際數值之差是不大的。

今舉一準備觀測程序的例子，以說明這種星表的用途。

觀測者通常希望在某一個標準時開始觀測，哪怕這個標準時是近似到如何程度。在算得相應的地方恒星時之後，首先找一顆星（控制星）用作安置儀器的水平度盤，以便讀出真確的方位角。

為此，在觀測程序表上首先填上測站的近似緯度（湊整到 1°），並大約根據所計算的地方恒星時選擇一顆最明亮的星（星等 < 3 為最佳），從這顆控制星的地方恒星時算出最後確定的、開始觀測的標準時，也就是算出相應的錶面時。由於亮的星並不多，因此有時需要將程序表上的觀測時間比原來擬定的時候提前或推延一些時候（可能半小時或更多些）。

例。設測站的近似緯度為 +52°。從擬定的開始觀測的標準時算得近似地方恒星時為 6<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>。從星表中找到一顆亮星（ $\alpha$  Persei 星等為 1.9）將於 6<sup>h</sup> 33<sup>m</sup> 的地方恒星時經過 30° 的天頂距，因此我們決定採用此星作為控制星。

現在便可從這顆控制星起，根據 § 11.3.6 所規定的原則選擇所要觀測的星。

如果沒有現成的星表，可以按下述步驟進行。今再假設觀測者希望在某一特別的標準時開始觀測，例如我們假設相應的 L.A.S.T. 為 14<sup>h</sup>，而觀測者希望在兩小時內完成他的工作，也就是說在 L.A.S.T. = 16<sup>h</sup> 以前完成工作。觀測者需要做一張圖表，在此圖上繪出在觀測程序首末兩個 30°（或 45°）天頂距的高度圈在地球上的位置，此兩圓間的面積顯然就包含有適合於本目的的一切星體。

設想：

北 緯 53°						52°					
方位角	L.S.T.	星等	星 座	赤 經	备 考	方位角	L.S.T.	星等	星 座	赤 經	备 考
0	6			H M		0	6			H M	
319½	08	4.8	ι Cas.	2 23	A	136¾	03	4.2	v Gem	7 32	C
56	09	3.9	v U Ma	9 46	A	342½	06	5.5	48H Cep	3 12	A
136½	10	1.2	β Gem	7 41	ABC	70	10	3.3	θ U Ma	9 29	ABC
142	11	4.2	ν Gem	7 32	C	291	10	4.1	τ Per	2 50	A C
530½	11	5.3	36H Cas	2 32	A	54¾	13	3.9	v U Ma	9 46	A
289¾	12	4.1	τ Per	2 50	A C	297½	13	3.9	η Per	2 46	A
243	14	4.1	ξ Per	3 55	A	250½	17	4.1	ε Per	3 55	A
28	15	6.0	109B U Ma	9 52	A	137½	21	5.0	φ Gem	7 49	A
296¼	16	3.9	η Per	2 46	A	292¾	22	3.1	γ Per	3 00	AB
189¾	18	4.3	1 Gem	6 00	AB	352¾	22	5.3	856 Gro	4 48	C
291½	24	3.1	γ Per	3 00	AB	133	23	5.0	ζ Gem	8 00	ABC
341	26	5.5	48H Cep	3 12	A	101	26	4.7	3097B A.C.	9 02	C
103	27	4.7	3097B A.C.	9 02	C	26¾	28	6.0	109B U Ma	9 52	A
43¾	29	5.7	32 U Ma	10 13	A	268½	31	3.9	ν Per	3 41	A
142½	29	5.0	φ Gem	7 49	A	285	33	1.9	α Per	3 20	ABC
137½	31	5.0	η Gem	8 00	ABC	262	34	3.0	ε Per	3 53	AB
266½	31	3.9	ν Per	3 41	A	280¾	34	4.6	σ Per	3 26	C
260	33	3.0	ε Per	3 53	AB	42½	36	5.7	32 U Ma	10 13	A
279¼	34	4.6	σ Per	3 26	C	150	36	3.7	κ Gem	7 40	A
283½	34	1.9	α Per	3 20	ABC	193	39	3.8	η Gem	6 11	ABC
42¾	35	4.9	30H U Ma	10 19	A	41½	42	4.9	30H U Ma	10 19	A
279	45	3.1	δ Per	3 38	ABC	144¼	42	5.9	ω¹ Cnc	7 57	A
156¼	49	3.7	κ Gem	7 40	A	135¾	44	5.2	ζ Cnc	8 16	C
150	51	5.9	ω¹ Cnc	7 57	A	200¾	45	4.3	1 Gem	6 00	AB
140¼	52	5.2	ζ Cnc	8 16	C	280½	45	3.1	δ Per	3 38	ABC
62	55	4.8	36 U Ma	10 26	A	193¾	48	3.2	μ Gem	6 19	ABC
224¾	56	1.8	β Tau	5 22	ABC	122¾	53	5.6	σ² Cnc	8 50	A
240¾	58	2.9	ι Aur	4 53	ABC	61	57	4.8	36 U Ma	10 26	A
126¾	59	5.6	σ² Cnc	8 50	A	306	57	4.4	2H Cam	3 24	A
						129	58	4.2	ι Cnc	8 43	A
						112	59	3.3	40 Lyn	9 17	ABC
	7						7				
114½	02	3.3	40 Lyn	9 17	ABC	106½	03	4.6	10 LMi	9 30	A
304¾	02	4.4	2H Cam	3 24	A	243¾	03	2.9	ι Aur	4 53	ABC
4	04	6.2	1391 Gro	8 12	C	229¾	04	1.8	β Tau	5 22	ABC
108½	05	4.6	10 L Mi	9 30	A	174½	05	3.5	δ Gem	7 16	ABC
133¾	05	4.2	ι Cnc	8 43	A	94	07	5.2	19 L Mi	9 54	A
22¼	06	5.0	9H Dra	10 30	A	280¼	11	4.0	c Per	4 04	A
349¾	06	5.3	856 Gro	4 48	C	328¾	15	4.7	5H Cam	3 43	A
96	08	5.2	19 L Mi	9 54	A	286	16	4.3	λ Per	4 02	A
278¾	12	4.0	c Per	4 04	A	89½	20	3.5	λ U Ma	10 13	A C
284¾	18	4.3	λ Per	4 02	C	269¾	21	6.1	m Per	4 29	A
50½	19	2.0	α U Ma	11 00	ABC	20½	23	5.0	9H Dra	10 30	A
91¼	20	3.5	λ U Ma	10 13	A C	49	24	2.0	α U Ma	11 00	ABC
267¾	21	6.1	m Per	4 29	A	308½	26	5.3	9H Cam	3 51	A
327¾	25	4.7	5H Cam	3 43	A	185½	27	3.5	δ Gem	7 16	ABC
61¼	26	2.4	β U Ma	10 58	ABC	60¼	28	2.4	β U Ma	10 58	ABC
8½	27	4.6	1H Dra	9 28	A	93	30	3.2	μ U Ma	10 18	AB
237½	28	4.9	ζ Aur	5 28	A	241	33	4.9	ζ Aur	5 28	A
95	30	3.2	μ U Ma	10 18	AB	265	43	3.9	ζ Aur	4 58	A
307¼	31	5.3	9H Cam	3 51	A	346¼	43	5.2	19H Cam	5 11	A
207¾	41	3.2	ε Gem	6 40	AB	258	44	4.8	μ Aur	5 09	A C
256	42	4.8	μ Aur	5 09	A C	265¼	47	3.3	η Aur	5 02	AB
263	42	3.9	ζ Aur	4 58	A	339	49	6.0	35B Cam	4 40	A
35	44	4.1	λ Dra	11 28	ABC	213¾	51	3.2	ε Gem	6 40	AB
17½	47	6.3	1508 Bra	10 55	A	271¼	52	3.7	ε Aur	4 57	AB
263½	47	3.3	η Aur	5 02	AB	34	54	4.1	λ Dra	11 28	ABC
269¾	52	3.7	ε Aur	4 57	AB	105½	55	4.4	31 L Mi	10 24	A
40¼	54	5.5	3 Dra	11 39	A C	262½	56	4.9	λ Aur	5 14	A C
260¾	55	4.9	λ Aur	5 14	A C						
107¾	57	4.4	31 L Mi	10 24	A						

本表摘录自 60° 等高观测星表，并經地理調查研究所的許可。

$$\alpha = \text{L.A.S.T.} - t$$

(其中  $t$  可正可負), 显然, 在  $\text{L.A.S.T.} = 14^{\text{h}}$  的瞬刻,  $60^\circ$  等高圈上一切点的赤經將为:

$$\alpha = 14^{\text{h}} \pm |t|$$

$|t|$  表示  $t$  的绝对值, 它与测站的緯度及赤緯有关, 可以从列綫圖 16 (在  $z=30^\circ$  时) 或列綫圖 17 (在  $z=45^\circ$ ) 中讀出  $|t|$  (第 183 頁及 184 頁)。

取  $\varphi = +24^\circ$  为例可得:

$\delta$	$ t $	$14^{\text{h}} -  t $	$14^{\text{h}} +  t $
$-6^\circ$	$0^{\text{h}}.00^{\text{m}}$	$14^{\text{h}}.00^{\text{m}}$	$14^{\text{h}}.00^{\text{m}}$
0	1.14	12.46	15.14
+10	1.52	12.08	15.52
+20	2.09	11.51	16.09
+30	2.12	12.48	16.12
+40	2.00	12.00	16.00
+50	1.17	12.43	15.17
+54	0.00	14.00	14.00

如果將这些  $\alpha$  值和赤緯做縱横坐标来作圖則得一曲綫, 此曲綫表示在  $\text{L.A.S.T.} = 14^{\text{h}}$  时,  $60^\circ$  等高圈的位置 (圖 61), 向右兩小时作出  $\text{L.A.S.T.} = 16^{\text{h}}$  的同样曲綫。任何一顆星, 如果它的赤經、赤緯剛好等于此圖中非陰影部分某一点的坐标, 那末这颗星在观测時間內必到达  $30^\circ$  天頂距。

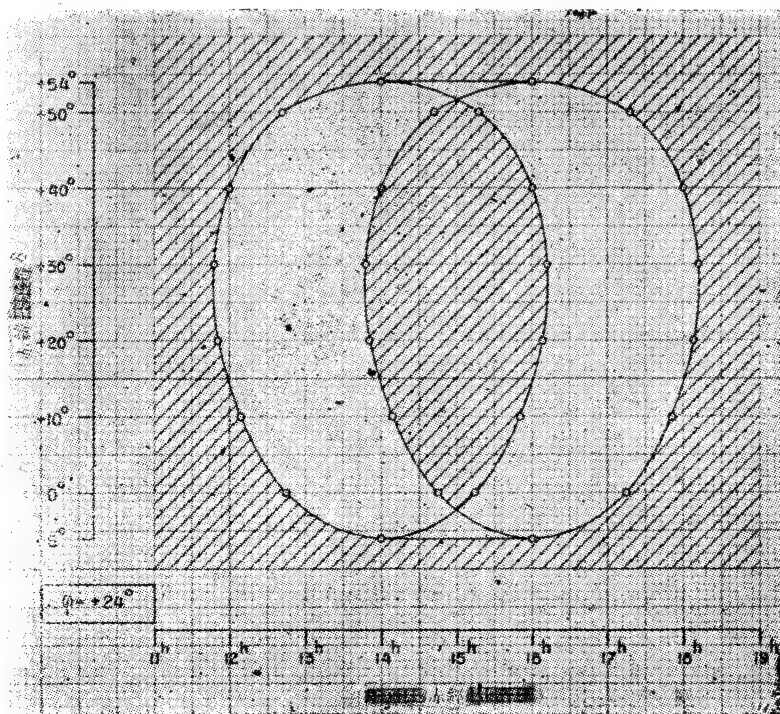


圖 61. 等高法測定經緯度。預先选星

現在很容易找出这些星; 拿一本天文年历或“基本星視表”, 从所計算的最低的赤緯开始, 也就是說从  $11^{\text{h}} 48^{\text{m}}$  开始, 然后一直选到赤經为  $18^{\text{h}} 12^{\text{m}}$  的星。一看便可知道; 那一顆星是不适合于圖 61 所示的圖解的。記錄下所有适合的星, 对于每顆星均可从列綫圖 16 或 17 (183 頁或 184 頁) 讀取其时角, 然后預先算出观测時刻; 同平常方法一样, 从这些时角中导出錢面时。此外, 星体的方位角也可以从列綫圖 14 ( $z=30^\circ$ ) 或列綫



圖 15( $z=45^\circ$ )上讀取, 并列入选星表中。

得到这个星表后, 就可以根据下节进行最后的选择。

### 11.3.6 星的最后选择

我們的目的是要在所有的方向上以等精度确定測站的位置, 也就是說中誤差的曲綫須为圓形, 其半徑为  $m_p$  (名为測站的点位中誤差)。要滿足这个目的, 必須  $\varphi$  与  $\lambda \cos \varphi_0$  間沒有关联, 而且它們的中誤差均为  $m_p$ :

$$m_{\varphi, \lambda \cos \varphi_0} = m^2 Q_{12} = 0; \quad m_{\varphi}^2 = m^2 Q_{11} = m_p^2$$

$$M_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m^2 Q_{22} + (q_m^2 + q_m'^2) \cos^2 \varphi_0 \quad m_{\Delta T_0}^2 = m_p^2$$

$m$  为單位权的虚拟观测的中誤差; 按 (Ⅺ.23) 式:

$$m^2 = \frac{10}{N}.$$

今將其代入上兩式中, 并令:

$$q_m = q'_m = \frac{1}{2} \quad (\text{在两个时号間的平均观测时刻})$$

$$m_{\Delta T_0} = 0.03^s = 0''.45$$

遂得:

$$\frac{10}{N} Q_{12} = 0; \quad \frac{10}{N} Q_{11} = \frac{10}{N} Q_{22} + 0.1 \cos^2 \varphi_0 = m_p^2 \quad (\text{Ⅺ.26})$$

从上式我們可按 § 11.3.2 化簡得:

$$B = 0 \quad (\text{Ⅺ.27})$$

为了簡化問題, 我們假設能适当地选星, 使得:

$$D = E = 0 \quad (\text{Ⅺ.28})$$

則:

$$A' = A, \quad C' = C, \quad B' = B (= 0) \quad (\text{Ⅺ.29})$$

条件 (Ⅺ.27—28) 可以有几个方法使其滿足。最容易的方法, 是选择四顆星作为一組, 而且每組中的星均与子午圈和卯酉圈成对称。于是每組在子午圈与卯酉圈之間的每一象限各包含一顆星, 它們的方位角为:

$$a_1, 180^\circ - a_1, 180^\circ + a_1, 360^\circ - a_1 \quad (\text{Ⅺ.30})$$

因此, 按 (Ⅺ.22) 式遂有:

$$g_1 = g_2 = g_3 = g_4$$

下指数 1→4 表示每顆星, 而  $a_1$  为星在第一象限的方位角, 叫做每組的方位幅 (The set's amplitude)。請讀者自己証明条件 (Ⅺ.27—28) 实际上已經滿足。每一組当然并不一定要用同一的方位幅

現在尚須决定的是:

1. 需要观测的星的数目或組数;
2. 每組星的方位幅。

1. 需要观测的星数

参考 § 11.3.2 我們可以从 (Ⅺ.29) 式得到:

①这个方法使人联想到与用任意天頂距測定經緯度方法中相类似的法方程式 (§ 11.2.2)。因此, 若將  $N$  与  $v$  代以  $nN$  与  $v'$ , 那末这里的选星步驟也可以应用于那个方法, 随后將再加以解釋。

$$\frac{1}{Q_{11}} = A = [g_i \cos^2 a'_i], \quad \frac{1}{Q_{22}} = C = [g_i \sin^2 a'_i]$$

而

$$g_i = \frac{m^2 N}{m_p^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'_i + \frac{4900}{v^2}}$$

或更簡單地写出:

$$g_i = \frac{1}{P \sin^2 a'_i + R} \quad (i=1 \rightarrow s)$$

今以  $g_0$  及  $g_{90}$  表示相当于  $a'_i = 0^\circ$  或  $90^\circ$  时之权, 則有:

$$g_0 = \frac{1}{R} \text{ 及 } g_{90} = \frac{1}{P+R}$$

从上面兩式則有:

$$\frac{1}{g_0 Q_{11}} = \left[ \frac{R \cos^2 a'_i}{P \sin^2 a'_i + R} \right], \quad \frac{1}{g_{90} Q_{22}} = \left[ \frac{(P+Q) \sin^2 a'_i}{P \sin^2 a'_i + R} \right]$$

因此:

$$\frac{1}{g_0 Q_{11}} + \frac{1}{g_{90} Q_{22}} = [1] = s \quad (\text{X.31})$$

或以(X.26)式中之  $Q_{11}$  及  $Q_{22}$  代入上式:

$$Ns = \frac{10}{g_0 m_p^2} + \frac{10}{g_{90} (m_p^2 - 0.1 \cos^2 \varphi_0)} \quad (\text{X.32})$$

式中:

$N$  = 每顆星的观测数目,

$s$  = 观测的星的数目,

故  $\frac{1}{4}s$  每四顆星的組数。

公式(X.32)可用以計算所观测的星的数目( $s$ ), 以达到所需要的精度( $m_p$ )。( $Ns$ )之值已按某些  $m_p$ 、 $\varphi_0$  (測站的近似緯度) 及  $v$  (放大率) 之值加以計算, 其相应的  $g_0$  及  $g_{90}$  值則取自列綫圖 13。其結果列于下表 13 中。

表 13

Ns 表							
$v$	$\varphi_0 \backslash m_p$	0''.5	0''.6	0''.7	0''.8	0''.9	1''.0
28	0°	75	47	33	24	19	15
	30	67	43	31	23	18	15
	60	55	38	28	21	17	14
40	0°	41	25	18	13	10	8
	30	36	23	17	12	10	8
	60	28	19	14	11	9	7
60	0°	23	14	10	7	6	5
	30	18	12	9	6	5	4
	60	13	9	7	5	4	4
80	0°	16	10	7	5	4	3
	30	13	8	6	5	4	3
	60	8	6	4	3	3	2

从 13 表中可以看出, 如果所需要的精度增加, 則觀測的星數也就迅速增加。同样的也可以看出, 一架放大率高的經緯儀遠較一架放大率低的經緯儀為經濟, 因為前者僅需要少量的觀測便可。

如果  $N=1$  (就是說每顆星僅觀測一次), 則表中所載的數值即為觀測的星數  $s$ , 但是我們必須把  $s$  增加到最接近的 4 的倍數  $s'$ , 以便每組均由四顆星所組成。如果  $N$  不等於一 (也就是說如果每顆星不只觀測一次), 則表中所列的星數 ( $s$ ) 的數值必須再除以  $N$ , 然後增加成最接近的 4 的倍數 ( $s$ )。

例:

(I)  $v=28$ ,  $\varphi_0=45^\circ$ ,  $m_p=1''$ ,  $N=1$ 。

自表中查得:  $Ns=14$ , 因此  $s=14$ , 湊成 16。

故觀測的星數為:  $s'=16$ , 也就是四組的四顆星。

(II)  $v=80$ ,  $\varphi_0=0^\circ$ ,  $m_p=0''.5$ ,  $N=3$ 。

自表中查得:  $Ns=16$ , 故  $s=5.3$ 。

於是  $s'=8$ , 也就是兩組的四顆星。

## 2. 每組星的方位幅

用上節 (XI.32) 式所計算的, 或从上表中所讀出的星數 ( $s$ ), 都必須湊成到最接近的 4 的倍數 ( $s'$ ) (除非它本身可被 4 除盡)。這就意味着實際上所觀測的星數 ( $s'$ ) 总是比理論上的極小值 ( $s$ ) 略大, 因此便使誤差圓的半徑較  $m_p$  為小。

另外一種可能性便是放棄測站誤差圓曲線, 而滿足於主軸小於 ( $m_p$ ) 的橢圓曲線。今設想橢圓的軸是南-北與東-西方向 (緯度與經度不相關聯), 後者的條件可以下式表示之<sup>①</sup>:

$$m_p'^2 = \frac{10}{N} Q'_{11} \leq m_p^2 \text{ 及 } M_{\lambda \cos \varphi_0}'^2 = \frac{10}{N} Q'_{22} + 0.1 \cos^2 \varphi_0 \leq m_p^2$$

其條件是等式的符號不同時發現,  $Q'_{11}$  與  $Q'_{22}$  的關係類似於 (XI.31) 式, 可按下列公式表示之:

$$\frac{1}{g_0 Q'_{11}} + \frac{1}{g_{90} Q'_{22}} = s' \quad (\text{XI.33})$$

上式也可以化簡為:

$$\frac{1}{Q'_{11}} \geq \frac{10}{N m_p^2} \quad (\text{XI.34})$$

和

$$\frac{1}{Q'_{22}} \geq \frac{10}{N (m_p^2 - 0.1 \cos^2 \varphi_0)}$$

从 (XI.33) 式中解出  $Q'_{22}$ , 从 (XI.32) 式中解出  $(m_p^2 - 0.1 \cos^2 \varphi_0)$ , 並代入上式中, 經化簡後遂得:

$$\frac{1}{Q'_{11}} \leq \frac{10}{N m_p^2} + g_0 (s' - s)$$

將上式與 (XI.34) 相加, 並代以:

①  $m$ ,  $M$  及  $Q$  諸量上附加符號 ( $'$ ), 以別於以前所用過的這些量。

$$\frac{1}{Q_{11}} = [g_i \cos^2 a'_i] = 4 \sum g_i \cos^2 a'_i$$

(上式中  $\sum$  表示和的符号, 它仅是表示自北到东的单独一象限中的各星)

最后得:

$$\frac{10}{4Nm_p^2} \leq \sum g_i \cos^2 a'_i \leq \frac{10}{4Nm_p^2} + \frac{1}{4}g_0(s' - s). \quad (\text{X.35})$$

按 (X.30) 式, 上式中  $(a'_i)$  可视为每組星的方位幅。下表按某些  $m_p$  及  $N$  之值列出

$$\frac{10}{4Nm_p^2}^\circ$$

表 14

		$\frac{10}{4Nm_p^2}$					
$N$	$m_p$	0".5	0".6	0".7	0".8	0".9	1".0
1		10.0	7.0	5.1	3.9	3.1	2.5
3		3.3	2.2	1.7	1.3	1.0	0.8
5		2.0	1.4	1.0	0.8	0.6	0.5

現在述叙一个方法, 以求每組中的四星, 使其滿足上述条件 (X.35)。用上节所述的方法之一进行初步选星, 并按其地方恒星时与方位角繪一圖表如圖 62 所示。第一及第三象限星的方位角自左至右, 而第二及第四象限的方位角則自右至左。用不同的符号来表示各象限的星 (例如圓形或三角形, 实的或虛的), 这些符号正对着圖 62 下端的每一方位角比例尺。

很明显, 構成一組的星的符号必在一垂直線上, 因此, 我們只要在一條垂直線上寻找四个不同符号的星便可編成一組。但实际上并不能像这样的容易办到, 因此有时必須放寬一些, 甚至可以有  $5^\circ$  差別的方位角。如果在上表沿着眉头上每隔  $10^\circ$  的方位角写下  $(g \cos^2 a'_i)$  的值, 那末便很容易選擇星組, 使其滿足 (X.35) 条件, 这些  $(g \cos^2 a'_i)$  的数值可从列綫圖 13 (第 180 頁) 中讀取。

为了說明圖表的用法, 我們再度利用上节中的例子; 假設观测程序必須在兩小时內結束, 观测的各星必須接着控制星 ( $\alpha$  Persi) 之后, 在兩小时之中去選擇, 也就是在地方恒星时  $6^h 33^m$  与  $8^h 33^m$  之間。在圖表的左边緣上按适当的比例尺加以划分, 从星表中 (参考 147 頁) 緯度为  $+52^\circ$  的一頁內讀出 L. S. T. 及方位角, 然后将表中所列之星均按其相应的記号繪到圖上。例如, 可設  $v=28$  倍, 从列綫圖 13 (第 180 頁) 中讀取  $(g_i \cos^2 a'_i)$ , 然后繪制圖表的眉头上的分划。

假設測站的点位中誤差需要达到  $1''$ , 我們从 150 頁的表上讀得  $Ns=14$ , 設每顆星仅观测一次 ( $N=1$ ), 則  $s=14$  而  $s'=16$ 。因此所需的組数为 4。

从 152 頁的表中得:

$$\frac{10}{4Nm_p^2} = 2.5.$$

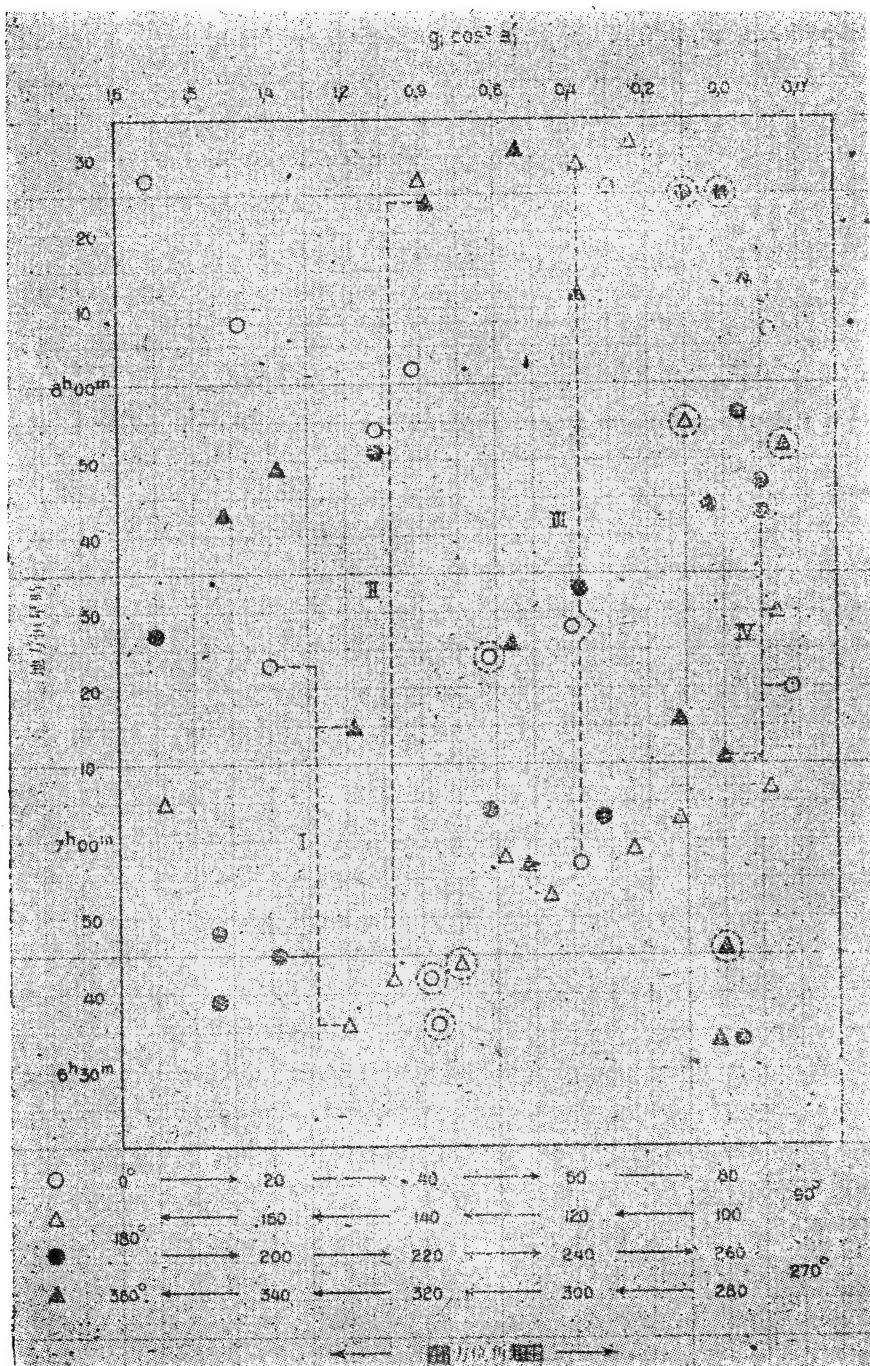


圖 62. 星的最后选择

$g_0=1.58$  (綫圖 13) 及  $(s'-s)=2$ , 則条件 (Ⅺ.35) 为:

$$2.5 \leq \sum g_i \cos^2 a'_i \leq 3.3 \quad (\text{Ⅺ.36})$$

然后我們再回到圖表上去, 找滿足上述条件的四組星。其結果以联接每組星的虛綫表示之。

在眉头上讀出其分划数:

$$\text{第一組} \quad g \cos^2 a' = 1.3$$

$$\text{第二組} \quad g \cos^2 a' = 1.0$$

$$\text{第三組} \quad g \cos^2 a' = 0.4$$

$$\text{第四組} \quad g \cos^2 a' = 0.0$$

$$\therefore \sum g_i \cos^2 a'_i = 2.7$$

在星表中找出所选得的 16 顆星的数据, 并从 L. S. T. (設对于地方恒星时的錶差为  $3^h 22^m$ ) 計算其近似的錶面时, 遂制成下列的观测程序表:

錶面时		$a'_i$	地方恒星时	星等	星座	附註
观测的	近似的					
	$3^h 14^m$	$150^\circ$	$6^h 36^m$	3.7	$\alpha$ 双子座	
	20	$144\frac{1}{2}$	42	5.9	$\omega'$ 巨蟹座	
	23	$200\frac{3}{4}$	45	4.3	1 双子座	
	35	61	57	4.8	36 大熊座	
	49	$230\frac{1}{2}$	$7^h 11^m$	4.0	c 英仙座	
	53	$328\frac{3}{4}$	15	4.7	5H 鹿豹座	
	58	$89\frac{1}{2}$	20	3.5	$\lambda$ 大熊座	
	$4^h 01^m$	$20\frac{1}{2}$	23	5.0	9H 天龙座	
	08	93	30	3.2	$\mu$ 大熊座	
	11	241	33	4.9	$\gamma$ 御夫座	
	21	265	43	3.9	$\zeta$ 御夫座	
	29	$213\frac{3}{4}$	51	3.2	$\Sigma$ 双子座	
	32	34	54	4.1	$\lambda$ 天龙座	
	50	$299\frac{1}{2}$	$8^h 12^m$	5.4	4 鹿豹座	
	$5^h 02^m$	$319\frac{1}{2}$	24	4.4	9 鹿豹座	
	07	$118\frac{1}{2}$	29	4.8	37 小獅座	

上表也可以用来記錄观测的成果, 只要再加兩行, 一行記載观测时刻, 另一行作为附註。如果应用記时仪, 那末第一行便可作为登記以后从記錄上所讀取的錶面时。

讓我們現在再看一看 (Ⅺ.36) 的条件。間隔(2.5→3.3)是偶然由于这一事实产生的, 就是从 150 頁表中所讀得的星数( $s$ )必須增加到最接近的四的倍数( $s'$ )。如果所产生的間隔太小, 最好还是特地把( $s$ )放大到次一个接近的倍数(許可增加观测的数因), 有时用較大的間隔易于选星。

有时(当采用一架高放大率的望远镜)只要一組的四顆星( $s=4$ )便够了。在此情形下 (Ⅺ.35) 的条件便簡化为:

$$\frac{10}{4Nm_p^2} \leq g \cos^2 a' \leq \frac{10}{4Nm_p^2} + \frac{1}{4} g_0 (4-s).$$

按上式所求出的( $\alpha'$ )的極限值,便是單獨一組的極限方位幅。

对于某些情形,如 § 12.2.5 及 § 12.3 中所設应用放大率  $v=80$  的仪器时,計算这些極限方位幅,其結果載于下表中。

表 15

單獨一組的方位幅限度						
$v=80$	$m_p=1''.0$		$m_p=0''.5$			
$\varphi$	$N$	$\alpha'$	$N$	$\alpha'$	$N$	$\alpha'$
$0^\circ$	5	$43^\circ \pm 10^\circ$	3		5	$48^\circ \pm 8^\circ$
31				$49^\circ \pm 0^\circ$		
60		$44 \pm 16$		$45 \pm 11$		$44 \pm 19$

本章最后指出一些从圖 62 的圖表中进行选星的方法。

1. 由于  $30^\circ$  天頂距的东西兩部分的星多于南北兩部分,在圖表中星的分佈的密度通常自左到右增加,因此我們建議按下列次序选择星組。

联接所选择的星的联綫(即 62 圖中的虛綫)必須用鉛筆来画,以便在以后需要时可用橡皮擦去。

2. 两个相連接着的觀測之間必須有充足的間隔,通常以 2—3 分鐘为适宜。因此,选择每一顆星时便可同时决定消去其他的星。在圖表中可以在所有去掉的星上画一圓圈以表示之。

在 62 圖中这个圓圈是用虛綫画的;但实际上則用鉛筆来画。

3. 亮的星(低星等)較弱的星容易觀測(高星等)但觀測太亮的星(星等  $< 1$ )則不易精确,这是由于在望遠鏡的視野中所看到的星影不是一个清晰的几何点子而是一个圓圈。

4. 所选择的星,必須为天文年历中所現有的;否則需要冗長的計算从平坐标导出視赤經与視赤緯。在子午圈兩旁  $20^\circ$  的星应刪而不用。

按上法选星只需要少許經驗,而且費时不多。但是在勘探測量中可能沒有选星的机会,在此情形下,建議觀測大量的星(例如 40—50)均匀地分佈于各方位角上。以后再用上述的方法从这些觀測中选择出足够的星数。

## 第十二章 恒星等高測定經緯度的特殊儀器

### § 12.1 概 述

一架裝有豎盤的普通經緯儀雖然在理論上可以应用于高斯方法，但仍然有一些特殊的儀器設計出來，用其他的裝配代替豎盤，以便于觀測，並提高精度。不過這些儀器有一個缺點，就是它們不能用于其他的天文或大地工作。

這些特殊儀器包括有附加稜鏡的普通經緯儀；它們有着上述的方便與不方便之間的折衷優點。

假設有大量的測站，其位置必須用高斯方法來測定或者某些測站的位置必須精密的測定，那末以應用特殊的儀器為宜。假設測站的數目不多，精度也不需要太高，則採用附有等高稜鏡的經緯儀也就夠了。

下面數節中將敘述兩種類型的儀器：稜鏡等高儀（作為一架儀器或是一種附件）及擺式等高儀。

### § 12.2 30° 稜鏡等高儀

#### 12.2.1 概 述

稜鏡等高儀約在 1900 年為兩位法國的科學家克勞 (Claude) 及德延谷 (Driencourt) 所發明，他們當時還不知道瑞士天文學家貝克 (Beck) 在 1892 年早已發現這種儀器的原理。等高儀的名稱導源于裝在望遠鏡物鏡前面的一種等邊稜鏡。在敘述等高儀之前，先研究一下等邊稜鏡的特性，此處假設讀者已熟識折射與反射的原理。

#### 12.2.2 等邊稜鏡

$PQR$  (圖 63) 為稜鏡的剖面圖。圖中表示兩支光束的線路，在稜面  $PQ$  與  $RP$  上以某一一定的投射角射入稜鏡，使其透過稜鏡後都變成平行光線，即

$$\gamma_3 = \gamma_4.$$

光線 1 及 2 各在  $RP$  及  $PQ$  面上， $R$  與  $P$  及  $P$  與  $Q$  中間的  $S$  與  $T'$  點上反射出去；由于這些光線與稜鏡的剖面相對稱，顯然可知：

$$\gamma_1 = \gamma_3 \text{ 及 } \gamma_2 = \gamma_4$$

再根據前面的式子便得：

$$\gamma_1 = \gamma_2$$

此式說明着光線 1 與 2 以相等的角度射入  $PQ$  與  $RP$  兩稜面。由于這兩個稜面的夾角（即  $P$  點的外角）是  $120^\circ$ ，故此兩條光線間的夾角亦必為  $120^\circ$ 。對於兩支光束亦同樣真確，因為每束的所有光線原是假設其相互平行的。

結論：等邊稜鏡可作為量測由兩束光線所夾的  $120^\circ$  的角度，只須觀測光束透過稜鏡後是否平行。



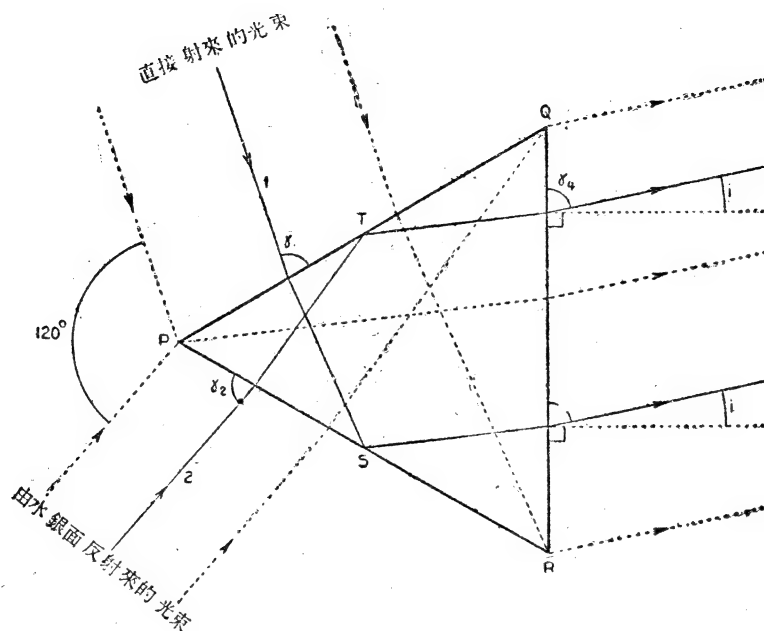


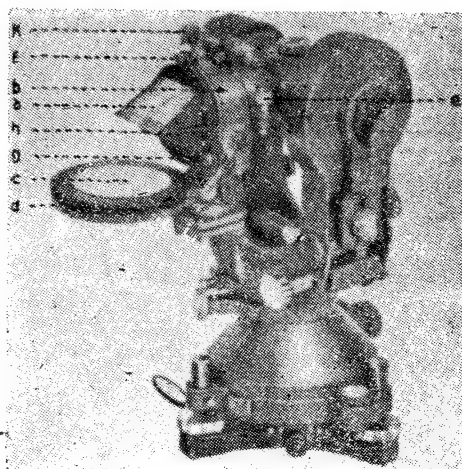
圖 63. 透過等邊稜鏡的兩支光束的線路

### 12.2.3 用于經緯儀上的附加稜鏡

圖 64 表示一个附加稜鏡裝到經緯儀上。等邊稜鏡  $a$  裝在一个可套在物鏡上的軸環  $b$  內，此稜鏡的一面对着物鏡的透鏡。一个汞和了的水銀盤子  $c$  与軸環連接一起，并适位于稜鏡的前稜之下。在水銀盤上可以加上一个平行平面的玻璃盖或金屬罩，以防風与灰塵。

操作过程如下：

1. 按着通常的方法將經緯儀置平。
2. 將望遠鏡对准某一顆明亮的星調置焦距，  
嗣后即不許再动焦距；
3. 讀豎盤以使望遠鏡水平。
4. 將附加稜鏡裝到望遠鏡上，并旋轉軸環，直至圓匣水准器  $d$  的气泡居中。然后旋紧止动螺旋  $e$ 。
5. 調節螺旋  $f, g$  及  $h$ ，使稜鏡的后稜面垂直于望遠鏡的視線。此法將敘述于 § 12.2.4 中。
6. 再讀一讀豎盤，以檢查望遠鏡是否水平。
7. 將水銀佈滿于水銀盤中。
8. 欲使水銀面清潔，可用一根玻璃棒扫过水銀面，同时將棒子繞着縱軸旋轉，其方向与扫过



水銀面的方向相反。这样玻璃棒便可收集浮渣和灰塵。然后用一塊麂皮將棒擦干淨，再重复几次，直至水銀面完全成为鏡面为止。

圖 64. 配在一架 T2 經緯儀上的稜鏡附件

9. 如果需要, 可盖上一个風罩或玻璃盖。

10. 开始观测。

光線的路程表示于圖 65 中。从某一顆星来的一支光束射进稜鏡的上稜面, 而另一支从同一顆星来的光束則經過水銀面反射后, 射下稜面。每一支光束在望远鏡的十字絲平面(焦面)上产生一个星影; 圖中以一圓圈表示某一星影, 而以圓点表示另一个星影。

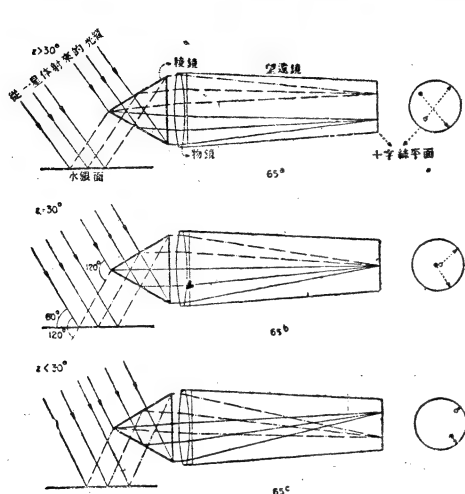


圖 65. 稜鏡等高儀的光學系統

65a, b 及 c 三个圖表示星影的順序位置, 其天頂距从大于  $30^\circ$  减少到小于  $30^\circ$ 。从光学定理可知, 当兩支光束透出稜鏡的后稜面之后, 平行的射进物鏡, 則此兩顆星必相重合。这种情形以中間的一圖(65b)表示之, 但必須認識到星形并不完全恰好重合, 而是非常接近地交錯而过。我們可以这样調节螺旋 k(圖 64), 使稜鏡繞望远鏡的光軸輕微地旋轉, 使得星形尽量互相靠近, 以增加观测的精度。

按 §12.2.2, 进入稜鏡上、下两个稜面的光線構成  $120^\circ$ 。因此, 光線与水銀面之間的夾角是  $60^\circ$ (見圖 65b), 亦即星的高度到达  $60^\circ$ (天頂距为  $30^\circ$ )。

因此观测者所需要做的, 仅是当两个星影如圖 65b 中所示那样接近的相互交叉而过的瞬刻記下錶面时, 这一瞬刻便是星体到达  $30^\circ$  天頂距的时刻。

#### 12.2.4 稜鏡的校正

在 §12.2.2 中我們曾經假定:

1. 稜鏡的  $P$  角 恰好是  $60^\circ$ ;

2. 光線必須在稜鏡的垂直剖面內, 或者換句話說, 这个剖面与所观测的星体的垂直面相重合。

但在实际工作中, 沒有一个假定可以滿足。根据克劳与德延谷的研究, 如果:

(1) 稜鏡的后稜面与望远鏡的視綫相垂直;

(2) 望远鏡大致水平;

(3) 視綫的方位适宜, 能使两个星影的重合最大不得离开豎絲  $2''.5$ 。

則对天頂距的影响將小于  $0''.1$ , 因此可以略而不顧。

利用自动准直的作用校正稜鏡, 使滿足上述的第一个条件。拿掉平常的目鏡, 裝上自动准直的目鏡。这个目鏡配有电灯以照明十字絲, 因此可以直接看到十字絲, 也可以看到从稜鏡后稜面反射的十字絲影像。利用螺旋  $f$ ,  $g$  及  $h$ (圖 64) 移动稜鏡便可进行校正, 使得直接看到的十字絲与其反射影相重合。如果反射影不够清楚, 便可將望远鏡傾斜  $30^\circ$  之后, 在稜鏡的上稜面放一面小小的反光鏡。

校正之后, 可將自动准直目鏡移去, 再將平常的目鏡裝上。

#### 12.2.5 稜鏡等高儀

在圖 66 中所示的稜鏡等高儀是一种适用于高斯方法的特殊仪器。它有兩個目鏡。上面的一只是 30 倍的寻星目鏡; 其視場为  $1^\circ 36'$ 。下面的一只为观测目鏡; 其放大倍数为

80, 其視場為  $26'$ 。一个小稜鏡用一根槓桿來開動, 使得只有一个目鏡可以應用: 將星影置于尋星目鏡視場中央之后, 拉回槓桿, 使得只能經過下面的一只觀測目鏡以觀測星體。由于儀器裝有電燈以照明十字絲平面(reticule), 所以稜鏡的改正 是容易的, 并可迅速檢查, 無需特殊的自動准直 (auto-collimation) 目鏡。

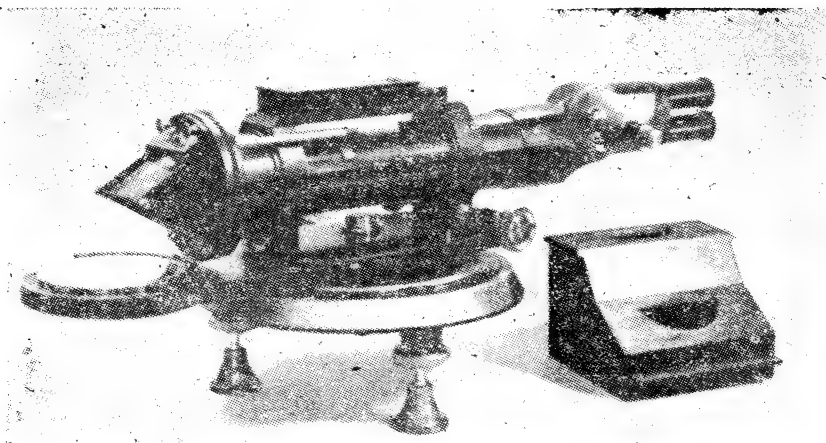


圖 66. 稜鏡等高儀 (法國巴黎, 精密光學機械廠出品)

## § 12.3 擺式等高儀

### 12.3.1 構造原理

擺式等高儀 (圖 67) 為美國天文家威里斯 (Willis) 所發明。這種儀器不像稜鏡等高儀那樣用水銀面, 而用一面平的懸擺式的金屬鏡來表示水平面, 儀器也就因此得名。望遠鏡僅構成一個星影, 也沒有任何稜鏡。

光線的路程表示于圖 68 中。孔徑為 53mm 的物鏡接受天頂距約為  $30^\circ$  的星體所放射來的光束, 被一面懸掛鏡反射后, 經過一個“巴爾樓 (Barlow)”透鏡, ① 焦聚在一面刻着十字絲的玻璃上, 最后透過目鏡到達觀測者的眼中。照明系統的裝配, 是使得目鏡對准焦距之后, 曲線與星影顯現在黑暗的背景上。在觀測開始之后, 即不可改動此焦距。望遠鏡的放大率為 80 倍。

十字絲玻璃片上刻有五根各代表着固定天頂距的曲線。根據所需要的精度, 觀測星影經過一根、三根或五根曲線而記下各相當的時刻。如果觀測多于一根時, 則在計算中應用平均時刻。

支持着反光鏡的架框是用彈簧來懸掛起。用懸掛在固定于儀器底盤上的兩個不動的標翼之間而牢接于擺台底的十字標翼, 以阻尼空氣。②

在觀測望遠鏡左側裝有一個寬視場的、放大倍數為十一的尋星望遠鏡, 以尋找星體, 特別在觀測剛開始而水平度盤的方位尚未完全校正好的時候。

此儀器裝有一只羅盤, 如果已知地方的磁偏角, 便可用以定水平度盤的方向。

① 巴爾樓透鏡由兩個透鏡所組成, 具有負的焦距——譯者註。

② 在擺式等高儀的懸擺部分有兩個互相垂直形成十字的標翼以抵抗空氣, 因此可使擺動的物體趨于靜止。另外在儀器的底盤上也有兩個不動的標翼——譯者註。

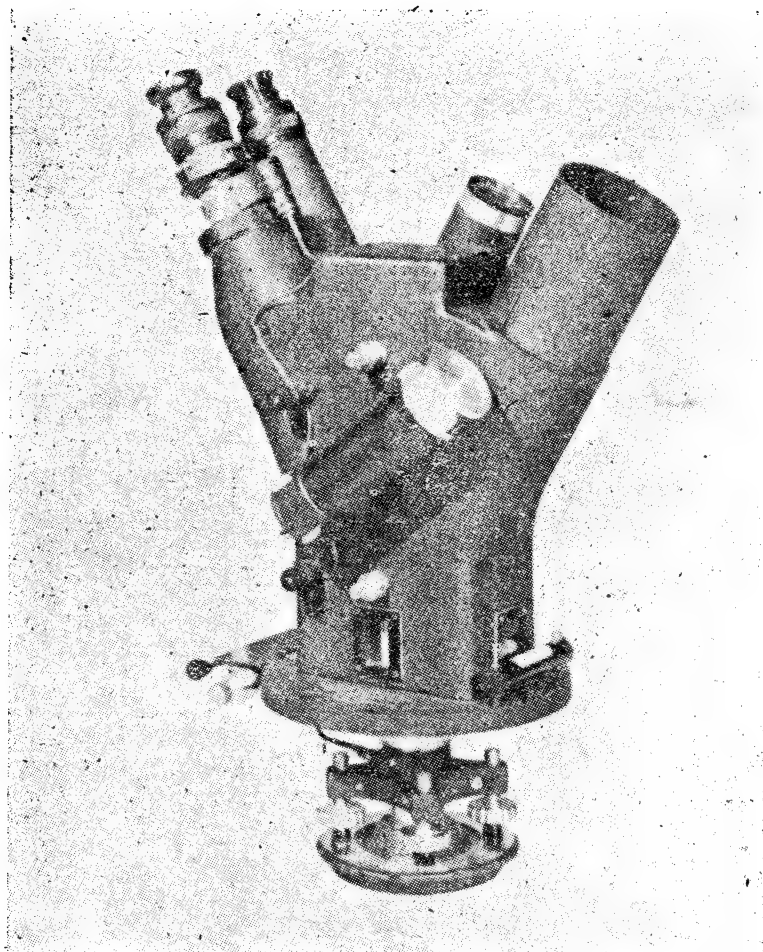


圖 67. 摆式等高仪 (美国 David White Company, Milwaukee, Wisc. 出品)

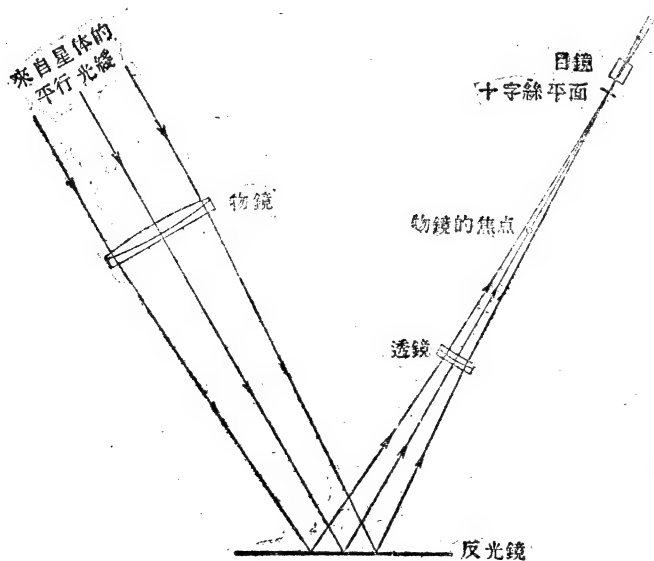


圖 68. 摆式等高仪的光学系統

### 12.3.2 自动改正的特性

巴尔楼透鏡在物鏡的焦面上構成了十字綫的虛像。連接物鏡中心与“虛十字綫”任意点的反射影的直綫就是視綫。

圖69表示仪器傾斜时視綫的移动。 $O$  为物鏡中心的位置,  $L$  为虛綫十字綫上一点的位置, 且  $L'$  为其反射影。因此  $OL'$  为一視綫。下指数 1 与 2 表示傾斜的两种情况。

为了簡化草圖, 傾斜的中心假設即为  $C$  点, 机械地在  $O$  与  $L$  之間, 其与反光鏡的距离仍为常数; 这种假定当然沒有任何限制的意义。

可以看出視線的高度角大約为一常数，如果仪器裝有灵敏度为每格  $1'$  的两个管状水准器，而仪器的置平又精确到一格，則天頂距的稳定性約为  $0''.1$ 。

## § 12.4 45° 稜鏡等高儀

### 12.4.1 概 述

45° 稜鏡等高儀（圖 70）系 1930 年英國海軍貝克（Baker）上校所設計。此儀器与上述的等高儀主要不同之点，在于所观测星体的天頂距是  $45^\circ$ 。其便利之处就是可观测的星体較多，因为星体过  $45^\circ$  等高圈的数目較之过  $30^\circ$  等高圈者为多。这就是說，因为可观测的星易于选择，也較有效，因此观测程序一般也就縮短。但是另一方面，在叢林地区則必須砍伐較多的树木。

### 12.4.2 構造原理

在望远鏡物鏡前面放一个五边形的稜鏡，在此稜鏡上粘貼一个三角形（楔形）稜鏡，使得五边形稜鏡的两个面互相平行（圖 71）。五边形稜鏡

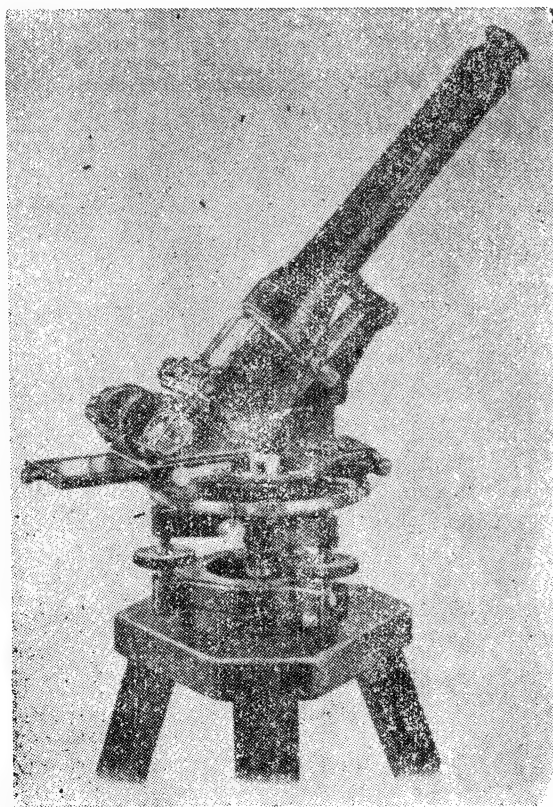


圖 70. 45° 稜鏡等高儀（英國倫敦 Cooke, Troughton and Simms 厂出品）

另有一种附件可供对一顆星进行多次的观测。这种附件包含有一組三个稜鏡，其偏差

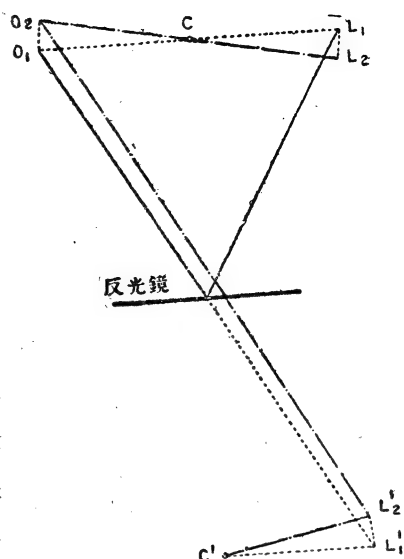


圖 69. 摆式高等儀的自动改正性質  
的两个反射面鍍上薄銀，但在两个稜鏡間的內面上有一塊面积約为物鏡直径的  $\frac{1}{4}$  的圓形面积去掉銀面。在稜鏡前下方安置一个水銀盤。

从  $45^\circ$  天頂距的星体所發出的光線可以从兩条線路进入望远鏡中：（1）經過五边形稜鏡的鍍銀面兩次反射之后；

（2）經水銀平面反射之后，透过稜鏡塊沒有鍍銀的圓孔部分。前一束光線受到兩次的反射，后一束光線仅反射一次。由于恒星的上升或下降，此兩支透入的光束便在相反的方向上移动。当这两支光束在豎絲上重合时，立即讀下或記下錶面时。

一个簡單的光学附件，可供准确观测星影的重合。插进一个微偏光稜鏡，遮盖着前一支光束的半个口径，因此有一半的光束向旁側偏移，使得一星变为双影。进行观测时，使得由水銀面反射的星影在双星影之間通过，于是当三个星影适在一直線上时記取时刻。記錄这种“接触”的精度較之观测兩星影为高。

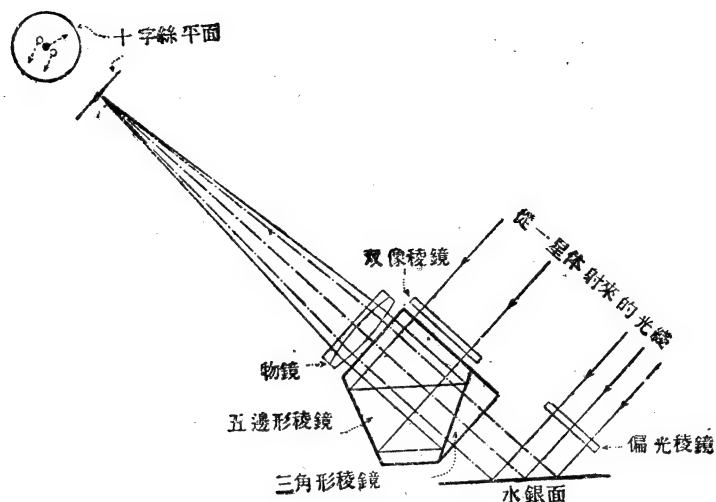


圖 71. 45°等高儀的光學系統

角 (Deviation) 各為  $3'$ 、 $9'$  及  $15'$ 。這些稜鏡安置在水銀盤上前方的第二束光線的綫路上 (圖71)。這三個稜鏡並排地裝在一個可滑動的框架上，可以水平地把它們依次推進到水銀面的上前方，使得其中的任意一個偏光稜鏡可以恰好擋着第二束光綫。這個滑動框架還可以翻轉過來以產生相反的偏光作用。因此每顆星可以觀測六次，也就是各在標準天頂距上下各  $1'.5$ 、 $4'.5$  及  $7'.5$  的天頂距上觀測。在觀測每顆星的过程中必須用水平微動螺旋慢慢轉動儀身的方位，使得六次的觀測均在豎絲兩旁各  $5'$  的範圍內。

望遠鏡的放大倍率為 25，孔徑為 35mm。儀器附有每度刻劃的水平度盤，沒有螺旋，而是借摩擦力來固定或轉動儀器的。借助於磁針儀，可以安置儀器以讀取方位角。

缺 页

折 光 系 数  $R$  表

表 2

$$r = \frac{p}{270+t} R \quad (\text{§ 4.2})$$

 $p$  以 mm 为單位

 $t$  以攝氏一度为單位

$h$	$R$	每 1' 之差 $10^{-4}$	$h$	$R$	每 1' 之差 $10^{-4}$	$h$	$R$	每 1' 之差 ( $10^{-4}$ )
15°	78.35	—828	41°	24.52	—140	67°	9.06	— 73
16	73.38	—740	42	23.68	—137	68	8.62	— 72
17	68.94	—662	43	22.86	—130	69	8.19	— 70
18	64.97	—593	44	22.03	—125	70	7.77	— 70
19	61.38	—542	45	21.33	—122	71	7.35	— 68
20	58.13	—493	46	20.60	—118	72	6.94	— 68
21	55.17	—452	47	19.89	—113	73	6.53	— 68
22	52.46	—415	48	19.21	—112	74	6.12	— 67
23	49.97	—383	49	18.54	—107	75	5.72	— 67
24	47.67	—355	50	17.90	—103	76	5.32	— 65
25	45.54	—330	51	17.28	—102	77	4.93	— 65
26	43.56	—308	52	16.67	— 98	78	4.54	— 65
27	41.71	—287	53	16.08	— 97	79	4.15	— 65
28	39.99	—270	54	15.50	— 93	80	3.76	— 63
29	38.37	—253	55	14.94	— 92	81	3.38	— 63
30	36.85	—238	56	14.39	— 88	82	3.00	— 63
31	35.42	—227	57	13.86	— 87	83	2.62	— 63
32	34.06	—213	58	13.34	— 87	84	2.24	— 62
33	32.78	—202	59	12.82	— 83	85	1.87	— 63
34	31.57	—192	60	12.32	— 82	86	1.49	— 60
35	30.42	—183	61	11.83	— 80	86.5	1.31	— 63
36	29.32	—175	62	11.35	— 78	87	1.12	— 63
37	28.27	—167	63	10.88	— 78	87.5	0.93	— 60
38	27.27	—158	64	10.41	— 77	88	0.75	— 63
39	26.32	—153	65	9.95	— 75	88.5	0.56	— 63
40	25.40	—147	66	9.50	— 73	89	0.37	— 60
41	24.52		67	9.06		89.5	0.19	

例:

$$h = 45^{\circ} 11'$$

$$R = 20.47$$

$$p = 754.3 \text{ mm}$$

$$t = +17^{\circ}.6 \text{ C.}$$

$$r = \frac{754.3}{287.6} \times 20.47 = 53''.7$$



折 光 系 数  $R'$  表

表 3

$$r = \frac{p'}{454 + t'} R' \quad (\text{§ 4.2})$$

 $p'$  以吋为單位 $t'$  以华氏一度为單位

$h$	$R'$	每 $1'$ 之差 $10^{-2}$	$h$	$R'$	每 $1'$ 之差 $10^{-2}$	$h$	$R'$	每 $1'$ 之差 ( $10^{-2}$ )
15°	3582	—378	41°	1121	—63	67°	414	—33
16	3355	—338	42	1083	—63	68	394	—33
17	3152	—302	43	1045	—58	69	374	—32
18	2971	—275	44	1010	—58	70	355	—32
19	2806	—247	45	975	—55	71	336	—32
20	2658	—227	46	942	—55	72	317	—30
21	2522	—205	47	909	—52	73	299	—32
22	2399	—190	48	878	—50	74	280	—30
23	2285	—175	49	848	—50	75	262	—32
24	2180	—163	50	818	—47	76	243	—30
25	2082	—150	51	790	—47	77	225	—28
26	1992	—142	52	762	—45	78	208	—30
27	1907	—132	53	735	—43	79	190	—30
28	1828	—123	54	709	—43	80	172	—30
29	1754	—115	55	683	—42	81	154	—38
30	1685	—108	56	658	—40	82	137	—28
31	1620	—105	57	634	—40	83	120	—30
32	1557	—97	58	610	—40	84	102	—27
33	1499	—93	59	586	—38	85	86	—30
34	1443	—87	60	563	—37	86	68	—27
35	1391	—83	61	541	—37	86.5	60	—30
36	1341	—80	62	519	—35	87	51	—30
37	1293	—77	63	498	—37	87.5	42	—27
38	1247	—73	64	476	—35	88	34	—27
39	1203	—70	65	455	—33	88.5	26	—30
40	1161	—67	66	434	—33	89	17	—27
41	1121		67	414		89.5	9	

例:

$$h = 46^{\circ} 11'$$

$$R' = 936$$

$$p' = 29''.70$$

$$t' = 63^{\circ}.7\text{F.}$$

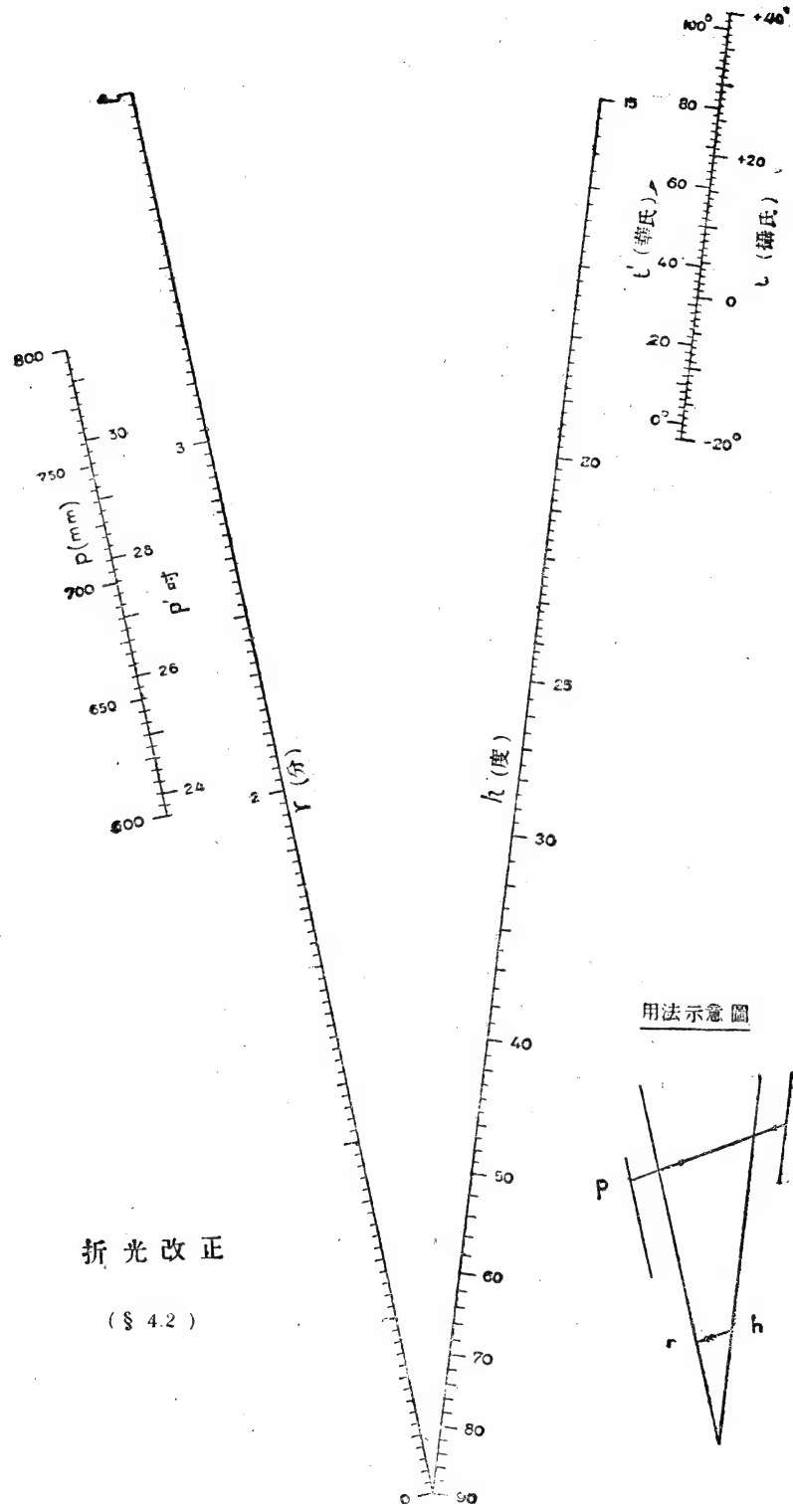
$$r = \frac{29.70}{517.7} \times 936 = 53''.7$$

$$m=2 \rho \sin^2 \frac{1}{2} \tau$$

$\tau$	0m	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m
s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
0	0.00	1.96	7.85	17.67	31.42	49.09	70.68	96.20	125.65	159.02	196.32
1	0.00	2.03	7.98	17.87	31.68	49.41	71.07	96.66	126.17	159.61	196.97
2	0.00	2.10	8.12	18.07	31.94	49.74	71.47	97.12	126.70	160.20	197.63
3	0.00	2.16	8.25	18.27	32.20	50.07	71.86	97.58	127.22	160.80	198.28
4	0.01	2.23	8.39	18.47	32.47	50.40	72.26	98.04	127.75	161.39	198.94
5	0.01	2.31	8.52	18.67	32.74	50.73	72.66	98.50	128.28	161.98	199.60
6	0.02	2.38	8.66	18.87	33.01	51.07	73.06	98.97	128.81	162.58	200.26
7	0.02	2.45	8.80	19.07	33.27	51.40	73.46	99.43	129.34	163.17	200.92
8	0.03	2.52	8.94	19.28	33.54	51.74	73.86	99.90	129.87	163.77	201.59
9	0.04	2.60	9.08	19.48	33.81	52.07	74.26	100.37	130.40	164.37	202.25
10	0.05	2.67	9.22	19.69	34.09	52.41	74.66	100.84	130.94	164.97	202.92
11	0.06	2.75	9.36	19.90	34.36	52.75	75.06	101.31	131.47	165.57	203.58
12	0.08	2.83	9.50	20.11	34.64	53.09	75.47	101.78	132.01	166.17	204.25
13	0.09	2.91	9.64	20.32	34.91	53.43	75.88	102.25	132.55	166.77	204.92
14	0.11	2.99	9.79	20.53	35.19	53.77	76.29	102.72	133.09	167.37	205.59
15	0.12	3.07	9.94	20.74	35.46	54.11	76.69	103.20	133.63	167.97	206.26
16	0.14	3.15	10.09	20.95	35.74	54.46	77.10	103.67	134.17	168.58	206.93
17	0.16	3.23	10.24	21.16	36.02	54.80	77.51	104.15	134.71	169.19	207.60
18	0.18	3.32	10.39	21.38	36.30	55.15	77.93	104.63	135.25	169.80	208.27
19	0.20	3.40	10.54	21.60	36.58	55.50	78.34	105.10	135.80	170.41	208.94
20	0.22	3.49	10.69	21.82	36.87	55.84	78.75	105.58	136.34	171.02	209.62
21	0.24	3.58	10.84	22.03	37.15	56.19	79.16	106.06	136.88	171.63	210.30
22	0.26	3.67	11.00	22.25	37.44	56.55	79.58	106.55	137.43	172.24	210.98
23	0.28	3.76	11.15	22.47	37.72	56.90	80.00	107.03	137.98	172.85	211.66
24	0.31	3.85	11.31	22.70	38.01	57.25	80.42	107.51	138.53	173.47	212.34
25	0.34	3.94	11.47	22.92	38.30	57.60	80.84	107.99	139.08	174.08	213.02
26	0.37	4.03	11.63	23.14	38.59	57.96	81.26	108.48	139.63	174.70	213.70
27	0.40	4.12	11.79	23.37	38.88	58.32	81.68	108.97	140.18	175.32	214.38
28	0.43	4.22	11.95	23.60	39.17	58.68	82.10	109.46	140.74	175.94	215.07
29	0.46	4.32	12.11	23.82	39.46	59.03	82.52	109.95	141.29	176.56	215.75
30	0.49	4.42	12.27	24.05	39.76	59.40	82.95	110.44	141.85	177.18	216.44
31	0.52	4.52	12.43	24.28	40.05	59.75	83.38	110.93	142.40	177.80	217.12
32	0.56	4.62	12.60	24.51	40.35	60.11	83.81	111.43	142.96	178.43	217.81
33	0.59	4.72	12.76	24.74	40.65	60.47	84.23	111.92	143.52	179.05	218.50
34	0.63	4.82	12.93	24.98	40.95	60.84	84.66	112.41	144.08	179.68	219.19
35	0.67	4.92	13.10	25.21	41.25	61.20	85.09	112.90	144.64	180.30	219.88
36	0.71	5.03	13.27	25.45	41.55	61.57	85.52	113.40	145.20	180.93	220.58
37	0.75	5.13	13.44	25.68	41.85	61.94	85.95	113.90	145.76	181.56	221.27
38	0.79	5.24	13.62	25.92	42.15	62.31	86.39	114.40	146.33	182.19	221.97
39	0.83	5.34	13.79	26.16	42.45	62.68	86.82	114.90	146.89	182.82	222.66
40	0.87	5.45	13.96	26.40	42.76	63.05	87.26	115.40	147.46	183.46	223.36
41	0.91	5.56	14.13	26.64	43.06	63.42	87.70	115.90	148.03	184.09	224.06
42	0.96	5.67	14.31	26.88	43.37	63.79	88.14	116.40	148.60	184.72	224.76
43	1.01	5.78	14.49	27.12	43.68	64.16	88.57	116.90	149.17	185.35	225.46
44	1.06	5.90	14.67	27.37	43.99	64.54	89.01	117.41	149.74	185.99	226.16
45	1.10	6.01	14.85	27.61	44.30	64.91	89.45	117.92	150.31	186.63	226.86
46	1.15	6.13	15.03	27.86	44.61	65.29	89.89	118.43	150.88	187.27	227.57
47	1.20	6.24	15.21	28.10	44.92	65.67	90.33	118.94	151.45	187.91	228.27
48	1.26	6.36	15.39	28.35	45.24	66.05	90.78	119.45	152.03	188.55	228.98
49	1.31	6.48	15.57	28.60	45.55	66.43	91.23	119.96	152.61	189.19	229.68
50	1.36	6.60	15.76	28.85	45.87	66.81	91.68	120.47	153.19	189.83	230.39
51	1.42	6.72	15.95	29.10	46.18	67.19	92.12	120.98	153.77	190.47	231.10
52	1.48	6.84	16.14	29.36	46.50	67.58	92.57	121.49	154.35	191.12	231.81
53	1.53	6.96	16.32	29.61	46.82	67.96	93.02	122.01	154.93	191.76	232.52
54	1.59	7.09	16.51	29.86	47.14	68.35	93.47	122.53	155.51	192.41	233.24
55	1.65	7.21	16.70	30.12	47.46	68.73	93.92	123.05	156.09	193.06	233.95
56	1.71	7.34	16.89	30.38	47.79	69.12	94.38	123.57	156.67	193.71	234.67
57	1.77	7.46	17.08	30.64	48.11	69.51	94.83	124.09	157.25	194.36	235.38
58	1.83	7.60	17.28	30.90	48.43	69.90	95.29	124.61	157.84	195.01	236.10
59	1.89	7.72	17.47	31.16	48.76	70.29	95.74	125.13	158.43	195.66	236.82

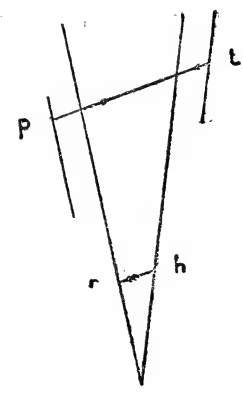
$$m=2\mu \sin^2 \frac{1}{2} \tau$$

$\tau$	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m
s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
0	237.54	282.68	331.74	384.74	441.63	502.46	567.2	635.9	708.4	784.9
1	238.26	283.47	332.59	385.65	442.62	503.50	568.3	637.0	709.7	786.2
2	238.98	284.26	333.44	386.56	443.60	504.55	569.4	638.2	710.9	787.5
3	239.70	285.04	334.29	387.48	444.58	505.60	570.5	639.4	712.1	788.8
4	240.42	285.83	335.15	388.40	445.56	506.65	571.6	640.6	713.4	790.1
5	241.14	286.62	336.00	389.32	446.55	507.70	572.8	641.7	714.6	791.4
6	241.87	287.41	336.86	390.24	447.54	508.76	573.9	642.9	715.9	792.7
7	242.60	288.20	337.72	391.16	448.53	509.81	575.0	644.1	717.1	794.0
8	243.33	289.00	338.58	392.09	449.51	510.86	576.1	645.3	718.4	795.4
9	244.06	289.79	339.44	393.01	450.50	511.92	577.2	646.5	719.6	796.7
10	244.79	290.58	340.30	393.94	451.50	512.98	578.4	647.7	720.9	798.0
11	245.52	291.38	341.16	394.86	452.49	514.03	579.5	648.9	722.1	799.3
12	246.25	292.18	342.02	395.79	453.48	515.09	580.6	650.0	723.4	800.7
13	246.98	292.98	342.88	396.72	454.48	516.15	581.7	651.2	724.6	802.0
14	247.72	293.78	343.75	397.65	455.47	517.21	582.9	652.4	725.9	803.3
15	248.45	294.58	344.62	398.58	456.47	518.27	584.0	653.6	727.2	804.6
16	249.19	295.38	345.49	399.52	457.47	519.34	585.1	654.8	728.4	806.0
17	249.93	296.18	346.36	400.45	458.47	520.40	586.2	656.0	729.7	807.3
18	250.67	296.99	347.23	401.38	459.47	521.47	587.4	657.2	730.9	808.6
19	251.41	297.79	348.10	402.32	460.47	522.53	588.5	658.4	732.2	809.9
20	252.15	298.60	348.97	403.26	461.47	523.60	589.6	659.6	733.5	811.3
21	252.89	299.40	349.84	404.20	462.48	524.67	590.8	660.8	734.7	812.6
22	253.63	300.21	350.71	405.14	463.48	525.74	591.9	662.0	736.0	813.9
23	254.37	301.02	351.58	406.08	464.48	526.81	593.0	663.2	737.3	815.2
24	255.12	301.83	352.46	407.02	465.49	527.89	594.2	664.4	738.5	816.6
25	255.87	302.64	353.34	407.96	466.50	528.96	595.3	665.6	739.8	817.9
26	256.62	303.46	354.22	408.90	467.51	530.03	596.5	666.8	741.1	819.2
27	257.37	304.27	355.10	409.84	468.52	531.11	597.6	668.0	742.3	820.5
28	258.12	305.09	355.98	410.79	469.53	532.18	598.7	669.2	743.6	821.9
29	258.87	305.90	356.95	411.73	470.54	533.26	599.9	670.4	744.9	823.2
30	259.62	306.72	357.74	412.68	471.55	534.33	601.0	671.6	746.2	824.6
31	260.37	307.54	358.62	413.63	472.57	535.41	602.2	672.8	747.4	825.9
32	261.12	308.36	359.51	414.59	473.58	536.50	603.3	674.1	748.7	827.3
33	261.88	309.18	360.39	415.54	474.60	537.58	604.5	675.3	750.0	828.6
34	262.64	310.00	361.28	416.49	475.62	538.67	605.6	676.5	751.3	829.9
35	263.39	310.82	362.17	417.44	476.64	539.75	606.8	677.7	752.6	831.2
36	264.15	311.65	363.07	418.40	477.65	540.83	607.9	678.9	753.8	832.6
37	264.91	312.47	363.96	419.35	478.67	541.91	609.1	680.1	755.1	833.9
38	265.68	313.30	364.85	420.31	479.70	543.00	610.2	681.3	756.4	835.3
39	266.44	314.12	365.75	421.27	480.72	544.09	611.4	682.6	757.7	836.6
40	267.20	314.95	366.64	422.23	481.74	545.18	612.5	683.8	759.0	838.0
41	267.96	315.78	367.53	423.19	482.77	546.27	613.7	685.0	760.2	839.3
42	268.73	316.61	368.42	424.15	483.79	547.36	614.8	686.2	761.5	840.7
43	269.49	317.44	369.31	425.11	484.82	548.45	616.0	687.4	762.8	842.0
44	270.26	318.27	370.21	426.07	485.85	549.55	617.2	688.7	764.1	843.4
45	271.02	319.10	371.11	427.04	486.88	550.64	618.3	689.9	765.4	844.7
46	271.79	319.94	372.01	428.01	487.91	551.73	619.5	691.1	766.7	846.1
47	272.56	320.78	372.91	428.97	488.94	552.83	620.6	692.4	768.0	847.5
48	273.34	321.62	373.82	429.93	489.97	553.93	621.8	693.6	769.3	848.9
49	274.11	322.45	374.72	430.90	491.01	555.03	623.0	694.8	770.6	850.2
50	274.88	323.29	375.62	431.87	492.05	556.13	624.1	696.0	771.9	851.6
51	275.65	324.13	376.52	432.84	493.08	557.24	625.3	697.3	773.1	852.9
52	276.43	324.97	377.43	433.82	494.12	558.34	626.5	698.5	774.5	854.3
53	277.20	325.81	378.34	434.79	495.15	559.44	627.6	699.7	775.7	855.7
54	277.98	326.66	379.26	435.76	496.19	560.55	628.8	701.0	777.1	857.1
55	278.76	327.50	380.17	436.73	497.23	561.65	630.0	702.2	778.4	858.4
56	279.55	328.35	381.08	437.71	498.28	562.76	631.2	703.5	779.7	859.8
57	280.33	329.19	381.99	438.69	499.32	563.87	632.3	704.7	781.0	861.1
58	281.12	330.04	382.90	439.67	500.37	564.98	633.5	705.9	782.3	862.5
59	281.90	330.89	382.82	440.65	501.41	566.08	634.7	707.1	783.6	863.9



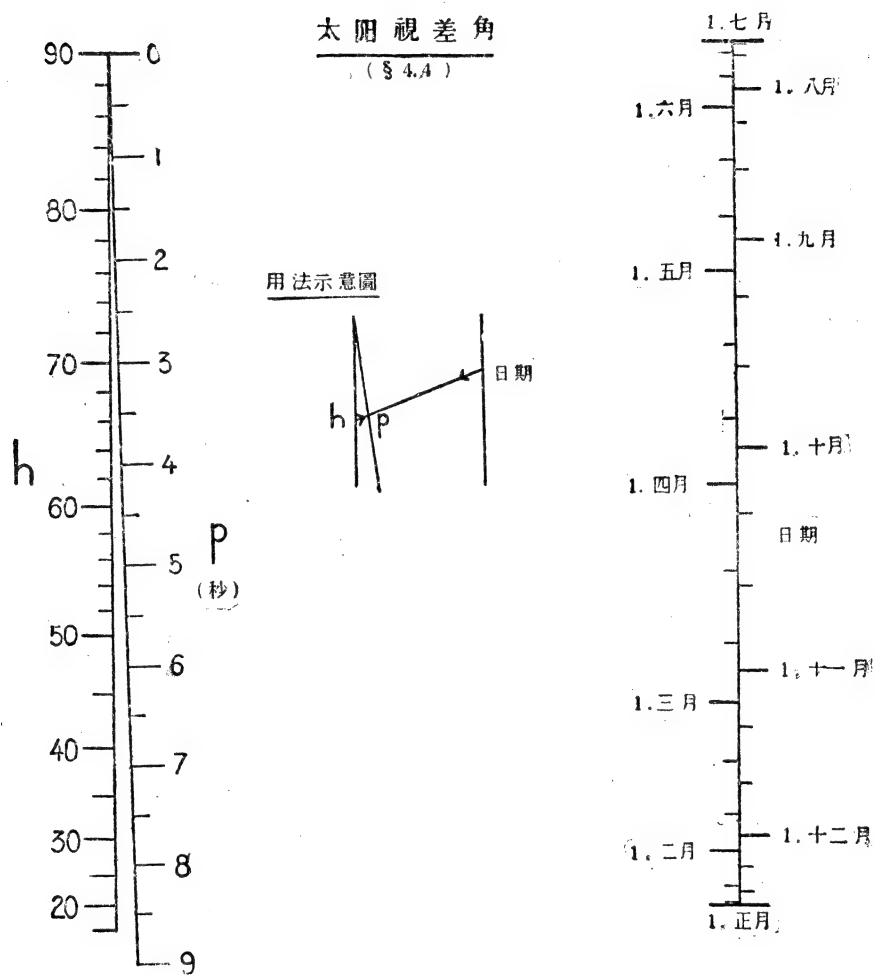
折光改正  
(§ 4.2)

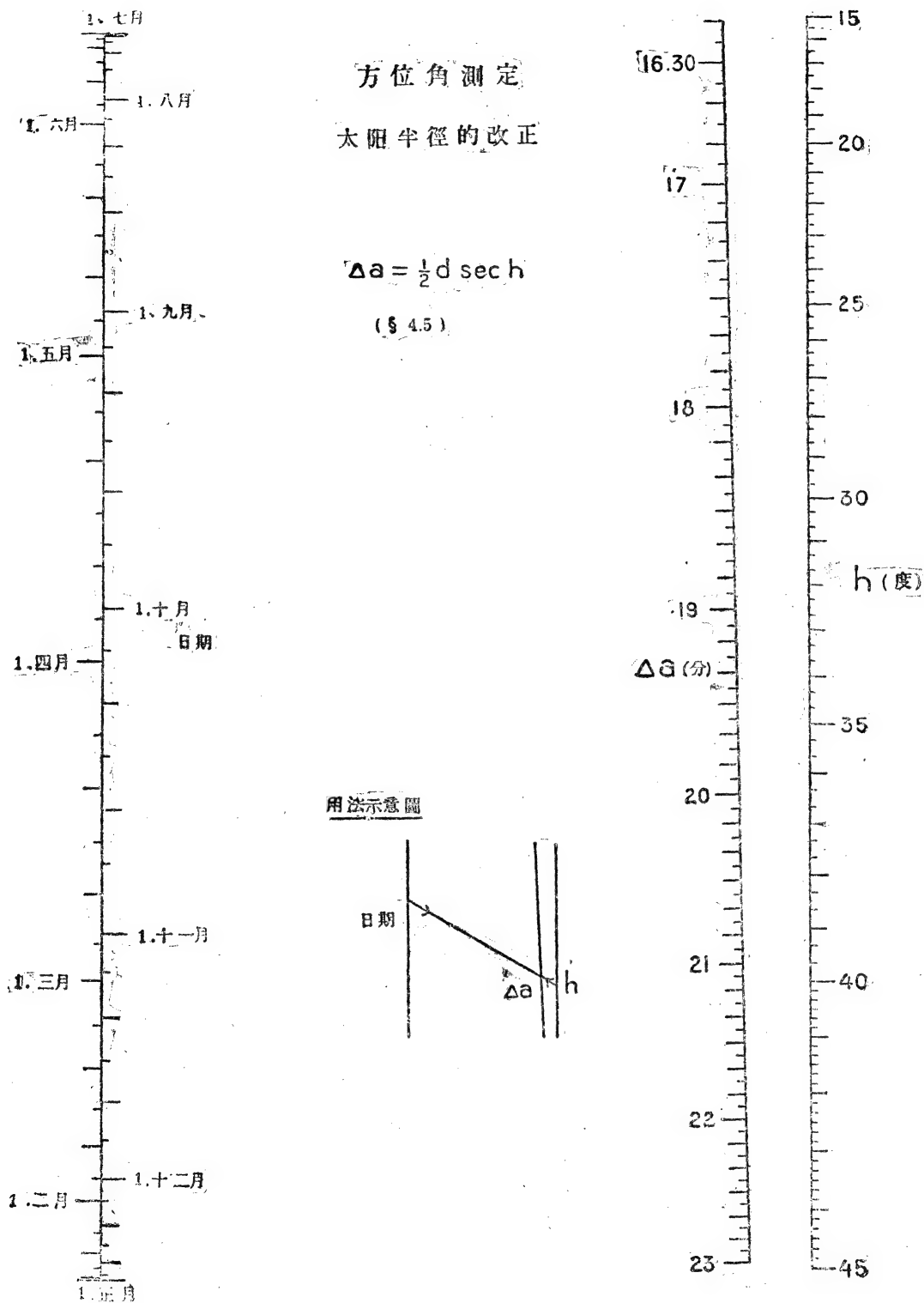
用法示意圖



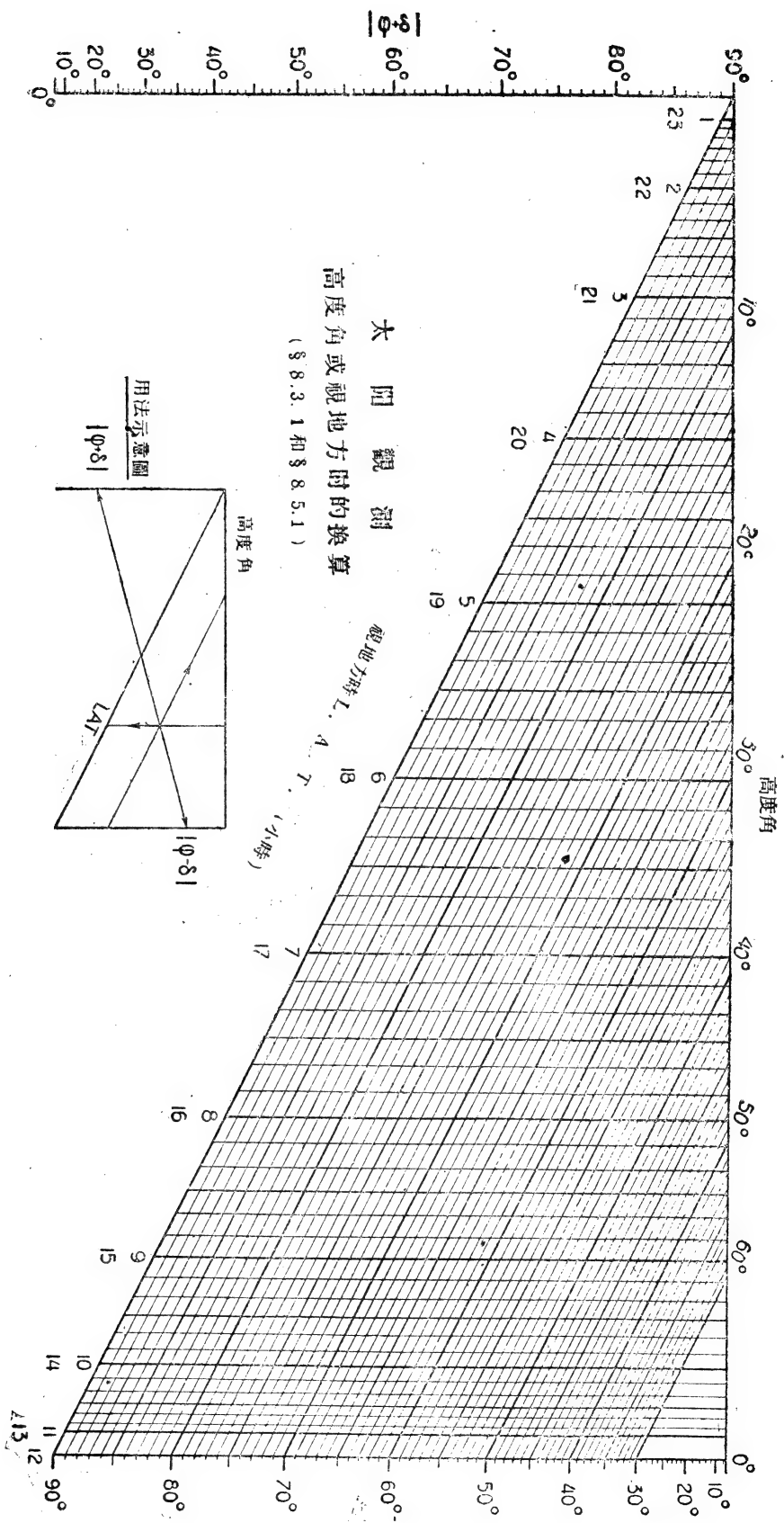
列綫圖 1







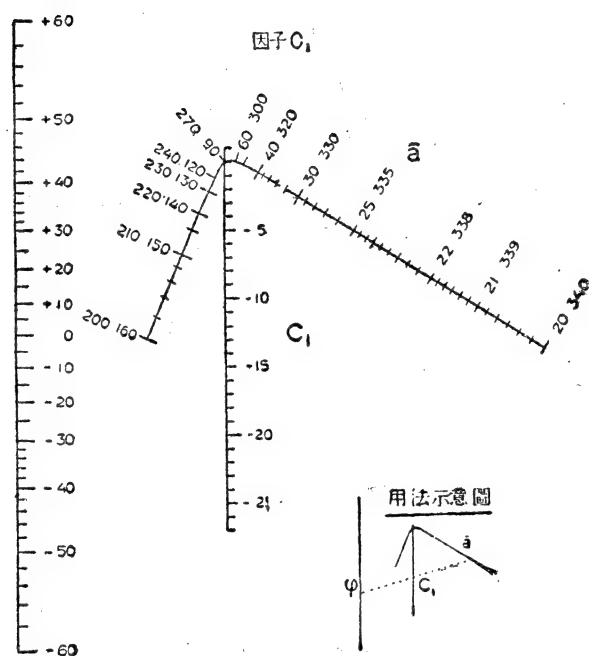
列綫圖 4



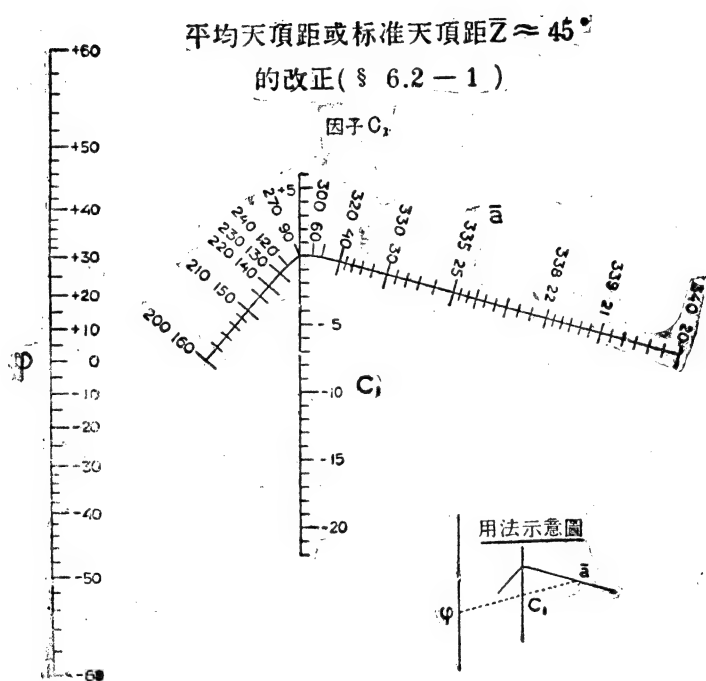
列綫圖 5



平均天頂距或标准天頂距  $\bar{Z} \approx 30^\circ$   
 的改正 (§ 6.2 - 1)



列綫圖 6

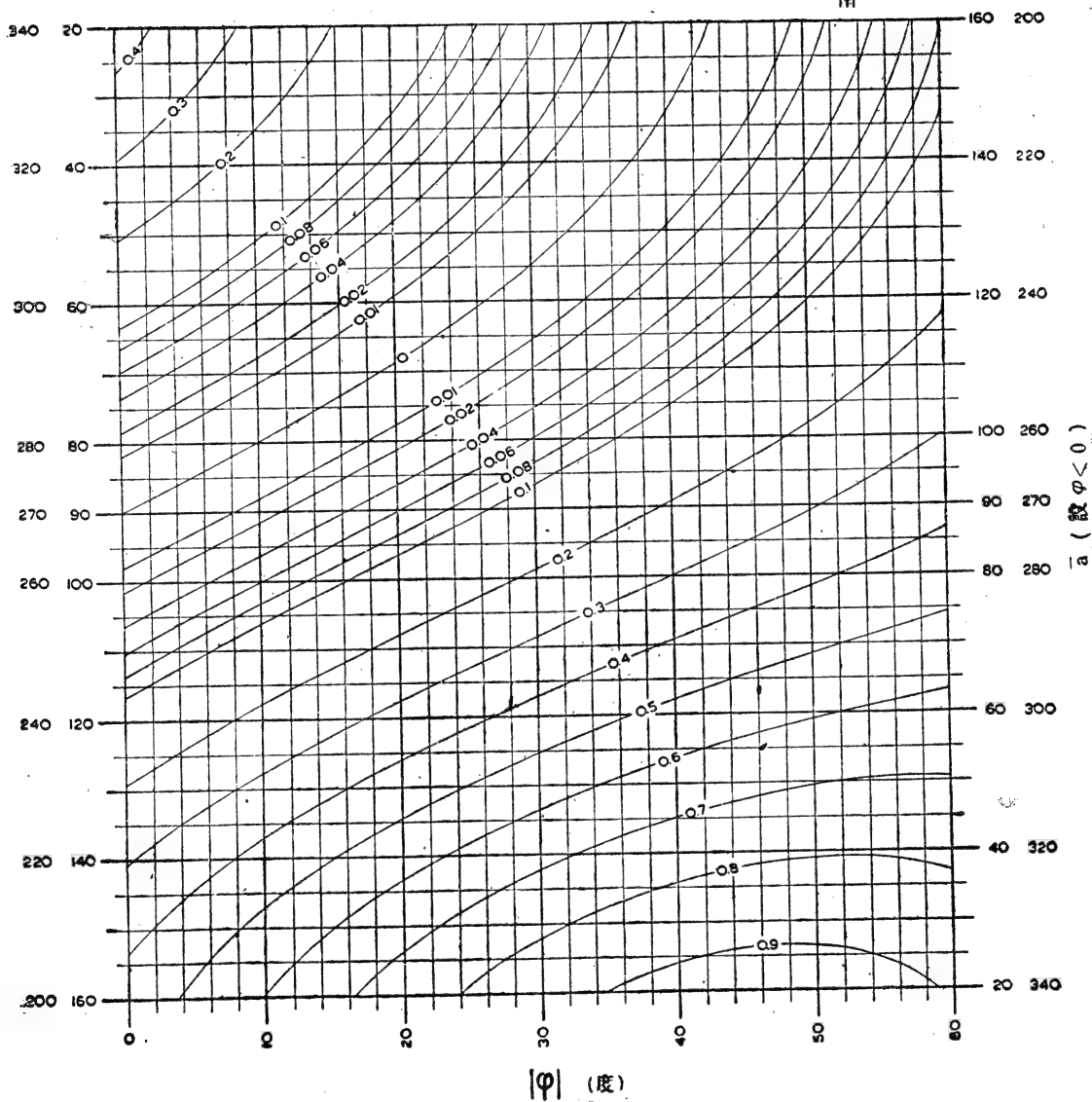
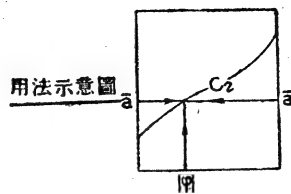


列綫圖 7

平均天頂距的改正 ( $\bar{Z} \approx 45^\circ$ )

因子  $C_2$  (永为正数)

(§ 6.2-1)

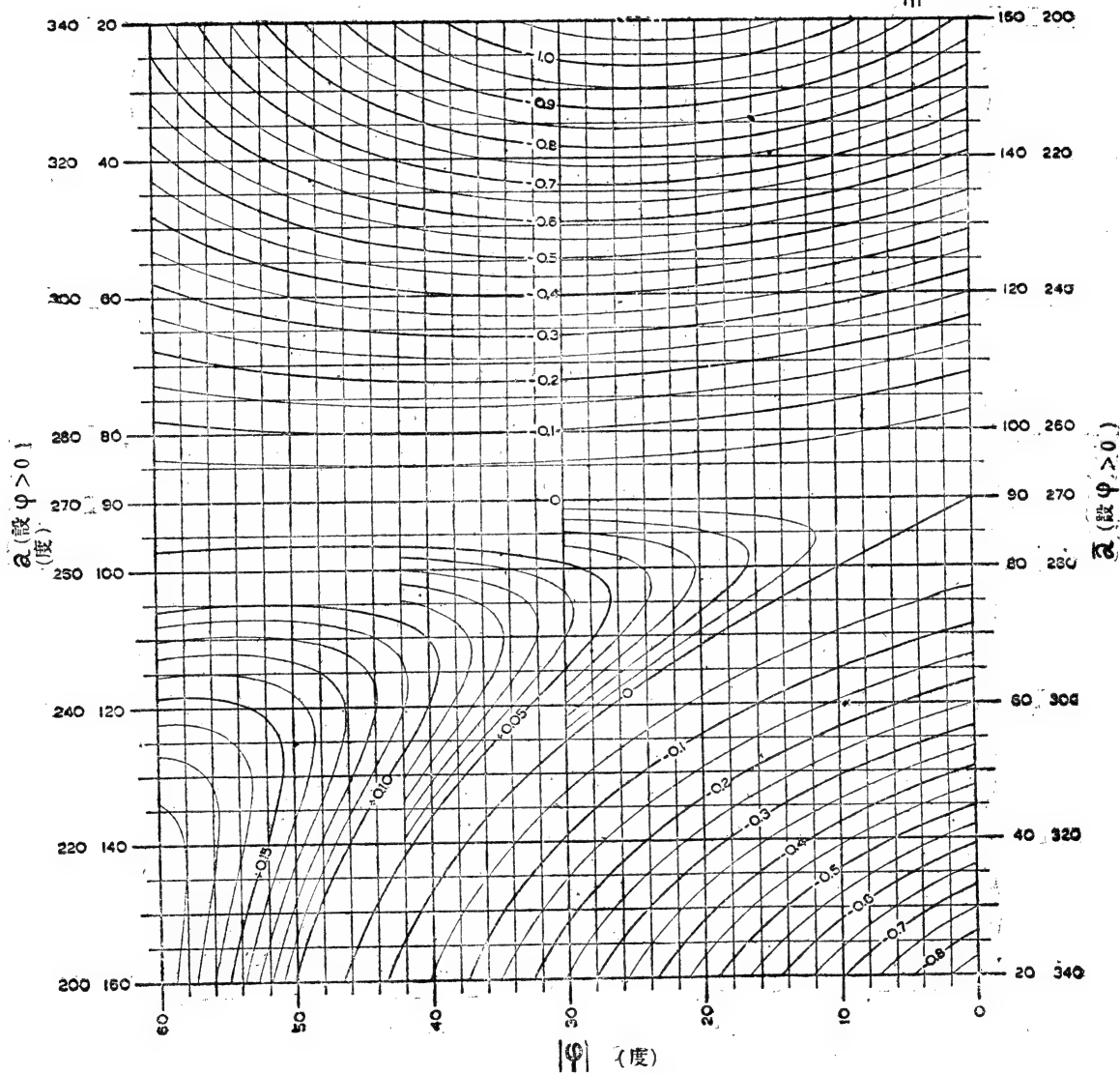
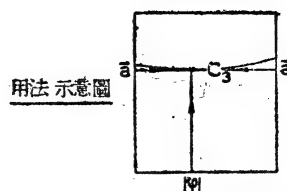


N.D.H.

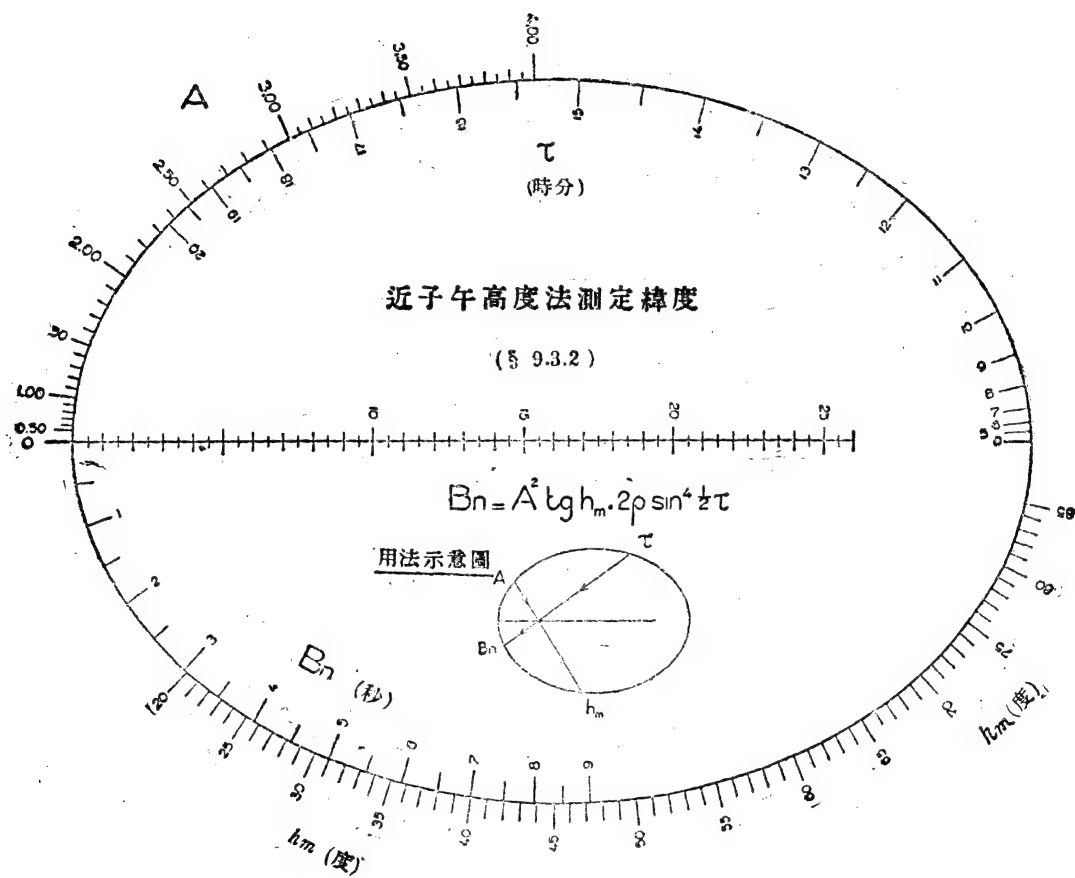
列线图 8

平均天頂距的改正 ( $\bar{Z} \approx 45^\circ$ )因子  $C_3$ 

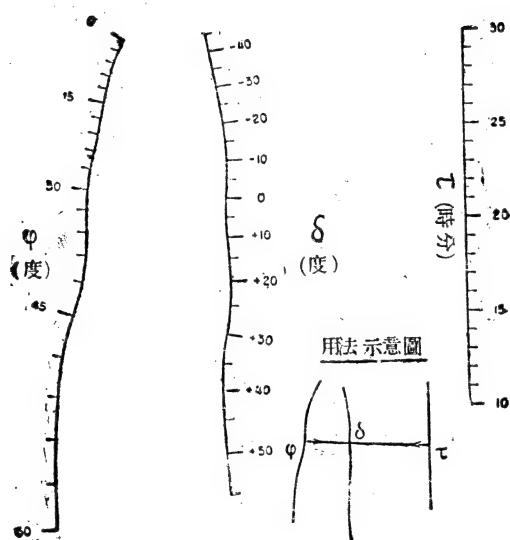
(§ 6.3)



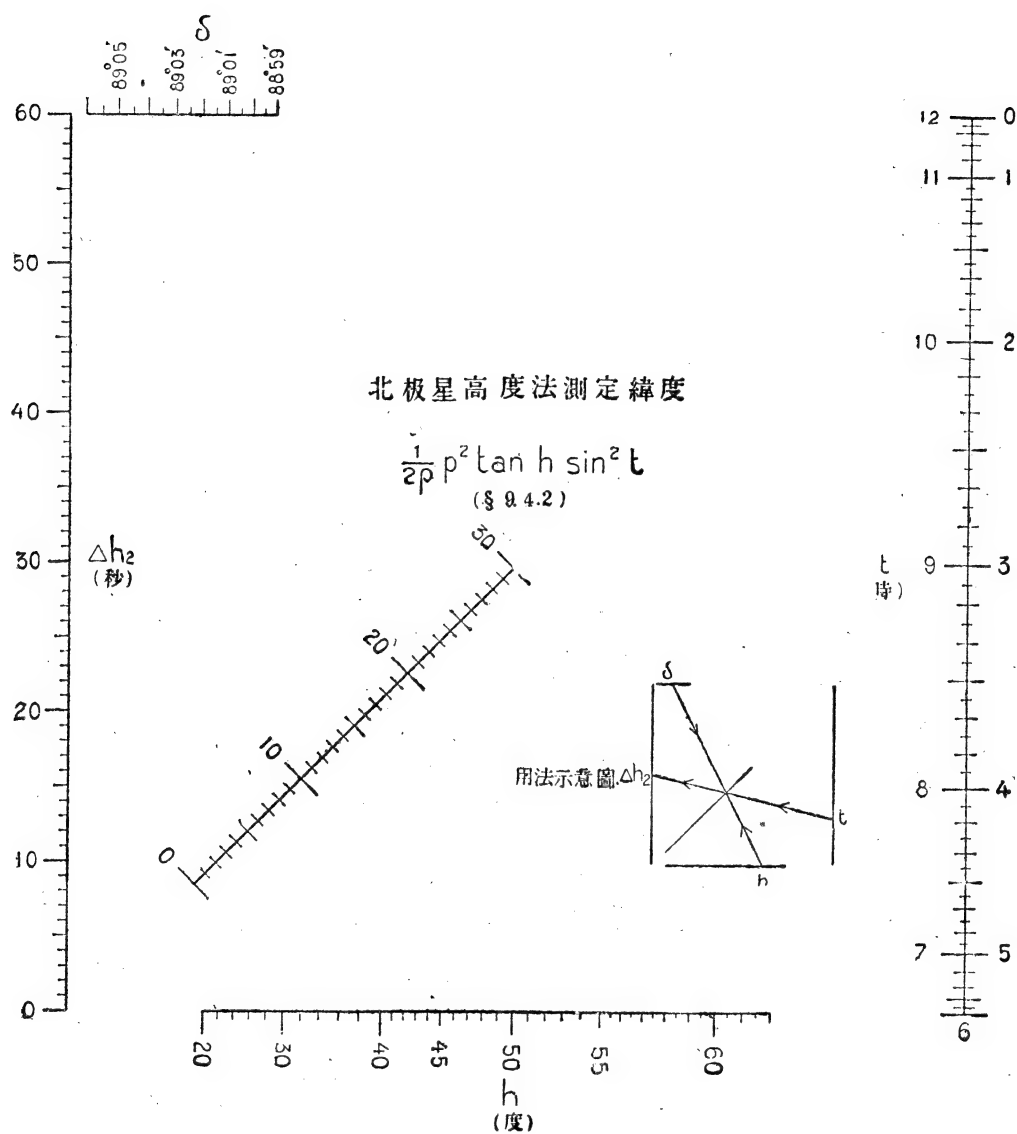
列綫圖 9



# 近子午高度法測定緯度



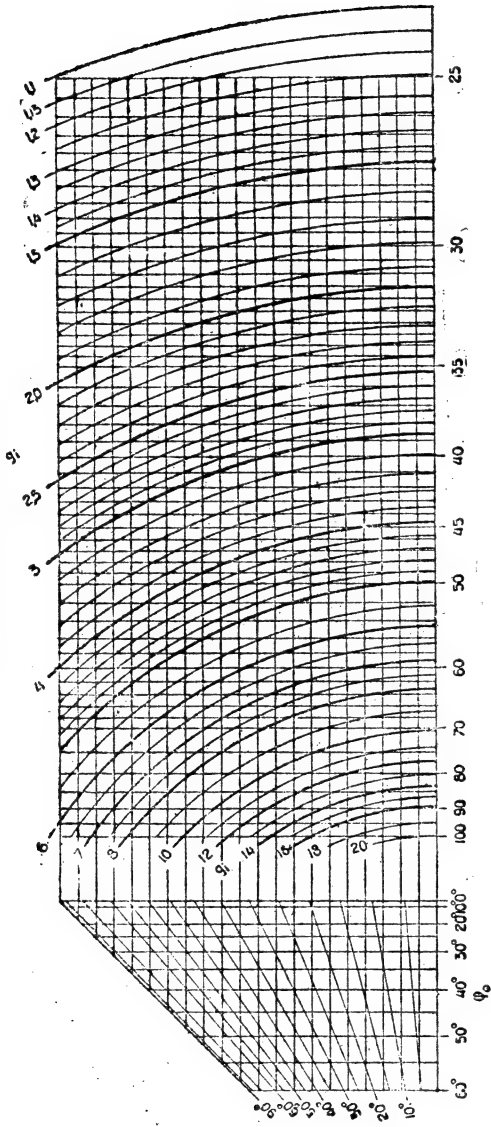
最大的允許時段  $\tau$



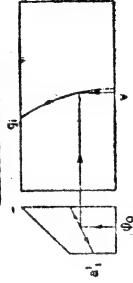
列綫圖 12

# 多星高度(等高)法測定經緯度

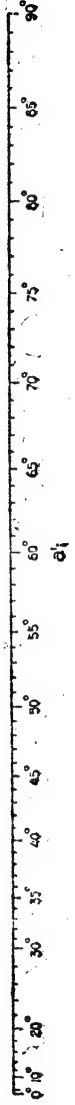
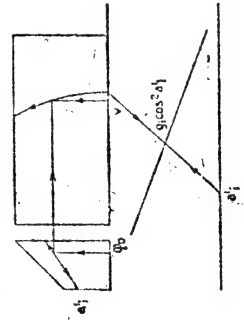
$g_i$  及  $g_i \cos^2 \alpha_i$   
(§11.2.2, 11.3.1 及 11.3.6)



用法示意圖 ( $g_i$  的計算)



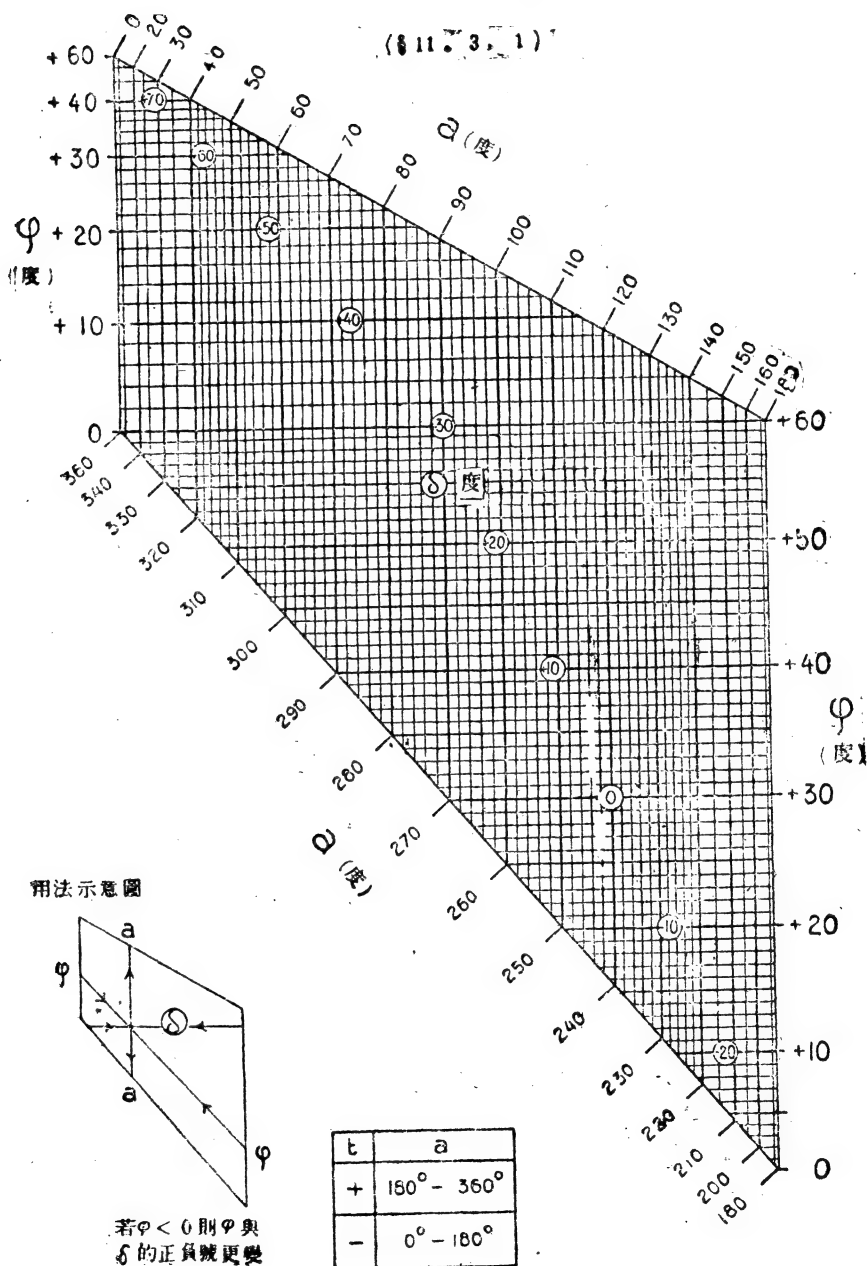
用法示意圖 ( $g_i \cos^2 \alpha_i$  的計算)

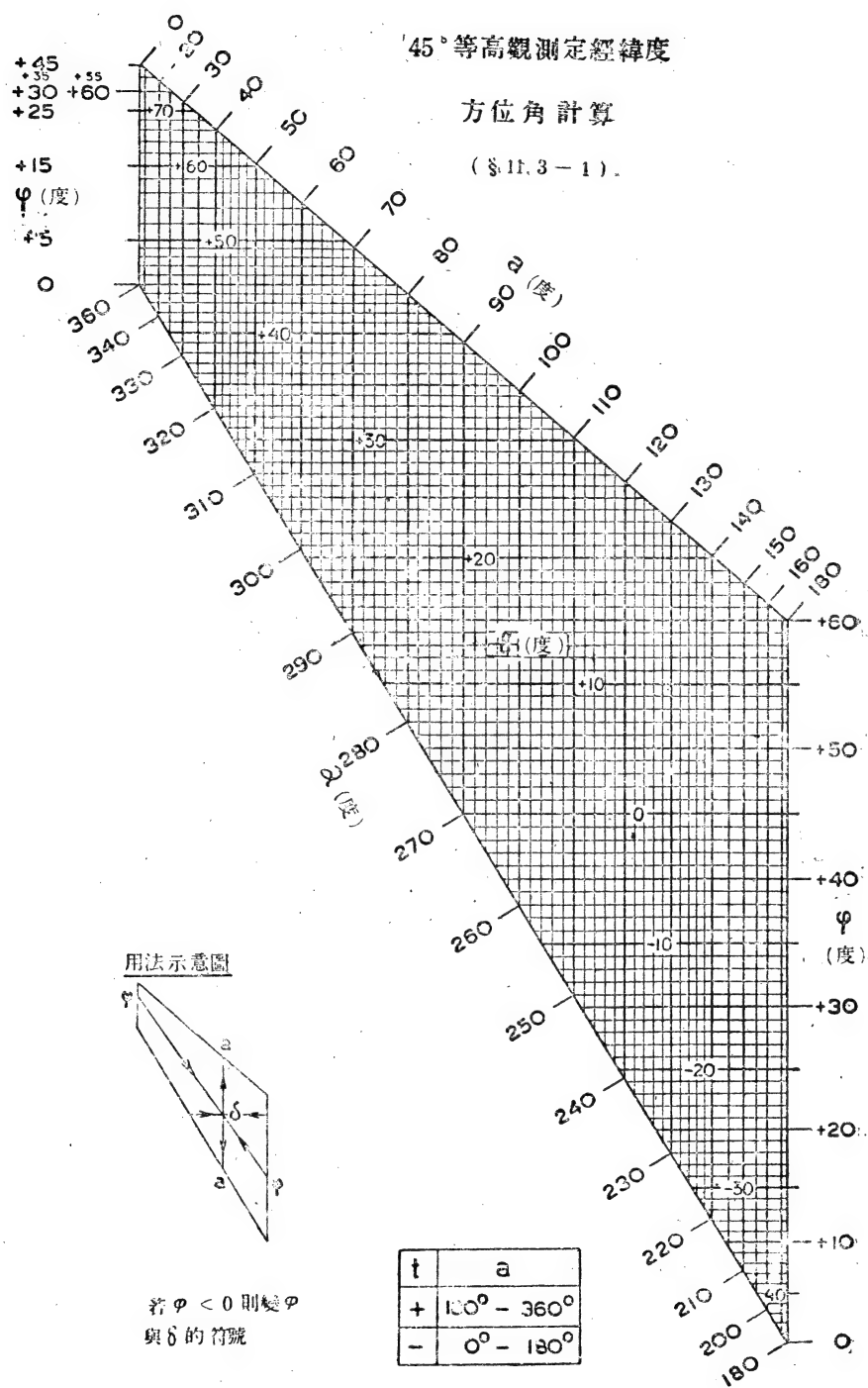




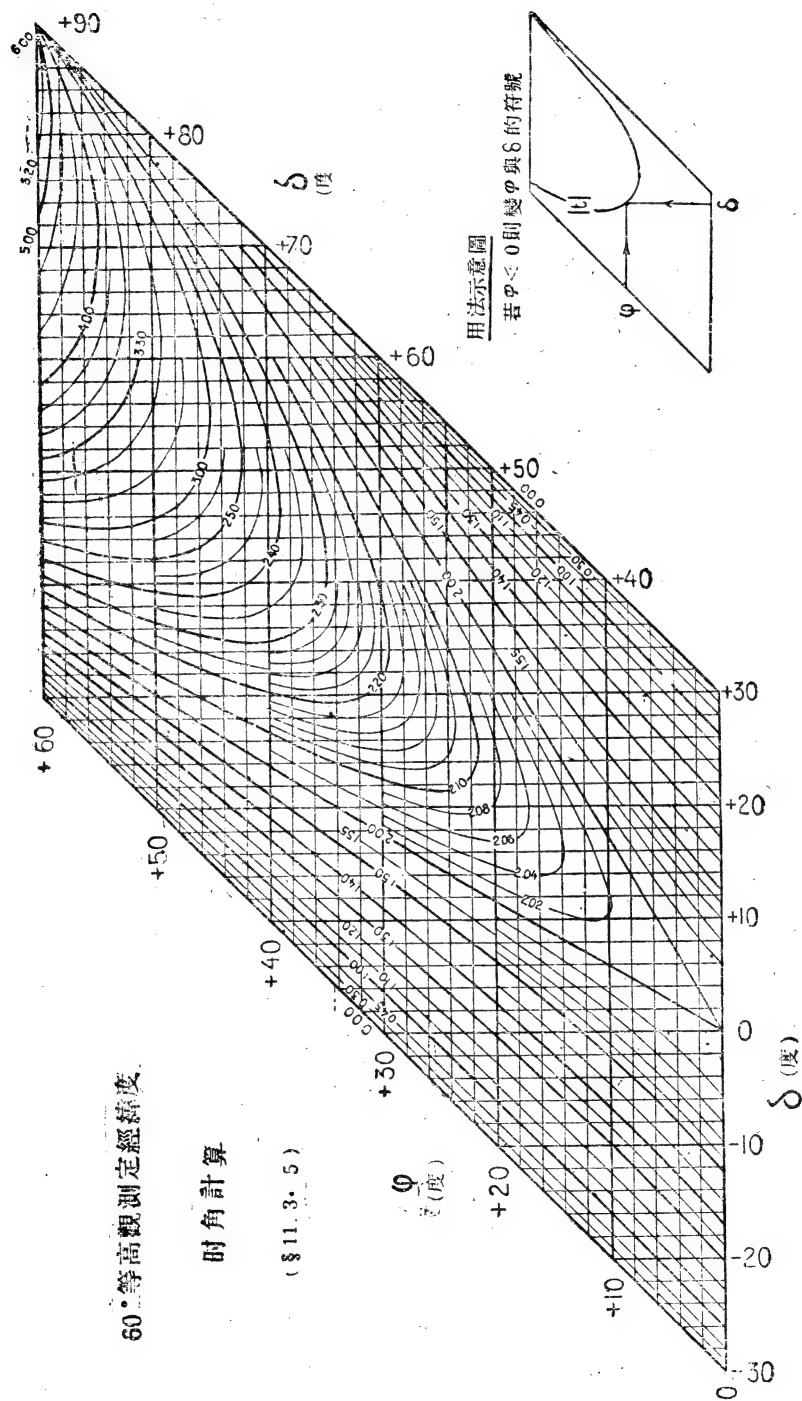
## 60°等高觀測定經緯度

## 方位角計算

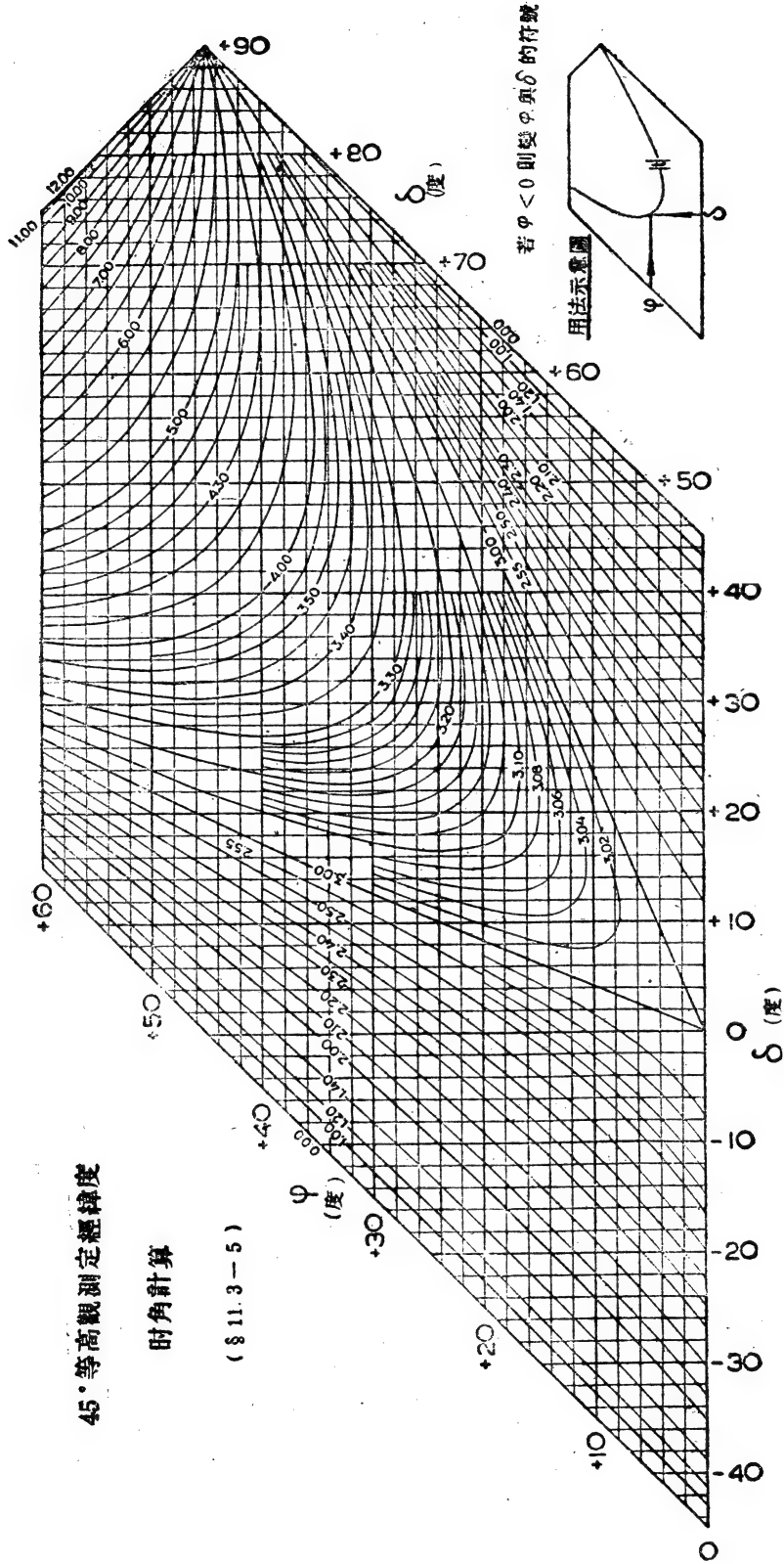




列綫圖 15



列綫圖 16



列綫圖 17

缺 页

## 1. 近子午圈恒星

近子午圈恒星时角法测定方位

测站: Para. I.

§8.2

 $\gamma: +5^{\circ}49'26''$ 

計算

 $\lambda: +3^{\text{h}}40^{\text{m}}36.6^{\text{s}}$ 

星	$\gamma$ 小熊座(北)				$\delta = +72^{\circ}00'57.4''$	$\tan \delta = +3.080600$
望远镜位置	盤左	盤左	盤右	盤右	盤右	盤右
$T$	$1^{\text{h}}06^{\text{m}}02.2^{\text{s}}$	$1^{\text{h}}07^{\text{m}}59.8^{\text{s}}$	$1^{\text{h}}20^{\text{m}}18.9^{\text{s}}$	$1^{\text{h}}22^{\text{m}}20.1^{\text{s}}$	$1^{\text{h}}22^{\text{m}}20.1^{\text{s}}$	$1^{\text{h}}22^{\text{m}}20.1^{\text{s}}$
$\Delta T$	$-01\ 49\ 96$	$-01\ 49\ 96$	$-01\ 49\ 94$	$-01\ 49\ 94$	$-01\ 49\ 94$	$-01\ 49\ 94$
G.M.T.	$1\ 04\ 12.24$	$1\ 06\ 09.84$	$1\ 18\ 28.96$	$1\ 20\ 30.16$	$1\ 20\ 30.16$	$1\ 20\ 30.16$
相当的恒星时段	$1\ 04\ 22.79$	$1\ 06\ 20.71$	$1\ 18\ 41.85$	$1\ 20\ 43.38$	$1\ 20\ 43.38$	$1\ 20\ 43.38$
当日格林威治平子正視恒星时	$17\ 51\ 29.43$	$17\ 51\ 29.43$	$17\ 51\ 29.43$	$17\ 51\ 29.43$	$17\ 51\ 29.43$	$17\ 51\ 29.43$
G.A.S.T.	$18\ 55\ 52.22$	$18\ 57\ 50.14$	$19\ 10\ 11.28$	$19\ 12\ 12.81$	$19\ 12\ 12.81$	$19\ 12\ 12.81$
$\lambda$	$+3\ 40\ 36.6$	$+3\ 40\ 36.6$	$+3\ 40\ 36.6$	$+3\ 40\ 36.6$	$+3\ 40\ 36.6$	$+3\ 40\ 36.6$
L.A.S.T.	$15\ 15\ 15.62$	$15\ 17\ 13.54$	$15\ 29\ 34.68$	$15\ 31\ 36.21$	$15\ 31\ 36.21$	$15\ 31\ 36.21$
$d$	$15\ 20\ 51.94$	$15\ 20\ 51.94$	$15\ 20\ 51.94$	$15\ 20\ 51.94$	$15\ 20\ 51.94$	$15\ 20\ 51.94$
$t$	$-0^{\text{h}}05^{\text{m}}36.3^{\text{s}}$	$-0^{\text{h}}03^{\text{m}}38.4^{\text{s}}$	$+0^{\text{h}}08^{\text{m}}42.7^{\text{s}}$	$+0^{\text{h}}10^{\text{m}}44.3^{\text{s}}$	$+0^{\text{h}}10^{\text{m}}44.3^{\text{s}}$	$+0^{\text{h}}10^{\text{m}}44.3^{\text{s}}$
$\cos t$	$+0.999701$	$+0.999874$	$+0.999278$	$+0.998902$	$+0.998902$	$+0.998902$
$\sin \varphi \cos t$	$+0.101441$	$+0.101453$	$+0.101398$	$+0.101350$	$+0.101350$	$+0.101350$
$\cos \varphi \tan \delta$	$+3.064693$	$+3.064698$	$+3.064698$	$+3.064698$	$+3.064698$	$+3.064698$
I	$-2.963257$	$-2.963240$	$-2.963300$	$-2.963338$	$-2.963338$	$-2.963338$
$\sin t$	$-0.024454$	$-0.015882$	$+0.038003$	$+0.046838$	$+0.046838$	$+0.046838$
$(\sin t/I) = \tan a$	$+0.008252$	$+0.005360$	$-0.012825$	$-0.015806$	$-0.015806$	$-0.015806$
$a$	$0^{\circ}28'22''$	$+0^{\circ}18'26''$	$359^{\circ}15'55''$	$359^{\circ}05'40''$	$359^{\circ}05'40''$	$359^{\circ}05'40''$
$\psi$	$359\ 28\ 28$	$359\ 38\ 25$	$0\ 41\ 46$	$0\ 52\ 00$	$0\ 52\ 00$	$0\ 52\ 00$
$A$	$359\ 56\ 50$	$359\ 56\ 51$	$359\ 57\ 41$	$359\ 57\ 40$	$359\ 57\ 40$	$359\ 57\ 40$
$A_L, A_R$	$359\ 56\ 50.5$	$50.5$	$359\ 57\ 40.5$	$40.5$	$40.5$	$40.5$
$v$	$+0.5$	$-0.5$	$-0.5$	$+0.5$	$+0.5$	$+0.5$
$A_L$	$359^{\circ}56'50.5''$	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{1.00}{2} = 0.50$				
$A_R$	$359^{\circ}57'40.5''$	$m^2_{A_1} = \frac{m^2}{n} = \frac{0.50}{4} = 0.13$				$m^-_{A_1} = 0.4''$
$\bar{A}_1 \quad \bar{A}_2$	$359^{\circ}57'15.5''$	$m^2_{\bar{A}} = \frac{1}{4} (m^2_{A_1} + m^2_{A_2}) = \frac{1}{4} (0.13 + 0.06) = 0.05$				
$\bar{A} = \frac{1}{2}(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)$	$359^{\circ}57'13''$					

## 时角法测定方位角

(§ 8.2)

方位标: X

 $\sin \gamma: +0.101471$  $\cos \gamma: +0.994838$ 

日期: 1949.6.19 (星期二)

观测者: P. de With

时 计: U. Nardin 122734 (平太阳时)

仪 器: Wild T 2

$\alpha$ 南三角座(南)		$\delta = -68^{\circ}56'28.8''$	$\tan \delta = -2.597137$
盤左	盤左	盤右	盤右
2 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 59.2 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 26 <sup>m</sup> 37.8 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 30.9 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 55.0 <sup>s</sup>
- 01 49.84	- 01 49.84	- 01 49.82	- 01 49.82
2 23 09.36	2 24 47.96	2 33 41.08	2 35 05.18
2 23 32.88	2 25 11.75	2 34 06.33	2 35 30.66
17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43
20 15 02.31	20 16 41.18	20 25 35.76	20 27 00.09
+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6
16 34 25.71	16 36 04.58	16 44 59.16	16 46 23.49
16 43 20.01	16 43 20.01	16 43 20.01	16 43 20.01
- 0 <sup>h</sup> 08 <sup>m</sup> 54.3 <sup>s</sup>	- 0 <sup>h</sup> 07 <sup>m</sup> 15.4 <sup>s</sup>	+ 0 <sup>h</sup> 01 <sup>m</sup> 39.2 <sup>s</sup>	+ 0 <sup>h</sup> 03 <sup>m</sup> 03.5 <sup>s</sup>
+ 0.999245	+ 0.999499	+ 0.999974	+ 0.999911
+ 0.101394	+ 0.101420	+ 0.101468	+ 0.101462
- 2.583731	- 2.583731	- 2.583731	- 2.583731
+ 2.685125	+ 2.685151	+ 2.685199	+ 2.685193
- 0.038846	- 0.031658	+ 0.007214	+ 0.013344
- 0.014467	- 0.011790	+ 0.002687	+ 0.004969
179° 10' 16"	179° 19' 28"	180° 09' 14"	180° 17' 05"
180 46 43	180 37 31	179 43 09	179 40 17
359 56 59.	359 56 59	359 57 23	359 57 22
359 56 59.0	59.0	359 57 22.5	22.5
0.0	0.0	-0.5	+ 0.5
359° 56' 59.0"	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{0.50}{2} = 0.25$		
359° 57' 22.5"	$m^2_{A_2} = \frac{m^2}{n} = \frac{0.25}{4} = 0.06$		
359° 57' 10.8"	$m_{A_2} = 0.2''$		
$m_{A_1} = 0.2''$	計算者: J. 罗尔夫		

## 2. 近大距恒星时

近大距恒星时角法测定方位角

测站: Para. I

§ 8.2

 $\varphi: +5^{\circ}49'26''$ 

計算

 $\lambda: 3^h40^m36.6s$ 

星	$\alpha$ 蛇夫座(东) $\delta=+12^{\circ}35'35.9''$ $\tan \delta=+0.223404$			
望远镜位置	盤左	盤左	盤右	盤右
$T$	$23^h 05^m 04.1^s$	$23^h 09^m 17.6^s$	$23^h 16^m 49.3^s$	$23^h 19^m 40.7^s$
$\Delta T$	- 01 50.14	- 01 50.14	- 01 50.13	- 01 50.12
G.M.T.	23 03 13.96	23 07 27.45	23 14 59.17	23 17 50.58
相当的恒星时段	23 07 01.19	23 11 15.38	23 18 43.33	23 21 40.21
当日格林威治平子正視恒星时	17 47 32.88	17 47 32.88	17 47 32.88	17 47 32.88
G.A.S.T.	16 54 34.07	16 58 43.26	17 06 21.21	17 09 13.09
$\lambda$	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6
L.A.S.T.	13 13 57.47	13 18 11.66	13 25 44.61	13 28 36.49
$\alpha$	17 32 36.26	17 32 36.26	17 32 36.26	17 32 36.26
$t$	- $4^h 18^m 38.8^s$	+ $4^h 14^m 24.6^s$	- $4^h 06^m 51.6^s$	- $4^h 03^m 59.8^s$
$\cos t$	+ 0.427963	+ 0.444596	+ 0.473858	+ 0.484322
$\sin \varphi \cos t$	+ 0.043426	+ 0.045114	+ 0.048083	+ 0.049195
$\cos \varphi \tan \delta$	+ 0.222251	+ 0.222251	+ 0.222251	+ 0.222251
I	- 0.178825	- 0.177137	- 0.174168	- 0.173056
$\sin t$	- 0.903796	- 0.895731	- 0.880602	- 0.874613
$(I/\sin t)=\cot \alpha$	+ 0.197860	+ 0.197757	+ 0.197783	+ 0.197866
$a$	$78^{\circ} 43' 29''$	$78^{\circ} 43' 49''$	$78^{\circ} 43' 44''$	$78^{\circ} 43' 28''$
$\psi$	281 08 22	281 08 05	281 08 53	281 09 11
$A$	359 56 51	359 56 54	359 57 37	359 57 39
$A_L, A_R$	359 56 52.5	52.5	359 57 38.0	38.0
$v$	+1.5	-1.5	+1.0	-1.0
$A_L$	$359^{\circ} 56' 52.5''$	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{6.50}{2} = 3.25$		
$A_R$	$359^{\circ} 57' 38.0''$	$m^2_{A_1} = \frac{m^2}{n} = \frac{3.25}{4} = 0.81$		
$\bar{A}_1, \bar{A}_2$	$359^{\circ} 57' 15.2''$	$m_{A_1} = 0.9''$		
$\bar{A} = \frac{1}{2}(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)$	$359^{\circ} 57' 09''$	$m^2_A = \frac{1}{4}(m^2_{A_1} + m^2_{A_2}) = \frac{1}{4}(0.81 + 0.31) = 0.28$		



## 角 法 测 定 方 位 角

(§ 8.2)

方位标: X

 $\sin \varphi: +0.101471$  $\cos \varphi: +0.994838$ 

日 期: 1949.6.19 (星期日)

观测者: P. de With

时 计: U. Nordin 122734 (平太阳时)

仪 器: Wild T 2

$\alpha$ 狮子座(西)		$\delta = +12^\circ 13' 03.6''$	$\tan \delta = +0.216530$
盤右	盤右	盤左	盤左
$0^h 08^m 39.1^s$ $- \quad 01 \quad 50.05$ <hr/> $0 \quad 06 \quad 49.05$ $0 \quad 06 \quad 50.17$ $17 \quad 51 \quad 29.43$ <hr/> $17 \quad 58 \quad 19.60$ $3 \quad 40 \quad 36.6$ <hr/> $14 \quad 17 \quad 43.00$ $10 \quad 05 \quad 39.99$ <hr/> $+ 4^h 12^m 03.0^s$	$0^h 11^m 13.4^s$ $- \quad 01 \quad 50.05$ <hr/> $0 \quad 09 \quad 23.35$ $0 \quad 09 \quad 24.89$ $17 \quad 51 \quad 29.43$ <hr/> $18 \quad 00 \quad 54.32$ $3 \quad 40 \quad 36.6$ <hr/> $14 \quad 20 \quad 17.72$ $10 \quad 05 \quad 39.99$ <hr/> $+ 4^h 14^m 37.7^s$	$0^h 16^m 09.3^s$ $- \quad 01 \quad 50.04$ <hr/> $0 \quad 14 \quad 19.26$ $0 \quad 14 \quad 21.61$ $17 \quad 51 \quad 29.43$ <hr/> $18 \quad 05 \quad 51.04$ $3 \quad 40 \quad 36.6$ <hr/> $14 \quad 25 \quad 14.44$ $10 \quad 05 \quad 39.99$ <hr/> $+ 4^h 19^m 34.4^s$	$0^h 20^m 21.3^s$ $- \quad 01 \quad 50.03$ <hr/> $0 \quad 18 \quad 31.27$ $0 \quad 18 \quad 34.31$ $17 \quad 51 \quad 29.43$ <hr/> $18 \quad 10 \quad 03.74$ $3 \quad 40 \quad 36.6$ <hr/> $14 \quad 29 \quad 27.14$ $10 \quad 05 \quad 39.99$ <hr/> $+ 4^h 23^m 47.2^s$
$+ 0.453796$ $+ 0.046047$ $+ 0.215412$ <hr/> $- 0.169365$ $+ 0.891106$ $- 0.190062$ $280^\circ 45' 41''$ $79 \quad 11 \quad 42$ <hr/> $359 \quad 57 \quad 23$ $359 \quad 57 \quad 23.5$ $+ 0.5$	$+ 0.443743$ $+ 0.045027$ $+ 0.215412$ <hr/> $- 0.170385$ $+ 0.896154$ $- 0.190129$ $280^\circ 45' 54''$ $79 \quad 11 \quad 30$ <hr/> $359 \quad 57 \quad 24$ $23.5$ $- 0.5$	$+ 0.424357$ $+ 0.043060$ $+ 0.215412$ <hr/> $+ 0.172352$ $+ 0.905519$ $- 0.190335$ $280^\circ 46' 35''$ $79 \quad 10 \quad 08$ <hr/> $359 \quad 56 \quad 43$ $359 \quad 56 \quad 42.0$ $- 1.0$	$+ 0.407587$ $+ 0.041358$ $+ 0.215412$ <hr/> $+ 0.174054$ $+ 0.913166$ $- 0.190605$ $280^\circ 47' 29''$ $79 \quad 09 \quad 12$ <hr/> $359 \quad 56 \quad 41$ $42.0$ $+ 1.0$
$359^\circ 56' 42.0''$ $359^\circ 57' 23.5''$ $359^\circ 57' 02.8''$	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{2.50}{2} = 1.25$ $m_{A_2}^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{1.25}{4} = 0.31$		
$m_A^- = 0.5''$		計算者: J. 罗尔夫	

## 3. 太陽時角法

太陽時角法測定方位角

§ 8.3

計算

測站: Para. II

 $\varphi: +5^{\circ}49'28''$  $\lambda: +3^{\text{h}}40^{\text{m}}35.2^{\text{s}}$ 

望遠鏡位置	盤 左	盤 左	盤 右	盤 右
$T$	$5^{\text{h}}35^{\text{m}}26.3^{\text{s}}$	$5^{\text{h}}36^{\text{m}}29.4^{\text{s}}$	$5^{\text{h}}45^{\text{m}}06.2^{\text{s}}$	$5^{\text{h}}43^{\text{m}}16.1^{\text{s}}$
$\Delta T$	14 37 51.7	14 37 51.5	14 37 50.1	14 37 49.6
G.M.T.	20 13 18.0	20 14 20.9	20 22 56.3	20 26 05.7
$-\lambda$	- 3 40 35.2	- 3 40 35.2	- 3 40 35.2	- 3 40 35.2
L.M.T.	16 32 42.8	16 33 45.7	16 42 21.2	16 45 30.5
$e$	- 13 04.3	- 13 04.3	- 13 04.3	- 13 04.3
$t$	$4^{\text{h}}19^{\text{m}}38.5^{\text{s}}$	$4^{\text{h}}20^{\text{m}}41.4^{\text{s}}$	$4^{\text{h}}29^{\text{m}}10.3^{\text{s}}$	$4^{\text{h}}32^{\text{m}}26.2^{\text{s}}$
$\delta(0^{\text{h}} \text{ G.M.T.})$	$-9^{\circ}06'37.2''$	$-9^{\circ}06'37.2''$	$-9^{\circ}06'37.2''$	$-9^{\circ}06'37.2''$
$\Delta_1 \delta$	+ 18 51.0	+ 18 51.9	+ 18 59.9	+ 19 02.9
$\Delta_2 \delta$ (列綫圖 2)	- 0.6	- 0.6	- 0.6	- 0.6
$\delta$	$-8^{\circ}47'47''$	$-8^{\circ}47'45''$	$-8^{\circ}47'38''$	$-8^{\circ}47'35''$
$\cos t$	+ 0.424035	+ 0.419888	+ 0.385584	+ 0.372839
$\tan \delta$	- 0.154744	- 0.154739	- 0.154699	- 0.154684
$\sin \varphi \cos t$	+ 0.043031	+ 0.042611	+ 0.039129	+ 0.037836
$-\cos \varphi \tan \delta$	+ 0.153945	+ 0.153940	+ 0.153900	+ 0.153886
$I$	+ 0.196976	+ 0.196551	+ 0.193029	+ 0.191722
$\sin t$	+ 0.905646	+ 0.907576	+ 0.922673	+ 0.927896
$(I/\sin t) = \cot(a)$	+ 0.217498	+ 0.216567	+ 0.209206	+ 0.206620
$(a)$	$257^{\circ}43'45.8''$	$257^{\circ}46'49.2''$	$258^{\circ}11'01.7''$	$258^{\circ}19'33.0''$
$\pm 11'30'' \sec h$	- 12 33.3	- 12 31.9	+ 12 20.7	+ 12 16.9
$a$	257 31 12	257 34 17	258 23 22	258 31 50
$\psi$	337 23 34	337 20 27	336 30 08	336 21 37
$A$	234 54 46	234 54 44	234 53 30	234 53 27
$A_L, A_R$	234 54 47.8	47.8	234 53 29.8	29.8
$v$	+ 1.8	+ 3.8	- 0.2	+ 2.8
$A_L$	$234^{\circ}54'47.8''$	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{55.5}{6} = 9.2$		
$A_R$	$234^{\circ}53'29.8''$			
$\bar{A}$	$234^{\circ}54'00''$	$m = 3.0''$		

## 測定方位角

(§8.2)

方位標: Y

 $\sin \gamma: +0.101481$  $\cos \gamma: +0.994838$ 

H 期: 1947.2.26 (星期三)

観測者: P. de With

時計: U. Nardin 122734

儀器: Wild T 2 (附加太陽鏡)

盤 右	盤 右	盤 左	盤 左
5 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 19.9 <sup>s</sup>	5 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 48.1 <sup>s</sup>	6 <sup>h</sup> 03 <sup>m</sup> 33.5 <sup>s</sup>	6 <sup>h</sup> 04 <sup>m</sup> 42.5 <sup>s</sup>
14 37 48.6	14 37 48.4	14 37 47.1	14 37 46.9
20 32 08.5	20 33 36.5	20 41 20.6	20 42 29.4
- 3 40 35.2	- 3 40 35.2	- 3 40 35.2	- 3 40 35.2
16 51 33.3	16 53 01.3	17 00 45.4	17 01 54.2
- 13 04.3	- 13 04.2	- 13 04.2	- 13 04.2
4 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 29.0 <sup>s</sup>	4 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> 57.1 <sup>s</sup>	4 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 41.2 <sup>s</sup>	4 <sup>h</sup> 48 <sup>m</sup> 50.0 <sup>s</sup>
- 9° 06' 37.2"	- 9° 06' 37.2"	- 9° 06' 37.2"	- 9° 06' 37.2"
+ 19 08.5	+ 19 09.9	+ 19 17.1	+ 19 18.2
- 0.6	- 0.6	- 0.6	- 0.6
- 8° 47' 29"	- 8° 47' 28"	- 8° 47' 21"	- 8° 47' 20"
+ 0.348231	+ 0.342218	+ 0.310317	+ 0.305557
- 0.154654	- 0.154649	- 0.154615	- 0.154610
+ 0.035339	+ 0.034729	+ 0.031491	+ 0.031008
+ 0.153856	+ 0.153851	+ 0.153817	+ 0.153812
+ 0.189195	+ 0.188580	+ 0.185303	+ 0.184820
+ 0.937409	+ 0.939620	+ 0.950633	+ 0.952174
+ 0.201828	+ 0.200698	+ 0.194931	+ 0.194103
258° 35' 21.8"	258° 39' 05.8"	258° 58' 10.6"	259° 00' 55.1"
+ 12 10.2	+ 12 08.6	- 12 00.9	- 11 59.8
258 47 32	258 51 14	258 46 10	258 48 55
336 05 59	336 02 17	336 08 43	336 05 53
334 53 31	234 53 31	234 54 53	234 54 48
29.8	29.8	234 54 47.8	47.8
- 1.2	- 1.2	- 5.2	- 0.2

$$m_A^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{9.2}{8} = 1.15$$

$$m_A = 1.1''$$

計算者: J. 罗尔夫

## 4. 近大距恒星高

近大距恒星高度法测方位角

测站: Para. I.

§ 8.4

 $\varphi: +5^{\circ} 49' 26''$ 

計算

 $(\lambda): +3^h 41^m$ 

星	$\alpha$ 蛇夫座 (东) $\delta=+12^{\circ}35'35.9''$			
望远镜位置	盤 左	盤 左	盤 右	盤 右
豎 盤	64° 04' 48"	63° 02' 45"	298° 55' 14"	299° 37' 07"
近似高度角 -r	25 55 12 — 01 52	26 57 14 — 01 47	28 55 14 — 01 39	29 37 07 — 01 36
h	25 53 20	26 55 27	28 53 35	29 35 31
R (表 2)	43.72	41.80	38.50	37.43
p (m.m.)	758.6	758.6	758.7	758.7
270 +t °C	296.0	296.0	295.8	295.8
$\sin h$	+ 0.436627	+ 0.452811	+ 0.433176	+ 0.493820
- sin $\varphi$ sin h	- 0.044305	- 0.045947	- 0.049028	- 0.050108
sin $\delta$	+ 0.218029	+ 0.218029	+ 0.218029	+ 0.218029
I	+ 0.173724	+ 0.172082	+ 0.169001	+ 0.167921
cos h	+ 0.899642	+ 0.891607	+ 0.875523	+ 0.869564
cos $\varphi$ cos h=II	+ 0.894998	+ 0.887005	+ 0.871004	+ 0.865075
I/II=cos a	+ 0.194105	+ 0.194003	+ 0.194030	+ 0.194111
a	78° 43' 27"	78° 48' 49"	78° 43' 43"	78° 48' 26"
$\psi$	281 08 22	281 08' 05	281 08 53	281 09 11
A	359 56 49	359 56 54	359 57 36	359 57 37
A <sub>L</sub> , A <sub>R</sub>	359 56 51.5 + 2.5	51.5 - 2.5	359 57 36.5 + 0.5	36.5 - 0.5
A <sub>L</sub>	359° 56' 51.5"	$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{13.00}{2}=6.50$		
A <sub>R</sub>	359° 57' 36.5"	$m^2_{A_1}=\frac{m^2}{n}=\frac{6.50}{4}=1.62$		
A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub>	359° 57' 14.0"	$m\overline{A_1}=1.3''$		
A=1/2 (A <sub>1</sub> +A <sub>2</sub> )	359° 57' 09"	$m^2_A=\frac{1}{4}(m^2_{A_1}+m^2_{A_2})=\frac{1}{4}(1.62+0.62)=0.56$		

## 度 法 測 方 位 角

(\$ 8.4)

方位标: X

日 期: 1949.6.19 (星期日)

 $\sin g: +0.101471$ 

观测者: P. de With

 $\cos g: +0.994838$ 

仪 器: Wild T2

 $\alpha$  獅 子 座 (西)  $\delta = +12^\circ 13' 03.6''$ 

盤 右	盤 右	盤 左	盤 左
297° 39' 12"	297° 01' 24"	64° 18' 33"	63° 20' 17"
27 39 12 — 01 43 27 37 28 40.59 759.2 295.4	27 01 24 — 01 47 26 59 37 41.68 759.2 295.4	25 41 27 — 01 54 25 39 33 44.19 759.3 295.3	24 39 43 — 01 59 24 37 44 46.25 759.4 295.3
+ 0.463674 — 0.047049 + 0.211626 + 0.164577 + 0.886006 + 0.881432 + 0.186715 280° 45' 40" 79 11 42 359 57 22 359 57 22.5 + 0.5	+ 0.453891 — 0.046057 + 0.211626 + 0.165569 + 0.891057 + 0.886457 + 0.186776 280° 45' 53" 79 11 30 359 57 23 22.5 — 0.5	+ 0.433017 — 0.043939 + 0.211626 + 0.167687 + 0.901386 + 0.896733 + 0.186998 280° 46' 40" 79 10 08 359 56 48 359 56 46.5 — 1.5	+ 0.416739 — 0.042287 + 0.211626 + 0.169339 + 0.909026 + 0.904334 + 0.187253 280° 47' 33" 79 09 12 359 56 45 46.5 + 1.5
359° 56' 46.5" 359° 57' 22.5" 359° 57' 04.5"	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{5.00}{2} = 2.50$ $m_{A_2}^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{2.50}{4} = 0.62$		$m_{A_2} = 0.8''$

 $m_A = 0.7''$ 

計算者: J. 罗尔夫

## 5. 太 陽 高 度

太陽高度法測方位角

測站: Para. II

§ 8.5

 $\varphi: +5^{\circ} 49' 23''$ 

計 算

 $(\lambda): +3^{\text{h}} 41^{\text{m}}$ 

望遠鏡位置	盤 左	盤 左	盤 右	盤 右
豎 盤	$74^{\circ} 15' 01''$	$73^{\circ} 40' 44''$	$288^{\circ} 30' 28''$	$289^{\circ} 05' 24''$
近似高度角	15 44 59	16 19 16	18 30 28	19 05 24
$p$ (列綫圖 3)	+ 8.6	+ 8.6	+ 8.5	+ 8.4
$\pm 11' 30''$	+ 11 30	+ 11 30	- 11 30	- 11 30
$-r$ (列綫圖 1)	- 3 14.0	- 3 7.0	- 2 44.0	- 2 38.4
$h$	15 53 24	16 27 48	18 16 22	18 51 24
$p$ (m.m.)	764.4	764.4	764.6	764.6
$i^{\circ}\text{C}$	24.0	24.1	24.7	24.8
L.A.T. (列綫圖 5)	$7^{\text{h}} 16^{\text{m}}$	$7^{\text{h}} 20^{\text{m}}$	$7^{\text{h}} 28^{\text{m}}$	$7^{\text{h}} 30^{\text{m}}$
$h$	+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41
$-e$	+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12
G.M.T.	$11^{\text{h}} 09^{\text{m}}$	$11^{\text{h}} 13^{\text{m}}$	$11^{\text{h}} 21^{\text{m}}$	$11^{\text{h}} 23^{\text{m}}$
$\delta$ ( $0^{\text{h}}$ G.M.T.)	$-19^{\circ} 41' 22.3''$	$-19^{\circ} 41' 22.3''$	$-19^{\circ} 41' 22.3''$	$-19^{\circ} 41' 22.3''$
$\Delta_1 \delta$	+ 06 27.7	+ 06 30.0	+ 06 34.6	+ 06 35.8
$\Delta_2 \delta$ (列綫圖 2)	- 2.7	- 2.7	- 2.7	- 2.7
$\delta$	$-19^{\circ} 34' 57''$	$-19^{\circ} 34' 55''$	$-19^{\circ} 34' 50''$	$-19^{\circ} 34' 49''$
$\sin h$	+ 0.273791	+ 0.283402	+ 0.313541	+ 0.323202
$-\sin \varphi \sin h$	- 0.027785	- 0.028760	- 0.031818	- 0.032799
$\sin \delta$	- 0.335164	- 0.335115	- 0.335132	- 0.335128
1	- 0.362949	- 0.363915	- 0.366950	- 0.367927
$\cos h$	+ 0.961789	+ 0.959001	+ 0.949575	+ 0.946330
$\cos \varphi \cos h = \text{II}$	+ 0.956824	+ 0.954051	+ 0.944673	+ 0.941445
$(\text{I}/\text{II}) = \cos(a)$	- 0.379327	- 0.381442	- 0.388441	- 0.390811
(a)	$112^{\circ} 17' 31.2''$	$112^{\circ} 25' 22.9''$	$112^{\circ} 51' 27.1''$	$113^{\circ} 00' 17.9''$
$\pm 11' 30'' \sec h$	- 11 57.4	- 11 59.5	+ 12 06.0	+ 12 09.1
$a$	112 05 34	112 13 23	113 03 33	113 12 27
$\psi$	122 49 04	122 41 26	121 49 53	121 41 11
$A$	234 54 38	234 54 49	234 53 26	234 53 38
$A_L, A_R$	234 54 44.8	44.8	234 53 34.8	34.8
$v$	+ 6.8	- 4.2	+ 8.8	- 3.2
$A_L$	$234^{\circ} 54' 44.8''$			
$A_R$	$234^{\circ} 53' 34.8''$			
$\bar{A}$	$234^{\circ} 54' 10''$			

$$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{181.5}{6} = 30.2$$

$$m = 5.5''$$

## 法 測 方 位 角

(\$ 8.5)

方位标: Y

 $\sin \gamma: +0.101481$  $\cos \gamma: +0.994838$  $(\delta): -19^{\circ}35'$ 

日 期: 1947.1.23 (星期四)

观测者: P. de With

仪 器: Wild T 2 (附加太陽稜鏡)

盤 右	盤 右	盤 左	盤 左
290° 17' 14"	290° 47' 15"	68° 21' 28"	67° 32' 13"
20 17 14 + 8.4 - 11 30 - 2 28.4	20 47 15 + 8.3 - 11 30 - 2 24.4	21 38 32 + 8.3 + 11 30 - 2 18.2	22 27 47 + 8.3 + 11 30 - 2 12.8
20 03 24 764.7 25.1	20 33 29 764.7 25.2	21 47 52 764.7 25.4	22 37 12 764.8 25.6
7 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> + 3 41 + 0 12	7 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> + 3 41 + 0 12	7 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> + 3 41 + 0 12	7 <sup>h</sup> 46 <sup>m</sup> + 3 41 + 0 12
11 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> - 19° 41' 22.3" + 06 38.7 - 2.7	11 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> - 19° 41' 22.3" + 06 39.9 - 2.7	11 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> - 19° 41' 22.3" + 06 42.8 - 2.7	11 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> - 19° 41' 22.3" + 06 45.1 - 2.7
- 19 34 46	- 19 34 45	- 19 34 42	- 19 34 40
+ 0.342949 - 0.034303 - 0.335114	+ 0.351156 - 0.035636 - 0.335109	+ 0.371332 - 0.037683 - 0.335095	+ 0.384618 - 0.039031 - 0.335086
- 0.369917 + 0.939354 + 0.934505 - 0.395843	- 0.370745 + 0.936317 + 0.931484 - 0.398015	- 0.372778 + 0.928500 + 0.923707 - 0.403567	- 0.374117 + 0.923076 + 0.918311 - 0.407397
113° 19' 06.8" + 12 14.5	113° 27' 14.9" + 12 16.9	113° 43' 04.9" - 12 23.1	114° 02' 29.1" - 12 27.5
113 31 21 121 22 15	113 39 32 121 14 07	113 35 42 121 19 02	113 50 02 121 04 46
234 53 35 34.8 - 1.2	234 53 39 34.8 - 4.2	234 54 44 34.8 + 0.8	234 54 48 44.8 + 3.2
$m_A^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{30.2}{8} = 3.78$			
$m_A = 1.9''$			

計算者: J. 罗尔夫

## 6. 恒 星 子 午 圈

恒星子午圈高度法測緯度

測 站: 海牙

§ 9.2

(φ): +52° 03'

計 算

(λ): - 17<sup>m</sup>. 17<sup>s</sup>

星 中天 北—南	ν 仙后座 上 南	ε 仙后座 上 北	43 仙后座 上 北	β 三角座 上 南
豎盤	10° 54' 20"	11° 22' 15"	15° 44' 03"	17° 18' 37"
近似高度角	79 05 40	78 37 45	74 15 55	72 41 23
- r	- 11.3	- 11.8	- 16.5	- 18.3
± h	- 79 05 28.7	+ 78 37 33.2	+ 74 15 38.5	- 72 41 04.7
± δ	+ 41 09 15.2	+ 63 25 27.0	+ 67 47 25.5	+ 34 44 59.2
± 90°	+ 90	- 90	- 90	+ 90
φ <sub>i</sub>	+ 52 03 46.5	+ 52 03 00.2	+ 52 03 04.0	+ 52 03 54.5
φ <sub>l</sub>	+ 52° 03' 23.4"		+ 52° 03' 29.2"	
R (表 2)	4.11	4.29	6.01	6.66
p(m.m.)	764.05	764.15	764.05	764.50
270+i°C	278.20	278.15	278.20	278.10

星 中天 北—南	12 三角座 上 南	36 H 仙后座 上 北	θ 英仙座 上 南	η 英仙座 上 南
豎盤	22° 36' 48"	20° 32' 45"	03° 02' 42"	03° 33' 21"
近似高度角	67 23 12	69 27 15	86 57 18	86 21 39
- r	- 24.5	- 22.0	- 03.1	- 03.7
± h	- 67 22 47.5	+ 69 26 53.0	- 86 57 14.9	+ 86 21 35.3
± δ	+ 29 26 42.9	+ 72 36 04.9	+ 49 01 03.6	+ 55 41 20.8
± 90°	+ 90	- 90	+ 90	- 90
φ <sub>i</sub>	+ 52 03 55.4	+ 52 02 57.9	+ 52 02 48.7	+ 52 02 56.1
φ <sub>l</sub>	+ 52° 03' 26.6"		+ 52° 03' 22.4"	
R (表 2)	8.89	8.00	1.14	1.36
p(m.m.)	764.75	764.85	764.95	765.00
270+i°C	278.00	278.00	278.00	278.00



## 高度法測緯度

(§ 9.2)

日期: 1948.12.15

仪器: Wild T2

观测者: W. 朗格拉尔

对北半球:

上中天 南星  $\varphi = -h + \delta + 90^\circ$ 上中天 北星  $\varphi = +h + \delta - 90^\circ$ 下中天  $\varphi = \pm h - \delta \pm 90^\circ$ 

50 仙后座 上 北	$\gamma$ 三角座 上 南	Bradley 299 上 南	$\gamma$ 英仙座 上 北
20° 07' 31"	18° 26' 39"	01° 13' 47"	61° 15' 40"
69 52 29 - 21.5	71 33 21 - 19.6	88 45 13 - 01.3	88 44 20 - 01.3
+ 69 52 07.5	- 71 33 01.4	- 88 46 11.7	+ 88 44 18.7
+ 72 10 49.0	+ 33 36 54.5	+ 50 50 01.3	+ 53 18 42.8
- 90	+ 90	+ 90	- 90
+ 52 02 56.5	+ 52 03 53.1	+ 52 03 49.6	+ 52 03 01.5
+ 52° 03' 24.8"		+ 52° 03' 25.6"	
7.82	7.12	0.46	0.47
764.30	764.60	764.50	764.15
278.15	278.05	278.10	278.05

結果:  $\varphi_1 = +52^\circ 03' 23.4$  $\varphi_2 = 29.2$  $\varphi_3 = 24.8$  $\varphi_4 = 25.6$  $\varphi_5 = 26.6$  $\varphi_6 = 22.4$  $\varphi = +52^\circ 03' 25.3''$  $v$ 

+ 1.9

- 3.9

+ 0.5

- 0.3

- 1.3

+ 2.9

$$m^2 = \frac{[v^2]}{n-1} = \frac{29.26}{5} = 5.85 \quad m = 2.4$$

$$m_{\frac{2}{\varphi}} = \frac{m^2}{n} = \frac{5.85}{6} = 0.98 \quad m_{\frac{1}{\varphi}} = 1.0''$$

計算者: J. 罗尔夫

## 恒星近子午圈高度法測定緯度

§ 9.3 G.M.T. 的錶差改正  $\Delta T$  为已知

計算

望遠鏡位置	盤 右	右	右	右	右	右
$T$	$1^h47^m37^s$	$1^h48^m49^s$	$1^h50^m05^s$	$1^h51^m52^s$	$1^h53^m21^s$	$1^h54^m43^s$
$T_m$	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57
$\tau$	- 07 20	- 06 08	- 04 52	- 03 05	- 01 36	- 00 09
$m$ (表 9)	+ 105.58	+ 73.86	+ 46.50	+ 18.67	+ 5.03	+ 0.04
$R$ (表 2)	5.06	5.05	5.05	5.04	5.04	5.04
$p$ (m.m.)	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
$270+t^\circ\text{C}$	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
豎 盤	$346^\circ39'46''$	$346^\circ40'57''$	$346^\circ42'04''$	$346^\circ42'48''$	$346^\circ43'22''$	$346^\circ43'26''$
近似高度	76 39 46	76 40 57	76 42 04	76 42 43	76 43 22	76 43 26
$-r$	- 13.6	- 13.5	- 13.5	- 13.5	- 13.5	- 13.5
$QAm$	+ 03 42.0	+ 02 35.3	+ 01 37.8	+ 39.2	+ 10.6	+ 0.1
$-Bn$ (列綫圖 10)	- 0.5	- 0.3	- 0.1	- 0.1	- 0.0	- 0.0
$h_m$	76 43 14	76 43 18	76 43 28	76 43 14	76 43 19	76 43 13
$\bar{h}m_R \bar{h}m_L$	76 43 17.7	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7
$v$	+3.7	-0.3	-10.3	+3.7	-1.3	+ 4.7
望遠鏡位置	盤 左	左	左	左	左	左
$T$	$2^h26^m53^s$	$2^h28^m57^s$	$2^h29^m58^s$	$2^h31^m33^s$	$2^h32^m53^s$	$2^h35^m00$
$T_m$	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23
$\tau$	- 05 30	- 03 26	- 02 25	- 00 50	+ 00 30	+ 02 37
$m$ (表 9)	+ 59.40	+ 23.14	+ 11.47	+ 1.36	+ 0.49	+ 13.44
$R$ (表 2)	5.97	5.94	5.94	5.94	5.94	5.94
$p$ (m.m.)	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
$270+t^\circ\text{C}$	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
豎 盤	$15^\circ33'38''$	$15^\circ33'07''$	$15^\circ33'02''$	$15^\circ32'42''$	$15^\circ32'43''$	$15^\circ32'59''$
近似高度	74 26 22	74 26 53	74 26 58	74 27 18	74 27 17	74 27 01
$-r$	- 16.0	- 16.0	- 16.0	- 16.0	- 16.0	- 16.0
$QAm$	+ 52.3	+ 20.4	+ 10.1	+ 01.2	+ 0.4	+ 11.8
$-Bn$ (列綫圖 10)	0	0	0	0	0	0
$h_m$	74 26 58	74 26 57	74 26 52	74 27 03	74 27 01	74 26 57
$\bar{h}m_L \bar{h}m_R$	74 26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0
$v$	0.0	+ 1.0	+ 6.0	- 5.0	- 3.0	+ 1.0
$\alpha$ 天琴座	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{254.68}{10} = 25.47$					
	$m = 5.0''$					
	$m_{g_1}^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{25.47}{12} = 2.12$					
	$m_{g_1} = 1.5''$					
$\delta$ 天龙座	$m^2 = \frac{[v^2]}{n-2} = \frac{151.00}{10} = 15.10$					
	$m = 3.9''$					
	$m_{g_2}^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{15.10}{12} = 1.26$					
	$m_{g_2} = 1.1''$					

## 測定緯度 (已知錶差)

(\$ 9.3)

測站: 德爾弗特

日期: 1944.6.27/28 (星期二/三)

儀器: Wild T2

(g): +52°00'

時計: Nardin № 17986 (M.T.)  $\Delta_1 T = +0.02^s$  $\lambda$ : -17°23'.12

觀測者: H.D. Waan

盤 左	左	左	左	左	左	星	$\alpha$ 天琴座
2 <sup>h</sup> 01 <sup>m</sup> 03 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 03 <sup>m</sup> 21 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 04 <sup>m</sup> 29 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 05 <sup>m</sup> 39 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 07 <sup>m</sup> 21 <sup>s</sup>	L.S.T. = $\alpha$	18 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 04.6 <sup>s</sup>
1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	$\lambda$	- 17 23.1
+ 06 11	+ 08 24	+ 09 32	+ 10 42	+ 11 30	+ 12 24	G.S.T.	18 17 41.5
75.06	+138.53	+178.43	+224.76	+259.52	+301.83	太陽時當量	18 14 41.7
5.05	5.07	5.08	5.09	5.10	5.11	太陽時指數	5 39 09.6
757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	G.M.T.	23 53 51.3
282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	$\Delta T$	21 58 54.1
						$T_m$	1 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 57 <sup>s</sup>
						近似高度	76°43'26"
						-r	-13
						( $h_m$ )	76 43 13
						$\cos(g) = I$	+ 0.61566
						$\cos \delta = II$	+ 0.78008
						$\cos(h_m) = III$	+ 0.22971
						$A = \frac{I \cdot II}{III}$	+ 2.0907
						Q (表 5)	+ 1.00549
						Q A	+ 2.1022
						-h	- 76 43 11.7
						+ $\delta$	+ 38 43 55.1
						+90°	+ 90
						$\varphi_1$	+ 52°00'43.4"

盤 右	右	右	右	右	右	星	$\delta$ 天龍座
2 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> 16 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 41 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> 07 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup>	2 <sup>h</sup> 44 <sup>m</sup> 26 <sup>s</sup>	L.S.T. = $\alpha$	19 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 36.5 <sup>s</sup>
32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	$\lambda$	- 17 23.1
06 53	+ 08 00	+ 09 00	+ 09 44	+ 10 42	+ 12 03	G.S.T.	18 55 13.4
+ 93.02	+125.65	+159.02	+185.99	+224.76	+285.04	太陽時當量	18 52 07.4
5.95	5.95	5.95	5.95	5.96	5.97	太陽時指數	5 39 09.6
757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	G.M.T.	0 31 17.0
282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	$\Delta T$	21 58 54.1
						$T_m$	2 <sup>h</sup> 32 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup>
						近似高度	74°27'18"
						-r	- 16
						( $h_m$ )	74 27 02
						$\cos(g) = I$	+ 0.61566
						$\cos \delta = II$	+ 0.38166
						$\cos(h_m) = III$	+ 0.26807
						$A = \frac{I \cdot II}{III}$	+ 0.8765
						Q (表 5)	+ 1.00549
						Q A	+ 0.8813
						+h	+ 74 27 01.8
						+ $\delta$	+ 67 33 49.1
						- 90°	- 90
						$\varphi_2$	+52°00'50.9"

計算者: J. 罗尔夫							
$m_{\varphi}^2 = \frac{1}{4} (m_{\varphi_1}^2 + m_{\varphi_2}^2) = 0.84$							
$m_{\varphi} = 0.9''$							
$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) = +52°00'47''$							

## 恒星近子午圈高度法測緯度

§ 9.5 G.M.T. 的鐘差改正 $\Delta T$ 为未知

計算

望遠鏡位置	盤 左	左	左	左	左	左
$T$	$13^h09^m05^s$	$13^h10^m28^s$	$13^h11^m41^s$	$13^h12^m40^s$	$13^h13^m34^s$	$13^h14^m24^s$
$(T_m)$	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00
$\tau$	- 07 55	- 06 32	- 05 19	- 04 20	- 03 26	- 02 36
$m$ (表 9)	+ 123.05	+ 83.81	+ 55.50	+ 36 87	+ 23.14	+ 13.27
$R$ (表 2)	13 56	13.55	13.55	13.54	13.54	13.54
$p$ (m.m.)	780.5	780.5	780.5	780.5	780.5	780.5
$270 + t^\circ C$	272.3	272.3	272.2	272.2	272.1	272.1
豎盤	$32^\circ24'41''$	$32^\circ24'04''$	$32^\circ23'35''$	$32^\circ23'15''$	$32^\circ23'01''$	$32^\circ22'50''$
近似高度	57 35 19	57 35 56	57 36 25	57 36 45	57 36 59	57 37 10
$-r$	- 38.9	- 38.8	- 38.9	- 38.8	- 38.8	- 38.8
$Q A m$	+ 02 13.8	+ 01 31.1	+ 01 00.3	+ 40.1	+ 25.2	+ 14.4
$-B_n$ (列綫圖 10)	- 0.1	0	0	0	0	0
$\frac{h_m}{n} \sum h_{m_i}(j)$	57 36 54 57 36 47.5	57 36 48 47.5	57 36 46 47.5	57 36 49 47.5	57 36 45 47.5	57 36 46 47.5
$h'_m$	+ 6.5	+ 0.5	- 1.5	- 1.5	- 2.5	- 1.5
$\tau$	- 475 <sup>s</sup>	- 392 <sup>s</sup>	- 319 <sup>s</sup>	- 260 <sup>s</sup>	- 260 <sup>s</sup>	- 156 <sup>s</sup>
$\frac{2}{n} \sum \tau_i(j)$	- 301	- 301	- 301	- 301	- 301	- 301
$\tau'$	- 174	- 91	- 18	+ 41	+ 95	+ 145
$\tau' h'_m$	- 1131	- 46	+ 27	- 62	- 238	- 218
$\tau'^2$	30276	8281	824	1681	9025	21025
$\tau' \Delta_3$	+ 3.9	+ 2.0	+ 0.4	- 0.9	- 2.1	- 3.2
$h'_m$	+ 6.5	+ 0.5	- 1.5	- 1.5	- 2.5	- 1.5
$\nu$	- 2.6	+ 1.5	+ 1.9	+ 0.6	+ 0.4	- 1.7
$-h_m$	- 57°36'43.5''					
$+ \delta$	+ 19 40 04.8					
$+ 90^\circ$	+ 90					
$\eta$	+ 52°03'21''					

$$m_h^2 = \frac{[\tau^2]}{n-3} = \frac{41.18}{9} = 4.58$$

$$m_h = 2.1''$$

計算者: J. 罗尔夫

測緯度(錶差不知)

(§ 9.5)

測站: 海牙 日期: 1948.12.18 (星期六) (S<sub>1</sub>)

(φ): + 52°03' 儀器: Wild T2

時計: Nardin 2081 (M. T)

Δ<sub>1</sub>T = +0.05<sup>s</sup>(λ): -17<sup>m</sup>.17<sup>s</sup> 觀測者: W. 朗格拉爾

盤 右	右	右	右	右	右	星	θ 白羊座
13 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> 13 17 00 + 03 03 + 19.28 13.54 780.5 271.9	13 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> 55 <sup>s</sup> 13 17 00 + 04 55 + 47.46 13.55 780.5 271.9	13 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> 28 <sup>s</sup> 13 17 00 + 06 28 + 82.10 13.55 780.5 271.9	13 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup> 13 17 00 + 07 23 + 107.03 13.56 780.5 271.9	13 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> 24 <sup>s</sup> 13 17 00 + 08 24 + 138.53 13.56 780.5 271.8	13 <sup>h</sup> 26 <sup>m</sup> 17 <sup>s</sup> 13 17 00 + 09 17 + 169.19 13.56 780.5 271.8	近似高度 57°35'19'' 57 35 19 (T <sub>m</sub> )  近似高度 57°37'10'' - 39 (h <sub>m</sub> ) cos(φ) cos δ cos(h <sub>m</sub> ) A Q (表3) Q A	T 13 <sup>h</sup> 09 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup> (L) 13 24 30 (R) 13 17 00  57°37'10'' - 39 57°36'31'' + 0.61497 + 0.94166 + 0.53570 + 1.0810 1.00551 1.0870
32°23'00'' 57 37 00 - 38.9 + 21.0 0 57 36 42 57 36 37.3 +4.7	32°23'34'' 57 36 26 - 38.9 + 51.6 0 57 35 39 37.3 + 1.7	32°24'15'' 57 35 45 - 38.9 + 01 29.2 0 57 36 35 37.3 - 2.3	32°24'37'' 57 35 23 - 38.9 + 01 56.3 - 0.1 57 36 40 37.3 + 2.7	32°25'16'' 57 34 44 - 38.9 + 02 30.6 - 0.1 57 36 36 37.3 - 1.3	32°25'53'' 57 34 07 - 38.9 + 03 03.9 - 0.1 57 36 32 37.3 - 5.3		
+ 188 <sup>s</sup> + 396 - 208 - 978 43264 + 4.7 + 4.7 0	+ 295 <sup>s</sup> + 396 - 101 - 172 10201 + 2.3 + 1.7 + 0.6	+ 388 <sup>s</sup> + 396 - 8 + 18 64 + 0.2 - 2.3 + 2.5	+ 443 <sup>s</sup> + 396 + 47 + 127 2209 - 1.1 + 2.7 - 3.8	+ 504 <sup>s</sup> + 396 + 108 - 140 11664 - 2.4 - 1.3 - 1.1	+ 557 <sup>s</sup> + 396 + 161 - 853 25921 - 3.6 - 5.3 + 1.7	[r] [r'h <sub>m</sub> ]=I [r' <sup>2</sup> ]=II Δ <sub>3</sub> =I/II $\frac{2}{n} \sum l m_i$ Δ <sub>1</sub> =- $-\left(\frac{2}{n} \sum r_i\right) \Delta_3$ $\bar{h}_m - I$	+567 <sup>s</sup> - 3666 + 163935 - 0.0224 57°36'47.5 - 06.7 57 36 40.8
$Q \bar{h}_m \bar{h}_m = \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{[r]^2}{[r'^2]} = \frac{1}{12} + \frac{1}{144} - \frac{567^2}{163935} = 0.103$ $m \frac{2}{\bar{h}_m} = m_{\varphi}^2 = m_h^2 \quad Q \bar{h}_m \bar{h}_m = 0.47 \quad m_p = 0.7$						$\frac{2}{n} \sum l m_j$ $\Delta_2 = -$ $-\left(\frac{2}{n} \sum r_j\right) \Delta_3$ $\bar{h}_m + I$	57°36'37.3 + 08.9 57 36 46.2

圖解平差时可略去(参考下頁)

缺 页



## 10. 恒星天頂距

恒星天頂距法測定經度		日期: 1950. 4. 21		
§ 10.2		儀器: Wild T3		
計算		時計: U. Nardin 2081 M.T.		
		觀測者: P. de With		
		$\Delta_1 T = +0.070^s$ $Q = 1.00552$		
	西	西	东	东
星	$\theta$ 双子座	$\theta$ 双子座	$\delta$ 牧夫座	$\delta$ 牧夫座
豎盤讀數	44° 19' 45.5"	42° 29' 53.0"	44° 44' 05.0"	45° 35' 04.7"
近似 $z$	45 40 14.5	47 30 07.0	45 15 55.0	44 24 55.3
$+r$	+ 59.8	+ 1 03.8	+ 59.1	+ 57.4
$z$	45 41 14.3	47 31 10.8	45 16 54.1	44 25 52.7
$R$ (表 2)	21.83	23.27	21.53	20.90
$p$ (mm)	764.0	764.0	764.0	764.0
$270 + t^\circ C$	278.9	278.7	278.3	278.2
$T_f - T_R$ $m_K$	+85 +3.94 +45 +1.15 +7 +0.02 +4 +0.01 -54 +0.63 -73 +2.91	+ 33 + 0.59 - 6 + 0.02 - 44 + 1.06 - 43 + 1.26 - 87 + 4.12 - 126 + 8.66	+72 +2.83 +34 +0.63 - 5 +0.01 - 8 +0.03 -47 +1.20 -86 +4.03	+ 57 + 1.77 + 18 + 0.18 - 21 + 0.24 - 24 + 0.31 - 63 + 2.16 - 101 + 5.56
$[m_K]$	+8.66	+ 15.71	+8.73	+ 10.22
$C_2$ (列綫圖 8)	+0.30	+ 0.30	+0.31	+ 0.31
$\Delta z_2 = C_2$ $[m_K]$	+0.4	+ 0.8	+0.4	+ 0.5
$z$	45 41 14.3	47 31 10.8	45 16 54.1	44 25 52.7
$\delta$	45° 41' 14.7"	47° 31' 11.6"	45° 16' 54.6"	44° 25' 53.2"
$\delta$	+34° 01' 36.8"	+34° 01' 36.8"	+33° 29' 42.3"	+33° 29' 42.3"
$\sin \delta$	+0.5595819	+0.5595819	+0.5518654	+0.5518654
$c s \delta$	+0.8287750	+0.8287750	+0.8339332	+0.8339332
$-\sin \gamma \sin \delta$	-0.4410133	-0.4410133	-0.4349319	-0.4349319
$+c s z$	+0.6985725	+0.6753342	+0.7036200	+0.7140886
$I$	+0.2575592	+0.2343209	+0.2686881	+0.2791567
$\cos \gamma \cos \delta = II$	+0.5101372	+0.5101372	+0.5133122	+0.5133122
$c s t = I/II$	+0.5043822	+0.4593292	+0.5234399	+0.5438341
$\gamma$	15h 57m 38.10s	16h 09m 31.15s	16h 29m 03.60s	16h 34m 34.10s
$\Delta T$	+ 4 35 46.30	+ 4 35 46.32	+ 4 35 46.34	+ 4 35 46.34
G.M.T.	20 33 24.40	20 45 17.47	21 04 49.94	21 10 20.44
相应的恒星时段	20 36 47.018	20 48 42.040	21 08 17.720	21 13 49.125
当日格林威治平子正	13 53 59.037	13 53 59.037	13 53 59.037	13 53 59.037
視恒星时	+ 0.003	+ 0.003	+ 0.004	+ 0.004
赤經章动变化	34 30 46.06	34 42 41.08	35 02 16.76	35 07 48.17
G.A.S.T.	- 3 58 42.35	- 4 10 37.48	+ 3 53 44.81	+ 3 48 13.19
$-a$	- 6 49 30.18	- 6 49 30.18	-15 13 31.47	-15 13 31.47
$\lambda$	23h 42m 33.53s	23h 42m 33.42s	23h 42m 30.10s	23h 42m 29.89s
$\lambda_W$ $\lambda_E$	33.43	33.43	30.00	30.00
$v$	- 5	+ 6	- 10	+ 11
$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\lambda_W + \lambda_E}{2}$				
$23^h 42^m 31.74^s$				
$\mu_1^2 = \frac{[vv]}{n-2} = \frac{0.0282}{2} = 0.0141$ $\mu_1 = 0.12^s = 1.8''$ $m^2 = \frac{\mu_1^2}{n} = \frac{3.24}{4} = 0.81$				
$M_{\lambda_1 \cos \varphi}^2 = (0.81 + 0.10) \cos^2 \varphi = 0.34$ $M_{\lambda_1 \cos \varphi}^- = 0.6''$				
$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 23^h 42^m 31.74^s = -0^h 17^m 28.26^s$				



## 法 测 定 經 度

(\$ 10.2)

日 期: 1950. 6. 16 仪 器: Wild T3 时 計: U. Nardin 122734 M.T. 觀測者: P. de With $\Delta_1 t = +0.266^s$ $Q = 1.00563$		測站: 德爾弗詩 $\varphi: +52^\circ 00' 34''$ $(\lambda): -0^h 17^m 28^s$ $\sin \varphi: +0.7881122$ $\cos \varphi: 0.6155316$	
西	西	东	东
$\nu$ 大熊座 $45^\circ 46' 41.0''$ $44 \quad 13 \quad 19.0$ $+ \quad \quad 55.4$ $45 \quad 14 \quad 14.4$	$\nu$ 大熊座 $43 \quad 04' 48.8''$ $46 \quad 55 \quad 11.2$ $+ \quad 1 \quad 00.9$ $46 \quad 56 \quad 12.1$	$\eta$ 天鵝座 $43^\circ 30' 32.8''$ $46 \quad 29 \quad 27.2$ $+ \quad 1 \quad 00.1$ $46 \quad 30 \quad 27.3$	$\eta$ 天鵝座 $46 \quad 04' 04.8''$ $43 \quad 55 \quad 55.2$ $+ \quad \quad 55.1$ $43 \quad 56 \quad 50.3$
20.76 758.8 284.5	22.80 758.7 284.1	22.46 758.6 283.4	20.55 758.6 282.9
$+ 21 + 0.24$ $- 18 + 0.18$ $- 56 + 1.71$ $- 60 + 1.96$ $- 99 + 5.34$ $- 137 + 10.24$ $+ 19.67$ $+ 0.32$ $+ 1.1$ $44 \quad 14 \quad 14.4$ $45^\circ 14' 15.5''$ $+ 33^\circ 22' 06.3''$ $+ 0.5500205$ $+ 0.8351512$ $- 0.4334779$ $+ 0.7164525$ $+ 0.2829746$ $+ 0.5140620$ $+ 0.5504678$	$+ 50 + 1.36$ $+ 11 + 0.06$ $- 27 + 0.40$ $- 30 + 0.49$ $- 69 + 2.60$ $- 108 + 6.36$ $+ 11.27$ $+ 0.30$ $+ 0.6$ $46 \quad 56 \quad 12.1$ $45^\circ 56' 12.7''$ $+ 33^\circ 22' 06.3''$ $+ 0.5500205$ $+ 0.8351512$ $- 0.4334779$ $+ 0.6828039$ $+ 0.2493260$ $+ 0.5140620$ $+ 0.4850115$	$- 12 + 0.08$ $- 51 + 1.42$ $- 90 + 4.42$ $- 93 + 4.72$ $- 132 + 9.50$ $- 170 + 15.76$ $+ 35.90$ $+ 0.27$ $+ 1.6$ $45 \quad 30 \quad 27.3$ $46^\circ 30' 28.9''$ $+ 34^\circ 56' 43.0''$ $+ 0.5728137$ $+ 0.8196856$ $- 0.4514415$ $+ 0.6882529$ $+ 0.2368114$ $+ 0.5045424$ $+ 0.4593588$	$+ 29 + 0.46$ $- 10 + 0.05$ $- 43 + 1.26$ $- 52 + 1.43$ $- 90 + 4.42$ $- 129 + 9.03$ $+ 16.75$ $+ 0.31$ $+ 0.9$ $43 \quad 56 \quad 50.3$ $43^\circ 56' 51.2''$ $+ 34^\circ 56' 43.0''$ $+ 0.5728137$ $+ 0.8196856$ $- 0.4514415$ $+ 0.7199753$ $+ 0.2685338$ $+ 0.5045424$ $+ 0.5322324$
$21^h 06^m 16.97^s$ $+ \quad \quad 13.87$ $21 \quad 06 \quad 30.84$ $21 \quad 09 \quad 58.896$ $17 \quad 34 \quad 46.245$ $+ \quad \quad 0.007$ $38 \quad 44 \quad 45.15$ $- 3 \quad 46 \quad 24.21$ $- 11 \quad 15 \quad 48.53$ $23^h 42^m 32.41^s$ $32.50$ $+ 9$	$21^h 23^m 46.82^s$ $+ \quad \quad 13.95$ $21 \quad 24 \quad 00.77$ $21 \quad 27 \quad 31.701$ $17 \quad 34 \quad 46.245$ $+ \quad \quad 0.007$ $39 \quad 02 \quad 17.95$ $- 4 \quad 03 \quad 56.83$ $- 11 \quad 15 \quad 48.53$ $23^h 42^m 32.59^s$ $32.50$ $- 9$	$21^h 50^m 21.49^s$ $+ \quad \quad 14.07$ $21 \quad 50 \quad 35.56$ $21 \quad 54 \quad 10.858$ $17 \quad 34 \quad 46.245$ $+ \quad \quad 0.007$ $39 \quad 28 \quad 57.11$ $+ 4 \quad 08 \quad 01.76$ $- 19 \quad 54 \quad 27.91$ $23^h 42^m 30.96^s$ $31.00$ $+ 4$	$22^h 06^m 58.07^s$ $+ \quad \quad 14.14$ $22 \quad 07 \quad 12.21$ $22 \quad 10 \quad 50.236$ $17 \quad 34 \quad 46.245$ $+ \quad \quad 0.007$ $39 \quad 45 \quad 36.49$ $+ 3 \quad 51 \quad 22.46$ $- 19 \quad 54 \quad 27.91$ $23^h 42^m 31.04^s$ $31.00$ $- 4$

 $23^h 42^m 31.75^s$ 

$$\mu_2^2 = \frac{[vv]}{n-2} = \frac{0.0194}{2} = 0.0097 \quad \mu_2 = 0.10^s = 1.5'' \quad m_{\lambda_2}^2 = \frac{\mu_2^2}{n} = \frac{2.25}{4} = 0.56$$

$$M_{\lambda_2 \cos \varphi}^2 = (0.56 + 0.10) \cos^2 \varphi = 0.25$$

$$M_{\lambda_2 \cos \varphi} = 0.5''$$

計 算 者

$$M_{\lambda \cos \varphi}^2 = \frac{1}{4} (M_{\lambda_1 \cos \varphi}^2 + M_{\lambda_2 \cos \varphi}^2) = \frac{1}{4} (0.34 + 0.25) = 0.15$$

$$M_{\lambda \cos \varphi} = 0.4''$$

J. 罗尔夫

## 測站: P. I.

$$q_0: +5^{\circ} 49' 20''$$
$$\lambda_0: +3^h 40^m 36^s$$

近似 $z$	$43^{\circ}06'14''$ + 53.1 $44^{\circ}07'07''$	$43^{\circ}53'19''$ + 52.7 $43^{\circ}54'12''$	$43^{\circ}43'36''$ + 52.5 $43^{\circ}44'28''$	$43^{\circ}35'02''$ + 52.2 $43^{\circ}35'54''$	$43^{\circ}25'49''$ + 51.9 $43^{\circ}26'41''$	$43^{\circ}13'26''$ + 51.5 $43^{\circ}14'18''$
$R(\text{表 } 2)$	20.67	20.52	20.41	20.30	20.20	20.05
$p$	769.4	760.4	760.5	760.5	760.6	760.6
$270+t$	295.8	295.8	295.9	295.9	296.0	296.0
$T$	$23^{\text{h}}32^{\text{m}}45.85^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}34^{\text{m}}02.73^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}00.66^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}52.40^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}36^{\text{m}}47.88^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}38^{\text{m}}03.13^{\text{s}}$
$T$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$	$23^{\text{h}}35^{\text{m}}25.44^{\text{s}}$
$dT$	- 02 40	- 01 23	- 00 25	+ 00 27	+ 01 22	+ 02 38
$m(\text{表 } 9)$	13.96	3.76	0.34	0.40	3.67	13.62

星	$\alpha'$	$\cos \alpha'$	$\sin \alpha'$	$g$	$\Delta z$	$g \cos^2 \alpha'$	$g \cos \alpha' \sin \alpha'$	$g \sin^2 \alpha'$	$g \frac{\Delta z}{\cos \alpha'}$	$g \frac{\Delta z}{\sin \alpha'}$	$\Delta \varphi \cos \alpha'$	$-\frac{\Delta \lambda}{\cos \varphi_0} \sin \alpha'$
$\pi$ 天蠍座	138°	-0.74	+0.67	1	-10.7	+0.55	-0.50	+0.45	+7.92	-7.17	-4.9	-6.1
$\gamma$ 長蛇座	228°	-0.67	-0.74	1	+0.5	+0.45	+0.50	+0.55	-0.34	+0.37	-4.4	+6.7
$\gamma$ 天琴座	47°	+0.69	+0.73	1	-3.7	+0.48	+0.50	+0.53	-2.55	-2.70	+4.6	-6.6
$\epsilon$ 牧夫座	311°	+0.66	-0.75	1	+11.6	+0.44	-0.50	+0.56	+7.66	-8.70	+4.4	+6.8

$CG$	$+26.52$	$BG$	$0$	$AC$	$+4.01$	$+1.92$	$0$	$+2.09$	$+12.69$	$-18.94$	$m^2 = \frac{[g v^2]}{n-2} =$
$BH$	$0$	$AH$	$-36.36$	$B^2$	$0$	$A$	$B$	$C$	$G$	$H$	$m_{\varphi}^2 = m^2 Q_{11} =$
$I$	$+26.52$	$II$	$+36.36$	$III$	$+4.01$						$m_{\lambda \cos \varphi_0}^2 = m^2 Q_{22}$
$Q_{11} = C/III = +0.52$		$\Delta \varphi$		$= I/III = +6.6$		$\varphi_0 = +5^{\circ} 49' 20''$		$\lambda_0 = +3^{\text{h}} 40^{\text{m}} 36^{\text{s}}$		$0.10 \cos^2 \varphi_0 =$	
$Q_{12} = B/III = 0$		$\Delta \lambda \cos \varphi_0$		$= II/III = +9.1''$		$\Delta \varphi = +6.6$		$\Delta \lambda = +0.61$		$M_{\lambda \cos \varphi_0}^2 =$	
$Q_{22} = A/III = +0.48$		$\Delta \lambda$		$= 9.1'' = +0.61^{\text{s}}$		$\varphi = +5^{\circ} 49' 6.6''$		$\lambda = +3^{\text{h}} 40^{\text{m}} 35.61^{\text{s}}$			
						$m_{\varphi} = 1.3''$		$M_{\lambda \cos \varphi_0} = 1.2'' = 0.008^{\text{s}}$			

## 法 測 定 經 緯 度

(§ 11.2)

$$\sin \varphi_0 = +0.101442$$

$$\cos \varphi_0 = +0.994841$$

日 期: 1949. 6. 21/22 (星期二、三).

仪 器: Wild T2

时 計: Nardin 122734  $\Delta_1 T = +0.15^s$ 

观測者: P. de With

星	$\pi$ 天蠍座	星	$\pi$ 天蠍座	$\gamma$ 長蛇座	$\gamma$ 天琴座	$\rho$ 牧夫座		
指标差改正	- 12"	$\bar{T}$	23 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 25.44 <sup>s</sup>	01 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> 42.31 <sup>s</sup>	02 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> 13.76 <sup>s</sup>	02 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup> 17.54 <sup>s</sup>		
平均 $z$	43 40 26.7	$\Delta \bar{T}$	- 01 44.44	- 01 44.18	- 01 44.04	- 01 43.98		
$\bar{z}$	43°40'14.7''	G.M.T.	23 33 41.00	01 14 58.13	02 08 29.72	02 29 33.56		
对其他各星进行同样計算, 結果如左表		恒星时当量	23 37 33.23	01 15 10.45	02 08 50.83	02 29 58.13		
		恒星时指数	17 55 25.98	17 59 22.54	17 59 22.54	17 59 22.54		
		赤經章动变化	0	0	0	0		
$\bar{T}$	23 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 25.44 <sup>s</sup>	G.A.S.T.	17 32 59.21	19 14 32.99	20 08 13.37	20 29 20.67		
$[m]/n$	+5.96	$\alpha$	15 55 48.07	13 16 10.00	18 57 04.30	14 29 39.95		
		$\bar{t}^G$	1 37 11.14	5 58 22.99	1 11 09.07	5 59 40.72		
		$\lambda_0$	3 40 36.00	3 40 36.00	3 40 36.00	3 40 36.00		
		$\bar{t}^G - \lambda_0$	21 56 35.14	2 17 46.99	21 30 33.07	2 19 04.72		
$-\Delta z$	$v$	$v^2$	$gv^2$	$\sin(\bar{t}^G - \lambda_0)$	-0.514	+0.566	-0.607	+0.570
				$\cos(\bar{t}^G - \lambda_0)$	+0.858481	+0.824662	+0.794815	+0.821451
				$\delta$	-25°58'22.7''	-22°54'27.5''	+32°36'57.7''	+30°35'38.1''
				$\sin \delta$	-0.437947	-0.389247	+0.539005	+0.508950
				$\cos \delta$	+0.899001	+0.921134	+0.842302	+0.860796
				$\sin \varphi_0 \sin \delta$	-0.044426	-0.039486	+0.054678	+0.051629
				$\cos \varphi_0 \cos \delta \cos(\bar{t}^G - \lambda_0)$	+0.767794	+0.755705	+0.666020	+0.703454
				$\cos z'$	+0.723368	+0.716219	+0.720698	+0.755083
$=\frac{6.58}{2}=3.19 \quad m=1.8''$								
$=1.66$								
$=1.53$								
$=0.10$								
$=1.63$								
圖解平差时可略去 (参考下頁)		$\sin z'$	+0.690	+0.698	+0.693	+0.656		
		$\sin \alpha'$	+0.668	-0.747	+0.738	-0.748		
		$-\cos \delta \sin(\bar{t}^G - \lambda_0)$						
		$\frac{\sin z'}{\alpha'}$	138°	228°	47 $\frac{1}{2}$ °	311 $\frac{1}{2}$ °		
		$C_s$ (列綫圖 9)	-0.625	-0.505	-0.380	-0.365		
		$Q$ (表 5)	+1.006	+1.006	+1.006	+1.006		
		$\Delta z_3 = Q C \frac{[m]}{n}$	-3.7	-1.7	-1.7	-1.4		
		$z'$	43 40'00.3''	44°15'24.5''	43°53'16.3''	40°58'02.6''		
		$\bar{z}' = \bar{z} + \Delta z_3$	43 40 11.0	44 15'24.0	43 53 20.0	40 57 51.0		
		$\Delta z$	- 10.7	+ 0.5	- 3.7	+ 11.6		
		$c$	+ 25.0	+ 25.0	+ 25.0	+ 25.0		
		$\Delta z + c$	+ 14.3	+ 25.5	+ 20.3	+ 36.6		

計算者: J. 罗 尔 夫

$$= \frac{6.38}{2} = 3.19 \quad m = 1.8''$$

$$= 1.66$$

$$= 1.53$$

$$= 0.10$$

$$= 1.63$$

圖解平差时可略去

(参考下頁)

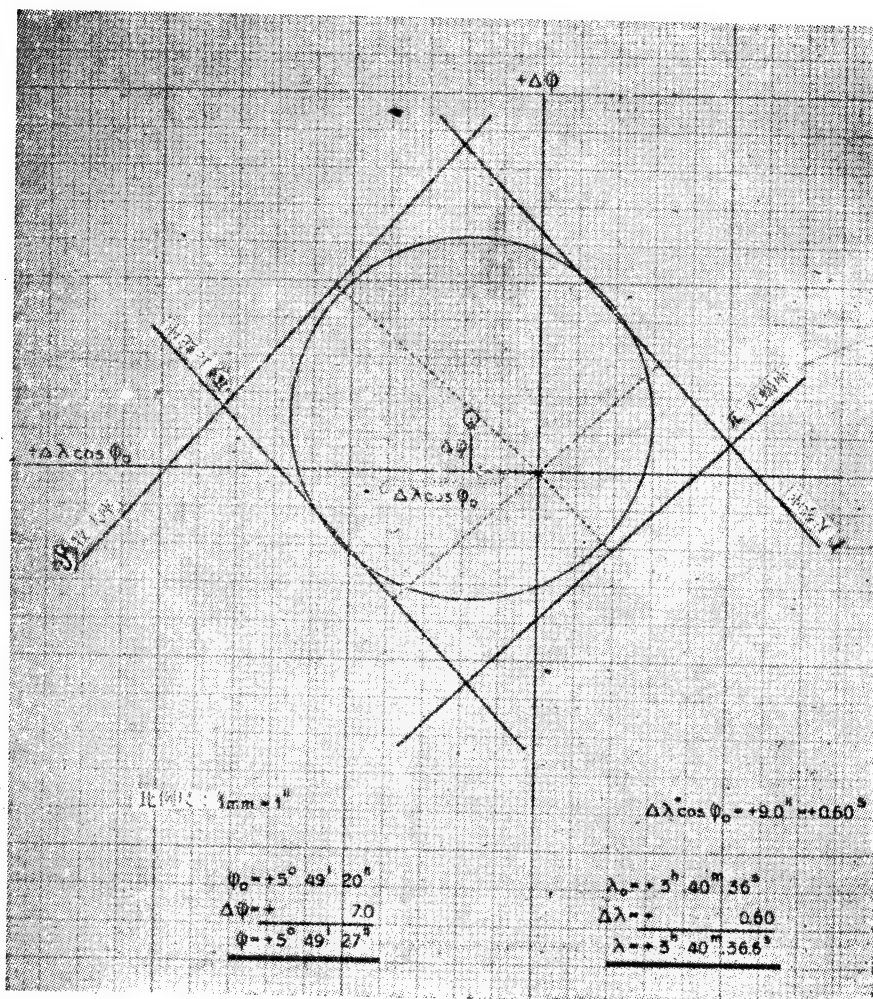
計 算 者: J. 罗 尔 夫

缺 页

## 12. 恆星天頂距法測定經緯度

圖解平差, § 11.2.4

(准备平差見例題 11)



## 多星等高法測定經緯度

## § 11.3

## 計 算

星 名 号	$\beta$ 天 鵝 座 1	$\alpha$ 海 豚 座 2	$\epsilon$ 宝 瓶 座 3	$\mu$ 武 仙 座 4
$T$	22 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup> 09.32 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 05 <sup>m</sup> 32.54 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 17 <sup>m</sup> 05.24 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup> 42.20 <sup>s</sup>
$\Delta T$	+ 40.47	+ 40.53	+ 40.55	+ 40.56
G.M.T.	22 34 49.79	23 06 13.07	23 17 45.79	23 20 22.76
相当的恒星时段	22 38 32.35	23 10 00.79	23 21 35.41	23 24 12.81
当日格林威治平子正視恒星时	23 11 47.50	23 11 47.50	23 11 47.50	23 11 47.50
章动变化	+ 0.00	+ 0.00	+ 0.00	+ 0.00
G.A.S.T.	21 50 19.85	22 21 48.29	22 33 22.91	22 36 00.31
$\alpha$	19 28 39.30	20 37 15.63	20 44 54.43	17 44 26.69
$\frac{-G}{t}$	2 21 40.55	1 44 32.66	1 43 28.48	4 51 33.62
$\lambda_0$	3 36 20.50	3 36 20.50	3 36 20.50	3 36 20.50
$\frac{-G}{t} - \lambda_0$	-1 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 39.95 <sup>s</sup>	-1 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup> 47.84 <sup>s</sup>	-1 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 52.02 <sup>s</sup>	+1 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 13.12 <sup>s</sup>
$\delta$	+27° 51' 07.9"	+15° 43' 50.0"	- 9° 41' 07.9"	-27° 45' 06.6"
$\sin \delta$	+0.467192	+0.271114	-0.168240	+0.465643
$\cos \delta$	+0.884156	+0.962547	+0.985746	+0.884073
$\cos(\frac{-G}{t} - \lambda_0)$	+0.947398	+0.883362	+0.891270	+0.946623
$\sin \varphi_0 \sin \delta$	+0.030036	+0.017430	-0.010816	+0.029936
$\cos \varphi_0 \cos \delta \cos(\frac{-G}{t} - \lambda_0)$	+0.835915	+0.843518	+0.876743	+0.836003
$\cos z'$	+0.865951	+0.865948	+0.865932	+0.865939
$z'$	30° 00' 30.6"	30° 00' 31.9"	30° 00' 38.5"	30° 00' 35.6"
$-z_0$	-30 00 20.0	-30 00 20.0	-30 00 20.0	-30 00 20.0
$-\Delta r_1$	0.0	0.0	0.0	0.0
$-\Delta r_2$	0.0	0.0	0.1	0.1
$\Delta z'$	+10.6	+11.9	+18.4	+15.5
$\alpha'$ (列綫圖 14)	35°	64 $\frac{1}{2}$ °	117°	324 $\frac{1}{2}$ °

## 緯度 (高斯方法)

( § 11.3 )

測站: Cud Lawa

 $\varphi_0: +3^\circ 41' 10''$   $\sin \varphi_0 = +0.064290$  $\lambda_0: +3^h 36^m 20.5^s$   $\cos \varphi_0 = +0.997931$ 

日期: 1948.9.9(星期四)

儀器: Wild T2 附等高核鏡

時計: U. Nardin 122734  $\Delta_1 T = +0.12^s$ 

觀測者: P. de With

對其他各星進行同樣計算, 結果如下:				
名	星 號	G.A.S.T.	$\Delta \varphi'$	$\alpha'$
<hr/>				
$\beta$ 寶瓶座	7	$23^h 11^m 10.26^s$	$+16.4''$	$108\frac{1}{2}^\circ$
$\pi$ 人馬座	8	$23 \ 52 \ 04.95$	$+29.0$	$212\frac{1}{2}$
$\zeta$ 摩羯座	9	$0 \ 01 \ 02.97$	$+23.3$	153
$\zeta$ 飛馬座	10	$0 \ 17 \ 24.62$	$+9.7$	$75\frac{1}{2}$
$\lambda$ 天鵝座	11	$0 \ 34 \ 56.72$	$+27.0$	$253\frac{1}{2}$
$\delta$ 天箭座	12	$1 \ 03 \ 23.76$	$+19.5$	301
$\eta$ 飛馬座	13	$1 \ 15 \ 35.41$	$+13.7$	28
$\alpha^2$ 摩羯座	14	$1 \ 32 \ 47.66$	$+28.5$	$236\frac{1}{2}$
$\epsilon^2$ 寶瓶座	15	$1 \ 36 \ 06.10$	$+21.1$	$148\frac{1}{2}$
$\zeta$ 摩羯座	16	$1 \ 59 \ 09.15$	$+28.5$	207

$\xi$ 武仙座	$\alpha$ 蛇夫座
5	6
$23^h 22^m 03.25^s$	$23^h 48^m 27.45^s$
$+40.56$	$+40.61$
$23 \ 22 \ 43.84$	$23 \ 49 \ 08.06$
$23 \ 26 \ 34.27$	$23 \ 53 \ 02.83$
$23 \ 11 \ 47.50$	$23 \ 11 \ 47.50$
$+0.00$	$+0.00$
$22 \ 38 \ 21.77$	$23 \ 04 \ 50.33$
$17 \ 55 \ 46.03$	$17 \ 36 \ 32.68$
$4 \ 42 \ 35.74$	$5 \ 32 \ 17.65$
$3 \ 36 \ 20.50$	$3 \ 36 \ 20.50$
$+1^h 06^m 15.24^s$	$+1^h 55^m 57.15^s$
$+29^\circ 15' 16.0''$	$+12^\circ 35' 50.0''$
$+0.488689$	$+0.218096$
$+0.872458$	$+0.975927$
$+0.958504$	$+0.874720$
$+0.031418$	$+0.014021$
$+0.834524$	$+0.851897$
$+0.865942$	$+0.865918$
$30^\circ 00' 34.4''$	$30^\circ 00' 44.3''$
$-30 \ 00 \ 20.0$	$-30 \ 00 \ 20.0$
$0.0$	$0.0$
$-0.1$	$-0.1$
$+14.3$	$+24.2$
$330\frac{1}{2}^\circ$	$288\frac{1}{2}^\circ$

多星等高法測定經緯度 (續)

星号	$a'$	$\cos a'$	$\sin a'$	$\cos^2 a'$	$\frac{\cos a'}{\sin a'}$	$\sin^2 a'$	$g$	$\frac{g}{\cos^2 a'}$	$\frac{g \cos a'}{\sin a'}$	$\frac{g}{\sin^2 a'}$	$g \cos a'$	$g \sin a'$
1	$35^\circ$	+0.82	+0.57	+0.67	+0.47	+0.32	1	+0.67	+0.47	+0.32	+0.82	+0.57
2	$64\frac{1}{2}$	+0.43	+0.90	+0.18	+0.39	+0.81	1	+0.18	+0.39	+0.81	+0.43	+0.90
3	117	-0.45	+0.89	+0.20	-0.40	+0.79	1	+0.20	-0.40	+0.79	-0.45	+0.89
4	$324\frac{1}{2}$	+0.81	-0.58	+0.66	-0.47	+0.34	1	+0.66	-0.47	+0.34	+0.81	-0.58
5	$330\frac{1}{2}$	+0.87	-0.49	+0.76	-0.43	+0.24	1	+0.76	-0.43	+0.24	+0.87	-0.49
6	$288\frac{1}{2}$	+0.32	-0.95	+0.10	-0.30	+0.90	1	+0.10	-0.30	+0.90	+0.32	-0.95
7	$108\frac{1}{2}$	-0.32	+0.95	+0.10	-0.30	+0.90	1	+0.10	-0.30	+0.90	-0.32	+0.95
8	$212\frac{1}{2}$	-0.84	-0.54	+0.71	+0.45	+0.29	1	+0.71	+0.45	+0.29	-0.84	-0.54
9	153	-0.89	+0.45	+0.79	-0.40	+0.20	1	+0.79	-0.40	+0.20	-0.89	+0.45
10	$75\frac{1}{2}$	+0.25	+0.97	+0.06	+0.24	+0.94	1	+0.06	+0.24	+0.94	+0.25	+0.97
11	$253\frac{1}{2}$	-0.28	-0.96	+0.08	+0.27	+0.92	1	+0.08	+0.27	+0.92	-0.28	-0.96
12	301	+0.52	-0.86	+0.27	-0.45	+0.74	1	+0.27	-0.45	+0.74	+0.52	-0.86
13	28	+0.88	+0.47	+0.77	+0.41	+0.22	1	+0.77	+0.41	+0.22	+0.88	+0.47
14	$236\frac{1}{2}$	-0.55	-0.83	+0.30	+0.46	+0.69	1	+0.30	+0.46	+0.69	-0.55	-0.83
15	$148\frac{1}{2}$	-0.85	+0.52	+0.72	-0.44	+0.27	1	+0.72	-0.44	+0.27	-0.85	+0.52
16	207	-0.89	-0.45	+0.79	+0.40	+0.20	1	+0.79	+0.40	+0.20	-0.89	-0.45
		-0.17	+0.06	+7.16	-0.10	+8.77	16	+7.16	-0.10	+8.77	+0.17	+0.06
								0.00	0.00	0.00		
								+7.16	-0.10	-8.77		
$C'G'$	-444.55	$B'G'$	+ 5.07	$A'C'$	+ 62.79							
$B'H'$	+ 4.90	$A'H'$	-350.70	$B'^2$	+ 0.01							
I	-449.45	II	+355.77	III	+62.78							
$Q_{11}=C'/III=+0.14$												
$Q_{12}=B'/III=0.00$												
$Q_{22}=A'/III=+0.11$												
$\Delta \varphi=I/III=-7.2''$												
$\Delta \lambda \cos \varphi_0=II/III=+5.7''=$ $=+0.38^s$												
$\Delta \lambda$ $=+0.38^s$												
$\varphi_0=+3^\circ 41' 10.0''$												
$\Delta \varphi=-$ $7.2''$												
$\varphi=+3^\circ 41' 02.8''$												

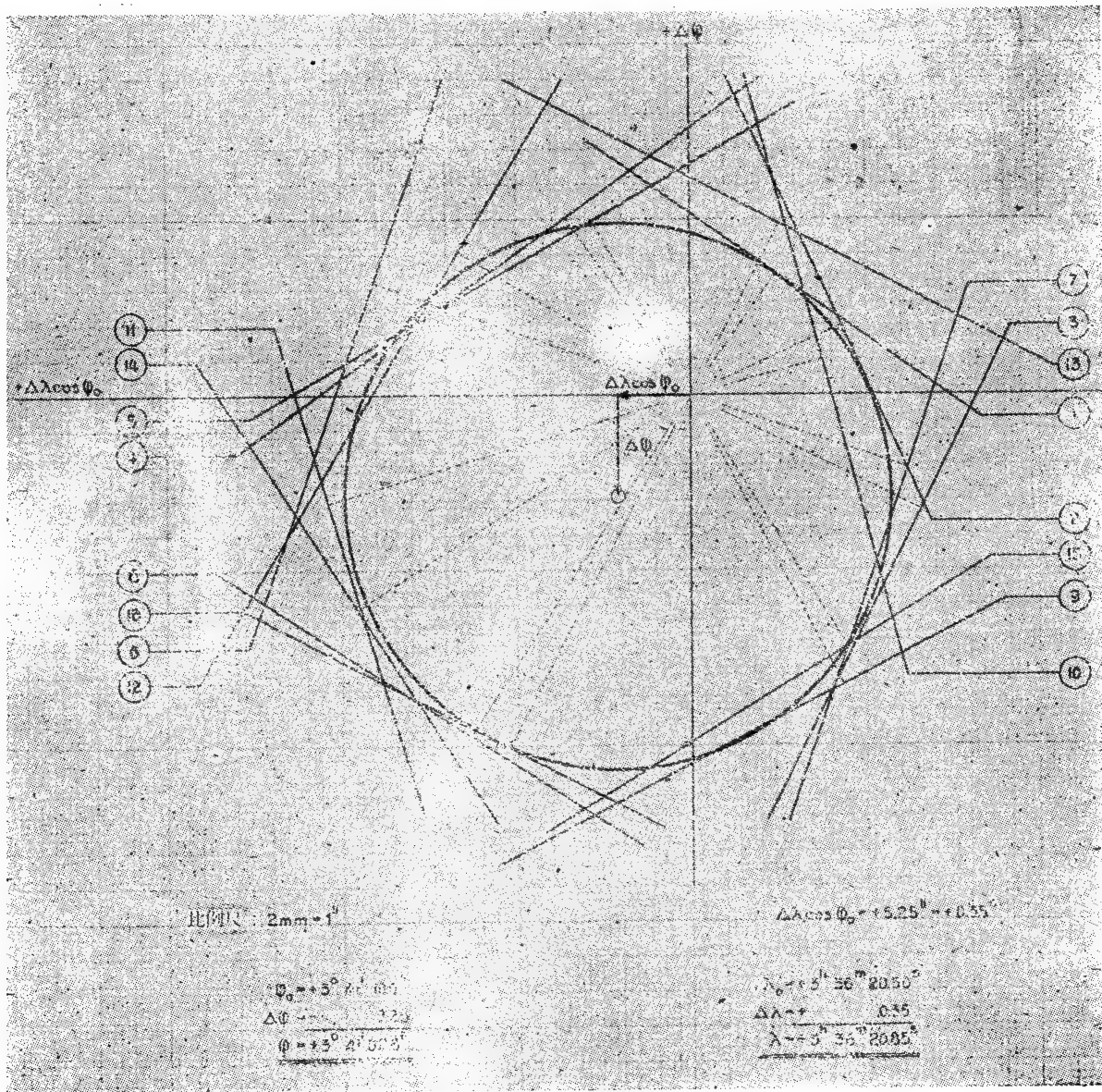




## 14. 多星等高法測定經緯度

圖解平差 § 11.3.3

(准备計算見例題 13)



## 中英名詞对照表

中 文 英 文

## 二 画

人差 Personal Equation

## 三 画

大距 Elongation

东大距 east -

西大距 west -

大地水准面 Geoid

子午圈 Meridian

上子午圈 upper -

下子午圈 lower -

## 四 画

太陽 Sun

平太陽 mean sun

太陽仪稜鏡附件 Solar prism attachment

天頂 Zenith

天頂距 zenith distance

視天頂距 apparent - -

最大天頂距 maximal - -

标准天頂距 standard - -

真天頂距 true - -

天文大地年鑑 Astronomische geodätische Jahrbuch.

天文鐘 Chronometer, box

天球 Celestial sphere

地心天球 geocentric - -

日心天球 heliocentric - -

日期 Date

格林威治日 Greenwich -

标准日 standard -

日 Day

民用日 civil -

平恆星日 mean sidereal -

平太陽日 mean solar -

日数 Day numbers

白塞尔日数 Besselian - -

独立日数 independent - -

水平面, 水准面 Level surface

中天 Culmination

上中天 upper -

下中天 lower -

内插 Interpolation

赤緯内插 - of inclination

时差内插 - of equation of time

中誤差 (均方誤差) Mean error

外中誤差 external - -

内中誤差 internal - -

中天 Transit

上中天 upper -

下中天 lower -

方位幅 (恆星的) Amplitude

方位幅限度 limiting -

方位角 Azimuth

方位角表 - table

方位綫 - line

历書 Almanac and Ephemeris

美国天文年历与

航海历書 The American Ephemeris and Nautical Almanac.

英国航海历書 The Nautical Almanac and astronomical Ephemeris.

法国天文年历 La Connaissance des Temps

西班牙航海年历 Almanaque Nauticol

## 五 画

白克 Beck

白塞尔 Bessel

白塞尔日数或 Besselian day or

白塞尔星数 star numbers

白塞尔星常数 Besselian star constants

北点 North point

北極 North pole

真北極 actual or true - -

平北極	mean - -
北極星	Polaris
卯酉圈	prime vertical
平均点位誤差	mean position error
汉尼	Hänni

## 六 画

自行	Proper motion
自动准直	Auto-collimation
自动准直目鏡	-eyepiece
当量	Equavalent
恆星时段当量	sibereal -
太陽时段当量	solar -
关联值	Correlation
关联观测方程式	correlated equations
岁差	Precession
日月岁差	luni-solar -
行星岁差	planetary -
岁差运动	precessional motion
西点	West point
光行差	Aberration
周年光行差	annual -
周年光行差系数	coefficient of annual -
周日光行差常数	constant of diurnal -
周日光行差	diurnal -
光行差四边形	parallelogram of -
方位角光行差	aberration in azimuth
时角光行差	- in hour angle
天頂距光行差	- in zenith distance
地平, 地平圈	Horizon

## 七 画

折光差, 濛气差	Refraction
微折光差	differential -
远地点	apogee
貝克尔	Baker
克劳德	Claude
坐标	Coordinates
視坐标	apparent -
天文坐标	astronomical -
地理坐标	geographical -
地方坐标	local -

平坐标	mean -
位置誤差 (鍊)	Position error
赤緯	Declination
視赤緯	apparent -
平赤緯	mean -
赤經	Right ascension
視赤經	apparent -
平赤經	mean -
赤道	Equator
眞赤道	actual or true -
平赤道	mean -
改化值	Reduction
恆星时改化值	sidereal -
太陽时改化值	solar -
时	Time
恒星时	sidereal-
視恒星时	apparent sidereal -
平恒星时	mean sidereal -
平太陽时	mean solar -
标准时	standard -
時計	Timekeeper
时差	Equation of time
时角	Hour angle
时刻	Heure
确定的时刻	definitive -
半确定的时刻	demi-definitive -
时号	Time signals
科学式时号	rhythmic system
符合式时号	coincidence system
游标式时号	vernier system

英国海軍部無線电

时号表	Admiralty list of wireless signals
时号改正公报	Bulletin Horaire
时的换算	conversion of time

## 八 画

东点	East point
放大率	Magnifying power
假想的放大率	fictitious - -
近地点	Perigee
定位圓	Position circle

定位綫	Position line
垂直綫	Vertical
垂直圈, 地平經圈	vertical circle
国际式时号	International or ONOGO system
国际时辰局	Bureau International de L'Heure
国际旋轉橢圓体	International Ellipsoid of revolution.

## 九 画

春分点	Vernal equinox
真春分点	true -
平春分点	mean -
春分点	First point of Aries
独立日数或	Independent day or
独立星数	star numbers
指标	Index
視恆星时指标	apparent sidereal-
平太陽时指标	mean sidereal -
太陽时指标	solar -
星等	Magnitude
星位角	Parallatic angle
参考站	Reference station
南極	South pole
南点	south point
星	Star
拱極星	circumpolar -
控制星	control -
十日星	ten day
星表	Star list
变化	Variation
周年变化	annual -
長期变化	secular -
威理斯	Willis

## 十 画

高度角, 高度	Altitude
近子午高度	circummeridian -
高斯	Gauss
記时仪	chronograph
圓筒式記时仪	cylinder type -

打字式記时仪	printing type -
盤条式記时仪	tape type -
庫克法	cooke method

## 十一 画

基本星的視位置表	Apparent places of Fundamental stars.
章动	Nutation
章动短期項	short period terms of -
赤經章动	- in right ascension

## 十二 画

等高仪	Astrolabe
摆式等高仪	pendulum -
60°稜鏡等高仪	30° prismatic -
45°稜鏡等高仪	45° prismatic -
黃道	Ecliptic
平黃道	mean -
真黃道	true -
黃赤交角	Obliquity of the ecliptic
超人差測微器	Impersonal micrometer
視差	Parallax
周年視差	annual -
地平視差	horizontal -
太陽視差	sun's -
經度	Longitude

## 十三 画

極軸	Polar axis
極距	Polar distance
鉛垂綫	Plumb line
稜鏡	Prism
等边稜鏡	equilateral -
五角稜鏡	pentagonal -
三角稜鏡	triangular -
偏光稜鏡	deflecting -
稜鏡附件	prism attachment

## 十四 画

誤差曲綫	Error curve
圓形誤差曲綫	circular - -
橢圓形誤差曲綫	elliptic - -

## 十五画

餘緯度	Colatitude
緯度	Latitude
緯度測定	Determination of -
德延谷	Driencourt

## 十六画

錶	Watch
天文錶	- chronometer -
停錶	stop -
錶面時	Chronometer time
錶差	chronometer correction
錶速, 錶率	chronometer rate

統一書号：15039·307  
定 价： 1.75 元